

Zufallsgenerator für Ableitung der Shannon-Formel

Klasse Z wie Zahl 16 Karten $\hat{=}$ 50%	Klasse M wie männlich 8 Karten $\hat{=}$ 25%	Klasse D wie Dame 4 Karten $\hat{=}$ 12,5%	Klasse A wie Ass 4 Karten $\hat{=}$ 12,5%

Raten von Kartenklassen als Beispiel für Codierung

Skatblatt als Zufallsgenerator

4 Klassen bilden:	Z	Zahl	7,8,9,10	50%
	M	Männlich	Bube, König	25%
	W	Weiblich	Dame	12,5%
	A	AB	AB	12,5%

Theorie sagt (siehe unten) 1,75 Ja/Nein-Fragen im Mittel notwendig

Diese theoretische Aussage ist die **Entropie**.

Spielablauf

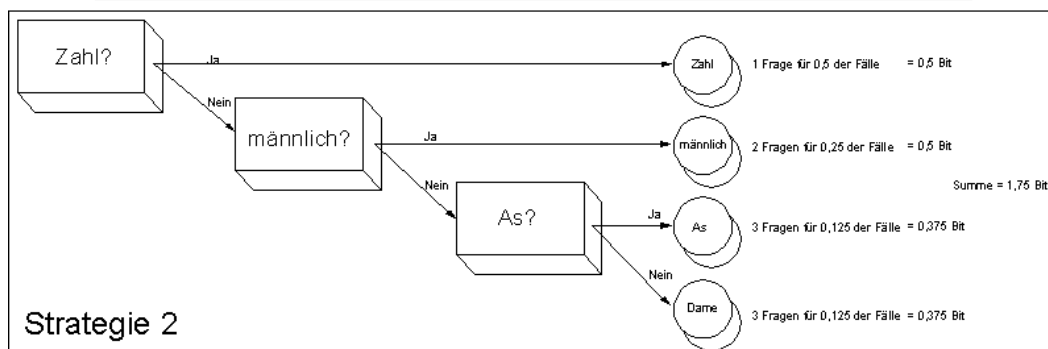
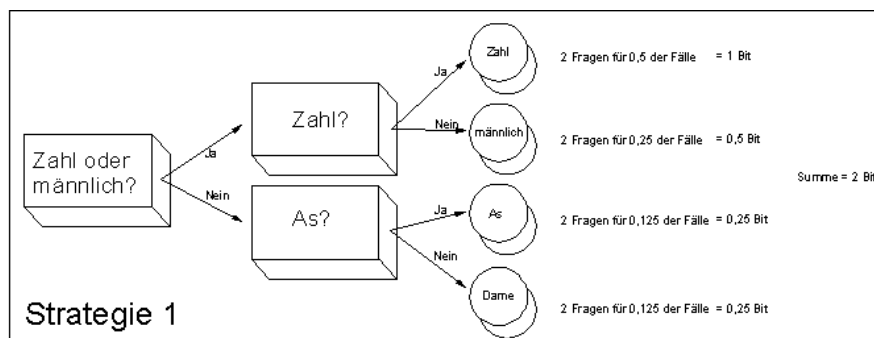
häufig wiederholt: Mischen: Karte ziehen, nicht zeigen

Über mit Ja/Nein beantwortbare Fragen Klasse erraten

Ziel:

mit möglichst wenig Fragen möglichst viele Karten im statischen Mittel finden

Notwendigkeit eine Spielstrategie finden und anwenden



Bezüge zur Informationstheorie

Theorie	Anwendung
Es gibt n Symbole a_i mit der Wahrscheinlichkeit p_i .	Es gibt n Symbole a_i mit der Wahrscheinlichkeit p_i .
Der Informationsanteil jedes Symbols beträgt $-\text{ld}(p_i) = 1/\text{ld}(p_i)$ ergibt sich aus der Umkehrung: k Zellen 0/1 ermöglichen 2^k Zustände	Sie werden durch Codes der Länge l_i codiert
Jedes Zeichen tritt mit p_i auf, folglich gilt für die mittlere Entropie je Zeichen:	dann folgt für den mittleren Codeaufwand je Zeichen:
$H = - \sum_{i=1}^n p_i \cdot \text{ld}(p_i)$	$A = \sum_{i=1}^n p_i \cdot l_i$

Kartenauswahl <-> Signalquelle

Raten <-> Signalerkennung

Strategie <-> Codebaum

Spiel veranschaulicht

BIT ist eine Ja/Nein-Frage = beseitigte Unsicherheit = 1,75 Bit/Karte als Entropie
theoretisch minimaler Aufwand um ein Zeichen zu codieren, zu erkennen

Zur Entropie verwandte Funktionen

besitzen z.T. sehr unterschiedliche Namen

Entscheidungsgehalt $\lg(n)$

Log-Wert der Wahrscheinlichkeit $-\lg(p)$

Einzelentropie oder Auffälligkeit $-p \cdot \lg(p)$

Zweierentropie $-p \cdot \lg(p) - (1-p) \cdot \lg(1-p)$

Jede Ja/Nein-Entscheidung = 1 Bit.

Fragestrategie ist **Codierung** = konstruktiver Teil der

Informationstheorie:

Shannon erkannte: Die Wahrscheinlichkeit ist wichtiger Parameter und schuf die entsprechende Formel.

Voraussetzung: Endliches **Alphabet** (n festgelegte Zeichen) und die **Wahrscheinlichkeit** ihres Auftretens (Beispiele: Karten, Würfel). Die daraus folgende **Entropie-Formel** ist schwer zu erklären:

$$H = - \sum p_i \cdot \lg(p_i)$$

$\lg(0,5) = -1$, $2^{-1} = 1/2 = 0,5$; $\lg(0,25) = -2$, $2^{-2} = 1/2^2 = 0,25$; $\lg(0,125) = -3$, $2^{-3} = 1/2^3 = 0,125$.

$$0,5 \cdot -1 + 0,25 \cdot -2 + 0,125 \cdot -3 = -1,75$$

Wahrscheinlichkeit apriori und aposteori unterscheiden

aposteori auch über Abzählen näherungsweise möglich

(**Häufigkeit**): Gesetz der großen Zahl. **repräsentativ**

Wenn Wahrscheinlichkeit und Häufigkeit unbekannt,

dann **gleichwahrscheinlich**: $H \leq \lg(n)$ als *oberer Grenzwert*!

Zur Ableitung der Entropie-Formel Es werden unterschieden:

binäre Speicherplätze, Symbol-Bit, Signal-Längen	Anzahl der genutzten Zeichen möglichen Zustände, Symbol-Realisierungen, konkrete Signale
$n = \lg(m)$	$m = 2^n$
s1	0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1
s2	0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1
s3	0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1
s4	0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1

Aus der Geschichte (vor Shannon) ist bekannt,

daß eine **Informationsmenge**, den Speicherplätzen, ... entspricht und

daß die konkreten Signale nur die **Erscheinungen** dieser Information sind.

Da aber die **m** Erscheinungen, Zeichen wahrgenommen werden, gilt

$n = \lg(m)$.

als Informationsmenge je Symbol auf. Sie wird im folgenden Entropie **H** genannt

Nun treten in der Regel aber die erscheinenden Signale mit

unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten p_1 bis p_m auf.

Zur Vereinfachung werde zunächst Gleichwahrscheinlichkeit angenommen. Dann gilt

$p_i = 1/m$ und $H = -m \cdot p_i \cdot \lg(p_i)$.

Für die unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten gilt entsprechend:

$$H = - \sum_{i=1}^m p_i \cdot \lg(p_i)$$

Das p_i entspricht einer Wahrscheinlichkeits-Bewertung der einzelnen Signale,

das $\lg(p_i)$ übersetzt ihr Auftreten in die „internen“ Zustände und

die Summe bildet den Mittelwert über alle möglichen Zeichen.

Axiomatische Ableitung der Entropie-Formel nach Feinstein

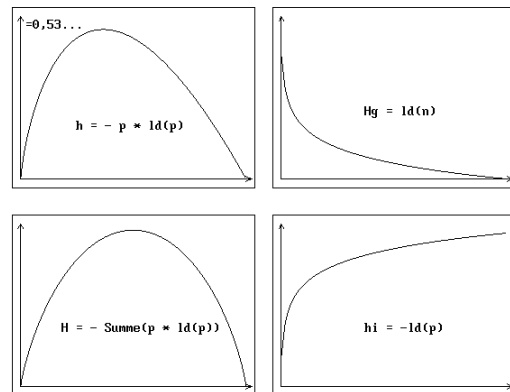
1. $H(p, 1-p)$ ist stetig in p mit $0 \leq p \leq 1$ 2 Zeichen

2. $H(0,5, 0,5) = 1$ Normierung

3. $H(p_1, p_2, \dots, p_n)$ ist unabhängig von der Reihenfolge n Zeichen

4. Verfeinerungstheorem

Zerlegung $p_n = q_1 + q_2$ $n \rightarrow n+1$ Zeichen



$$H(p_1, p_2, \dots, q_1+q_2) = H(p_1, p_2, \dots, p_n) + p_n \cdot H(q_1/p_n + q_2/p_n)$$

Hinweise für die Ableitung

$H(1) = 0$: bedeutet **Gewißheit**

n **gleichwahrscheinliche** Symbole: $p_i = 1/n$

$H(n_1) > H(n_2)$ wenn $n_1 > n_2$

zwei **unabhängige** Urnenversuche

$p(A; B) = p(A) \cdot p(B) \rightarrow H(A; B) = H(A) + H(B)$

dies erfordert den **Logarithmus**, unbestimmt noch dessen **Basis**

ein Versuch mit $p = 1/n \rightarrow h = c \cdot {}_x\log(1/n)$

folglich bei der Summierung Faktor p notwendig

$$h = p \cdot {}_x\log(1/n) = -p \cdot {}_x\log(p)$$

Durch **Summierung** über alle Versuche folgt also $H = - \sum_{i=1}^n p_i \cdot {}_x\log(p_i)$

Wegen **Normierung** (oben 2.) kommt nur noch den **binäre Logarithmus** in Betracht $x = 2$

Beispiel für das Verfeinerungstheorem

Fall K_0

Klasse	Karten	p	$\text{ld}(p)$	$-p \cdot \text{ld}(p)$
Zahl	7, 8, 9, 10	0,5	-1	0,5
Männlich	Buben, Könige	0,25	-2	0,5
Sonstige	Damen, Asse	0,25	-2	0,5

Entropie = 1,5 Bit/Karte

Nun wird „Sonstige“ zerlegt in Weiblich + Aß

Klasse	Karten	p	$\text{ld}(p)$	$-p \cdot \text{ld}(p)$
Weiblich	Damen	0,5	-1	0,5
Aß	Asse	0,5	-1	0,5

Zwischen-Ergebnis = 1 ($\times 0,25$)

Für die verfeinerte Klasse folgt deshalb

Klasse	Karten	p	$\text{ld}(p)$	$-p \cdot \text{ld}(p)$
Zahl	7, 8, 9, 10	0,5	-1	0,5
Männlich	Buben, Könige	0,25	-2	0,5
Weiblich	Damen	0,125	-3	0,375
Sonstige	Aß	0,125	-3	0,375

Ergebnis = 1,75 Bit/Karte

Entropieformel von Shannon Voraussetzungen und Möglichkeiten

- es gibt ein genau definiertes Alphabet aus n Symbolen
sie dürfen dann nicht mehr geändert werden
- jedes Symbol tritt mit einer festen Wahrscheinlichkeit p_i auf

Bemerkungen

Wahrscheinlichkeit gilt *a priori*

meist physikalisch bedingt,
z. B. Würfel, Urne, Kartenspiel, Quantentheorie

Ergodensatz ermöglicht u.a.

zeitliche und parallele Ereignisse gleichermaßen zu betrachten

Häufigkeit ist *a posteriori* bestimmte Wahrscheinlichkeit

z. B. durch Abzählen
wichtig sind repräsentative Stichproben
Grenzwertsatz beachten

angenommene **Gleichverteilung** führt zu
einem Maximum der Entropie und kann
daher zur Bestimmung einer **Obergrenze**
genutzt werden

— entropie_entropie.d6 h. völs 30.11.98 —

Ergodizität

Der zeitliche Mittelwert muß mit dem Ensemble-Mittelwert übereinstimmen: Nicht ergodisch sind also Prozesse wie in der Sprache, wo sich die Statistik in der Zeit (langsam) ändert.

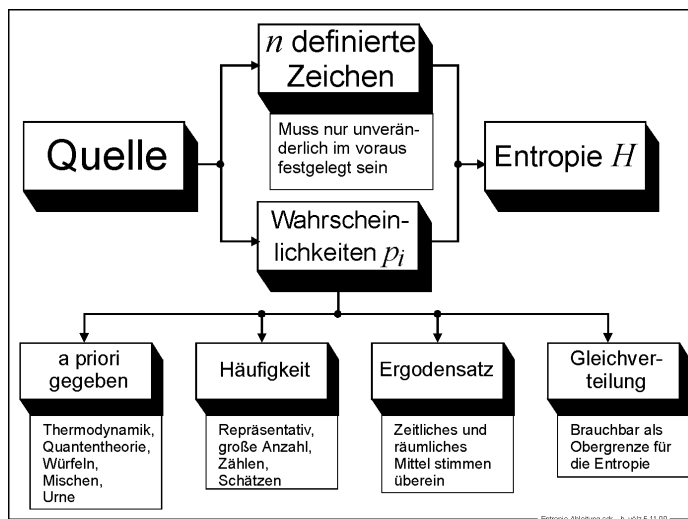
Bei Markow-Prozesse ist für Ergodizität zu verlangen,

daß der Graph darf nicht so in Teile zerfällt, daß man nicht zu allen Knoten zurück gelangen kann.

daß der größte gemeinsame Teiler aller Zykluslängen (d.h. der Zahl Kanten, die in einer geschlossenen Schlaufe durchlaufen werden können) gleich 1 ist.

Nichtergodische Quellen, laufen zu Stellen, die Endknoten sind, aus denen der Prozeß nicht mehr heraus kann.

Bei nichtergodischen Prozessen besteht das Problem der Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten. Daher verlangt man in der Technik ergodische Prozesse



Codierung von n Zeichen

Shannon- Code

Codebaumtiefe k so wählen, daß $2^k \geq n$

Überzählige Endknoten jeweils durch Zusammenfassen von je zwei Endknoten schrittweise entfernen

Die zusammengefaßten Endknoten mit den Symbolen der größten Wahrscheinlichkeit belegen

Fano-Shannon-Code

Symbole nach fallender Wahrscheinlichkeit sortieren

Zwei Gruppen mit möglichst gleicher Wahrscheinlichkeit bilden

Obere Teilgruppe mit „1“ codieren, untere mit „0“

(Code an vorhanden anfügen)

Mit jeder Teilgruppe nach 2. solange fortfahren, bis jeweils einzelne Symbole erreicht sind

Huffman-Code

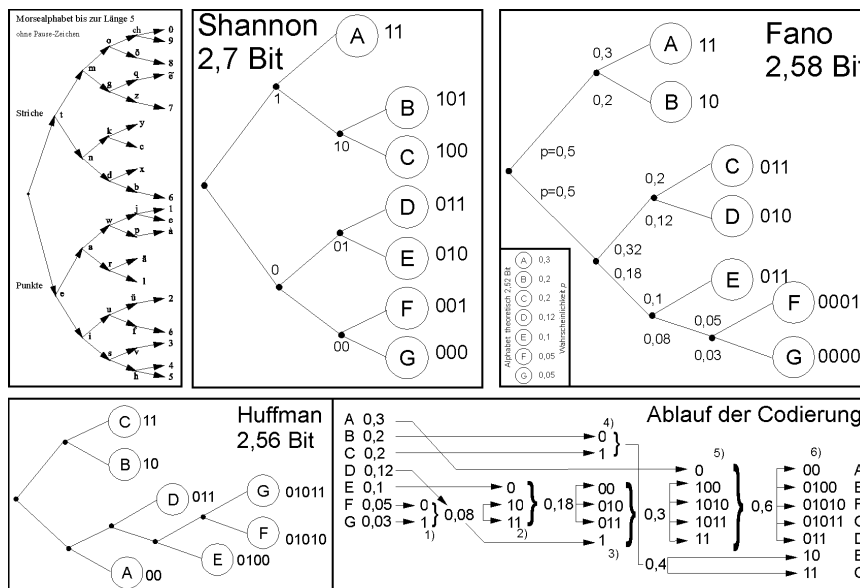
Symbole nach fallender Wahrscheinlichkeit sortieren

Die beiden Symbole mit kleinster Wahrscheinlichkeit mit „0“ bzw. „1“ codieren

(Code vor vorhandenen einfügen)

Beide Symbole als neues Hilfssymbol zusammenfassen, aus dem Symbolvorrat entfernen und dazu die Wahrscheinlichkeiten addieren und sie dem Hilfssymbol zuordnen

Bei 1. solange fortfahren, bis nur zwei Hilfssymbole existieren



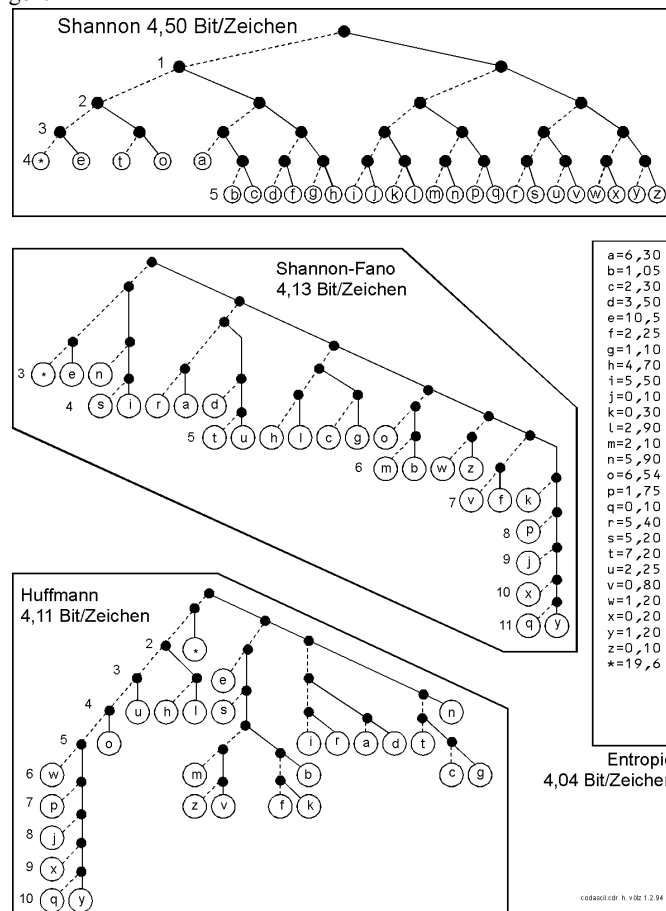
Codieraufwand $\Rightarrow$ Entropie

Wahrscheinlichkeit von 'A' = 0,75 und 'B' = 0,25; Entropie = 0,81128 Bit/Symbol.

Symbole	Wahrscheinlichkeit	Code	Aufwand/Redundanz
A	0,75	0	1
B	0,25	1	23,26%
doppelt			
AA	0,5625	0	0,84375·2 4%
AB	0,1875	11	
BA	0,1875	100	
BB	0,0625	101	
dreifach			
AAA	0,421875	1	0,82292·3 1,435%
AAB	0,140625	001	
ABA	0,140625	010	
BAA	0,140625	011	
BBA	0,046875	00000	
BAB	0,046875	00001	
ABB	0,046875	00010	
BBB	0,015625	00011	

Gültigkeit des Huffman-Code

notwendige Voraussetzungen:



Zeichensatz (Alphabet) steht fest

Wahrscheinlichkeit der Zeichen steht fest

Es wird **Präfix-Code** verwendet

Encoder und Decoder haben **kein Gedächtnis** (binär-trinär?!)

Nur dann ist der Huffman-Code **optimal**

Dennoch kann gelten, daß

Codeaufwand $\gg$ Entropie

Dafür hat schon Shannon **Code mit Gedächtnis** eingeführt und bewiesen, daß bei

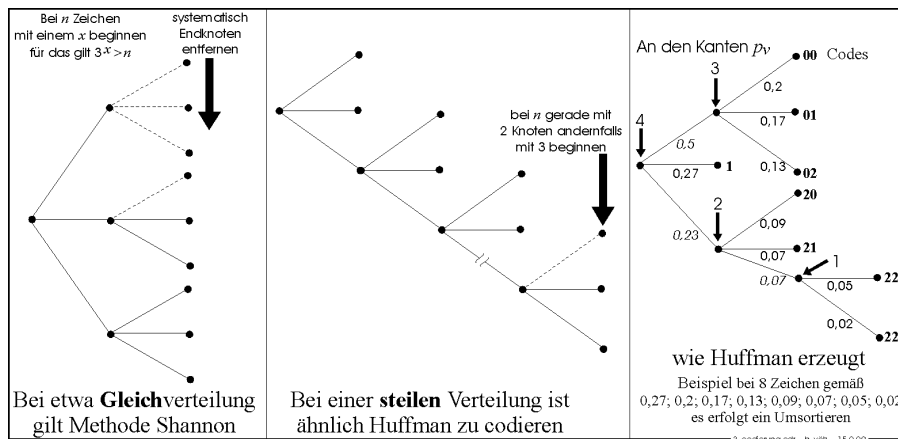
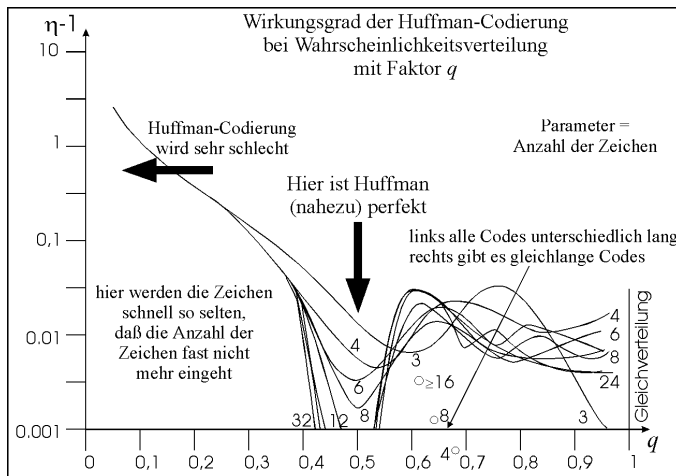
Gedächtnis $\rightarrow \infty$ erreichbar **Codeaufwand = Entropie**

Dieser Weg ist leider praktisch nicht brauchbar

Es müssen also andere Lösungen gefunden werden

Leider ist m. W. das nicht theoretisch untersucht

Es gibt m.E. folgende wichtige Möglichkeiten:
 allgemeine Austauschrelationen verwenden
 z.B. Lauflänge, Pointer, Iteration oder Sortierung
 nicht Präfixcode verwenden



Superzeichen; Ansatz geht auf Felix Cube zurück
 Ein Text sei gemäß dem folgenden Bild aufgebaut, z.B. aus
 siebenstelligen Telefonnummern
 Dann besitzt jedes Wort eine Einzel-Entropie (gleichverteilt = statt $\approx$)
 $H_1 \approx n \cdot \text{ld}(n)$
 Alle Wörter liefern folglich
 $H_2 \approx m \cdot \text{ld}(n)$
 Wörter können auch zu einem Text zusammengefügt werden. Dafür
 gilt
 $H_3 \approx k \cdot \text{ld}(k)$
 Beides zusammen ergibt wegen $k = m/n$

Wortlänge	Gruppengröße
6 (5,44)	2
23 (22,2)	3
81 (80,3)	4
273	5
891	6
2824	7
8773	8
26829	9
81031	10

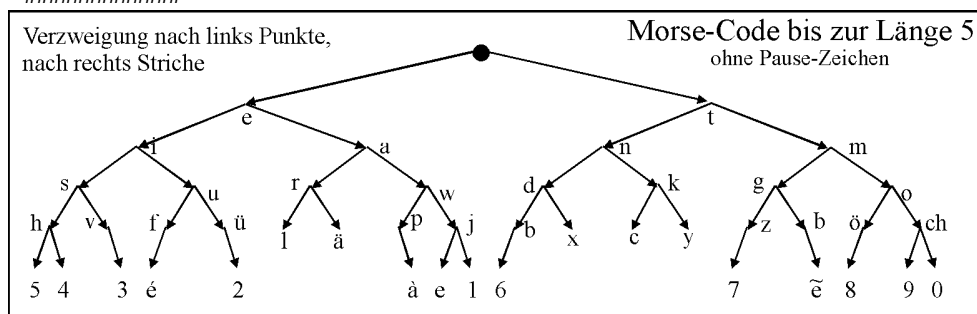
$$H_{\text{total}} \approx m \cdot \text{ld}(n) + \frac{m}{n} \cdot \text{ld}\left(\frac{m}{n}\right)$$

Dieser Wert besitzt ein Minimum für

$$m = n \cdot e^{n-1}$$

Hieraus leitet sich eine optimale Gruppenbildung im Sinne von Superzeichen nach der Tabelle ab.

#####



Teiltabelle verwenden.

a	d	e	h	i	l	n	r	s	w
..	...	.		..		..	...	...	

Zeichenfolge: ergibt u.a.:
 seinen adel herr viel ies nah d

1Decodierbarkeit

■ Sondertrennzeichen

Morsecode zusätzlich Pausen.

Allgemein spezielle Zeichen zur Tennung z.B.

asynchrone seriellles Protokoll (V24 usw.) „Mark“ und Stoppbit

synchronübertragung spezielles, meist langes Codewort.

Sprache: „Zitat“ und „Ende des Zitats“

Interpunktionszeichen der Schrift

NS-Zeit im KZ Künstler sprachliche Laute: „“ bum, „“ peng,

„; bum-peng, „!“ sching-bum, „?“ tütelit-bum, „-“ tatütata.

Goethes „Erlkönig“.

- **Gleichmäßiger Code.** alle Codewörter gleich lang.

ASCII-Code = 8 Bit; Postleitzahlen, Kontonummern einer Bank

Telefonnummern einer Stadt. Genetischer Code 3 Sequenzen

Dennoch eventuell Startzeichen notwendig.

- **Präfix-Code** = irreduzibel, kommafrei oder natürlich.

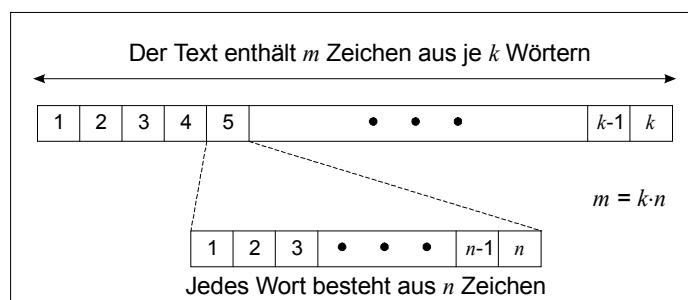
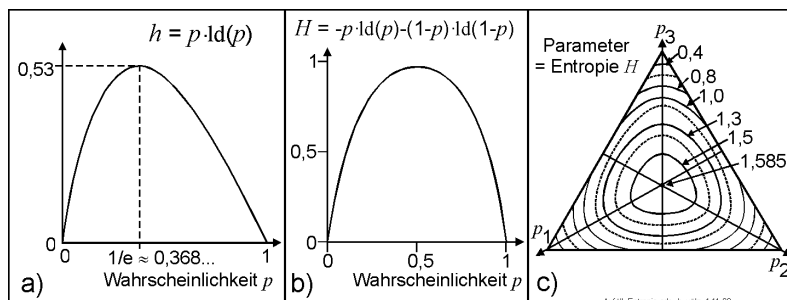
Kein Code-Wort darf der Anfang eines anderen sein.

Shannon, Fano, Huffman: Kodebaum nur Endknoten.

nicht lesbar

IMPRAKTISCHENLEBENISTMIRKEINBEISPIELHIERFÜRBEKANNTBEREITSALLEZUSAMMENGESETZT
ENWÖRTERWIDERSPRECHENVOLLDIESEMPRINZIP.

impraktischen leben ist mir kein beispiel hierfür bekannt bereits alle zusammengesetzten wörter widersprechen voll dies em prinzip



Eine Anwendung der Ergebnisse führt zum Begriff Superzeichen, der von Felix Cube eingeführt wurde. Ein Text sei gemäß dem folgenden Bild aufgebaut, z.B. aus siebenstelligen Telefonnummern

Dann besitzt jedes Wort eine Einzel-Entropie (gleichverteilt = statt $\approx$)

$$H_1 \approx n \cdot \text{ld}(n)$$

Alle Wörter liefern folglich

$$H_2 \approx m \cdot \text{ld}(n)$$

Wörter können auch zu einem Text zusammengefügt werden. Dafür gilt

$$H_3 \approx k \cdot \text{ld}(k)$$

Beides zusammen ergibt wegen $k = m/n$

$$H_{total} \approx m \cdot \text{ld}(n) + \frac{m}{n} \cdot \text{ld}\left(\frac{m}{n}\right)$$

Dieser Wert besitzt ein Minimum für

Wortlänge	Gruppen- größe
6 (5,44)	2
23 (22,2)	3
81 (80,3)	4
273	5
891	6
2824	7
8773	8
26829	9
81031	10

$$m = n \cdot e^{n-1}$$

Hieraus leitet sich eine optimale Gruppenbildung im Sinne von Superzeichen nach der Tabelle ab.

Goldener Schnitt

4 unterschiedliche Quellen: Pentatonik (Griechen), Ästhetik (Mittelalter), Fibonacci-Zahlen (1202), Auffälligkeit (H. Frank ca. 1965).

Konstruktion für goldenen Schnitt: Grundlinie; halbe Länge rechts nach oben; von dort zum Dreieck verbinden Und Kreisbogen mit der halben Länge; Vom linken Basispunkt Kreisbogen durch den Punkt auf der Diagonalen; Schnittpunkt auf Grundlinie teilt diese in Major und Minor und es gilt: Länge der Grundlinie : Major = Major : Minor: $(\sqrt{5} - 1)/2 = 0,618033988$

Babylonier kannten bereits die Konstruktion des regelmäßigen Fünfecks mit Zirkel und Lineal

Griechen: Konstruktion des regelmäßigen Secks mit Zirkel und Lineal: bekannt seit den Babyloniern, von dort zu den Griechen.

Pythagoräer verbanden alles was mit 5 zusammenhängt auch mit Hochzeit, wegen Summe von 2 = weiblich und 3 = männlich

Seck führte so schrittweise zur Pentatonik der Griechen.

Ab Plutarch nannten Pythagoräer 5 auch Natur weil alle Potenzen von 5 wieder auf 5 enden (gilt sonst nur für 6, automorphe Zahlen).

Es gibt 5 *Platonische Körper*: Tetraeder (4 Dreiecke), Würfel (6 Quadrate), Oktaeder (8 Dreiecke), *Dodokaeder* (12 Fünfecke), Ikosaeder (20 Dreiecke).

Mittelalter

entdeckte man den Goldenen Schnitt für die Kunst und gestaltete danach Bilder. [TUC]. Auch Dürers Melancholie mit Dodokaeder ist hier zu nennen.

Von einem *Goldenem Rechteck* spricht man, wenn man dies fortschreitend in Quadrate nach dem Goldenen Schnitt teilt. Es gibt hierzu viele weitere Konstruktionen.

Fibonacci-Zahlen 1202

Leonhard von Pisa, genannt Fibonacci untersuchte im Buch „Liber abaci“ Vermehrung von Kaninchen: Ein Mann setzt ein Kaninchenpaar in einen Käfig. Wie viele Kaninchen ergeben sich nach einem Jahr, wenn jedes Paar von Kaninchen pro Monat ein neues Paar erzeugt, daß sich seinerseits im zweiten Monat fortzupflanzen beginnt? Kaninchen werden als unsterblich angenommen.

1877 nannte Eduard Lucas die Folge Fibonacci-Folge:

$F(1)=1$, $F(2)=1$ und $F(n)=F(n-1)+F(n-2)$ ergibt:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,

Berechnung der Fibonacci Zahl auch gemäß

$$F(n) = \frac{(1 + \sqrt{5})^n - (1 - \sqrt{5})^n}{2^2 \cdot \sqrt{5}}$$

Die Reihe: 1:2; 2:3; 3:5; 5:8; 8:13 usw. konvergiert gegen $(\sqrt{5} - 1)/2 = 0,618033988$

Weitere mathematische ausdrücke betreffen Kettenbrüche

$$x = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \dots}}}}$$

Liefert mit $a = b = c = d = e = \dots = 1$ $(1 + \sqrt{5})/2$

Auffälligkeit (H. Frank ca. 1965).

Fechner Untersuchung über „schönste Rechtecke“. Heute wegen DIN-Formate wahrscheinlich verändert

Helmar Frank untersucht Maximum des Terms $-p \cdot \ln(p)$ der Shannon-Entropie:

Liegt bei $p = 1/e \sim 0,367879441$, $1 - 1/e = 0,632120558$, Er macht u.a. Versuche zur:

auffälligsten Farbe, Schönstes Rechteck

Bense-Schule dann zu Synkopen bei Jazz und

Bach 3. Brandenburgisches Konzert 5. Satz von 310 Takten 124 Synkopen, Iphigenie

Amselm Feuerbach, MARC Gelbe Pferde

Edgar Ellen Poe: von 24 Vokalen 8mal das *e* in:

Hear the *slegdes* with the *bells*, silver *bells*!
What a world of *merriment* their *melody* foretells!

Weiter: *Moles*: Kaufhaus – Waren; *Völz*: Schönheit des Hauses

Vergleich

Zusammenhang	Wert	Verhältnis
Goldener Schnitt	0,618033988...	1 = Bezug =Zähler
Auffälligkeit	0,632120558...	0,9777
DIN-Format	0,707106781...	0,8740

These: Goldener Schnitt = Zirkel-Lineal: Auffälligkeit = physiologisch-psychologisch. Was Fibonacci bedeutet ist in diesem Zusammenhang unklar.

Literatur:

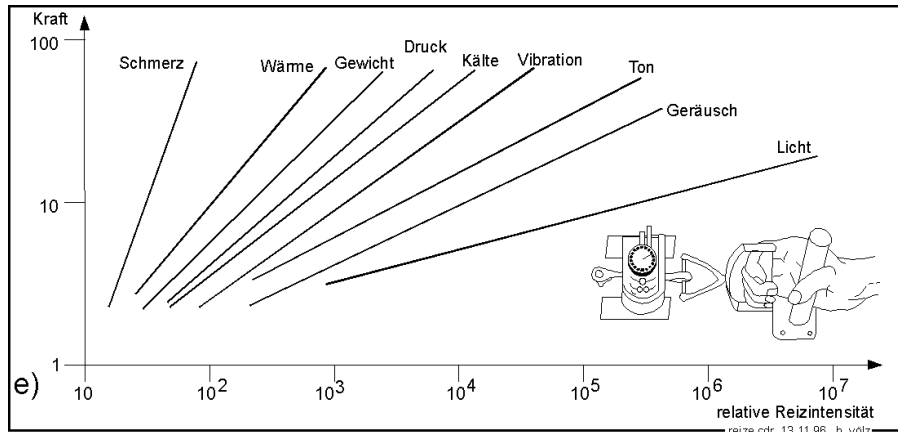
Beutelspacher, A. u. Petri, B.: Der Goldene Schnitt. BI Wissenschaftsverlag, Mannheim - Wien - Zürich 1989
 Bischoff, E.: Mystik und Magie der Zahlen. Fourier, Wiesbaden 1992
 Hagenmaier, O.: Der Goldene Schnitt. Impuls-Verlag. Heidelberg - Berlin 1958
 Löwenberg, H. L. v.: Handbuch der Zahlen und Symbole. Orbis-Verlag, München 1993
 Tucholski, H.: Bildfläche und Maß. Verlag der Kunst, Dresden o.J. [TUC]
 Völz, H.: Computer und Kunst. Urania-Verlag, Leipzig - Jema - Berlin 1990.
 Völz, H.: Grundlagen der Information. Akademie-Verlag Berlin 1991
 Wells, D.: Das Lexikon der Zahlen. Fischer Logo, Frankfurt/M 1990
 Worobjow, N. N.: Die Fibonaccischen Zahlen. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1977

Goldener Schnitt

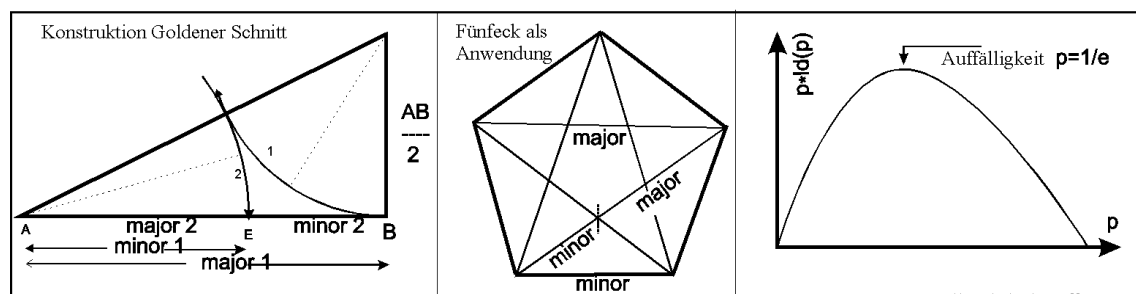
Rationale Näherungen mit Abweichungen gegenüber dem idealen Wert des goldenen Schnittes

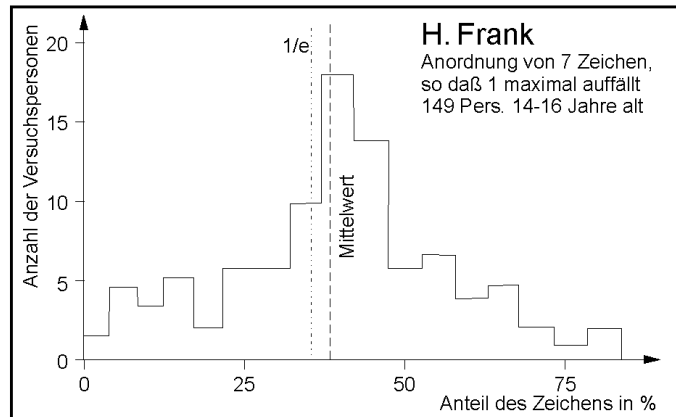
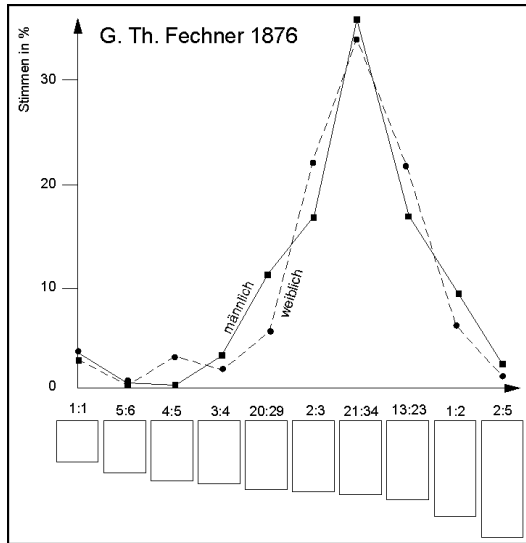
Verhältnis	Goldener Schnitt	Auffälligkeit
2:3	+4,9%	+3,5%
3:5	-1,8%	nicht
5:8	+0,7%	-0,7%
7:11	nicht	+0,4%
8:13	-0,3%	nicht
12:19	nicht	-0,05%
13:21	+0,1%	
21:34	-0,04 %	
34:55	+0,01%	
55:87	nicht	+0,006%
55:89	-0,005%	nicht
67:106	nicht	-0,005%
89:144	+0,0002	nicht
122:193	nicht	+0,0003%

Weber-Fechnersches Gesetz Physischer Reiz R wird logarithmisch als E subjektiv *wahrgenommen* (Stevensches Gesetz) $E = c \cdot R^k$



Art	K	Dynamik
Schmerz	2,13	15 dB
Wärme	0,96	33 dB
Vibration	0,56	50 dB
Schall	0,32	100 dB
Licht	0,21	130 dB

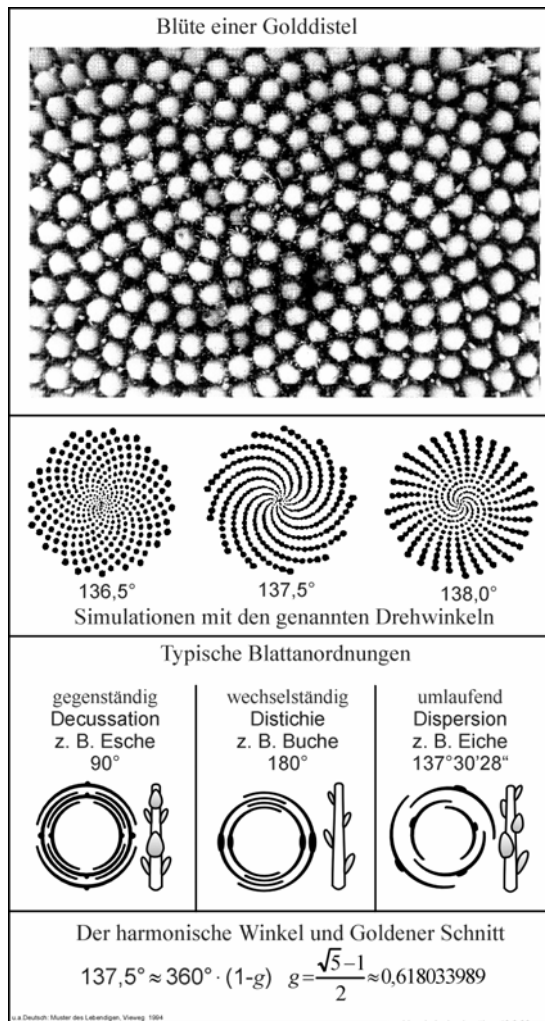


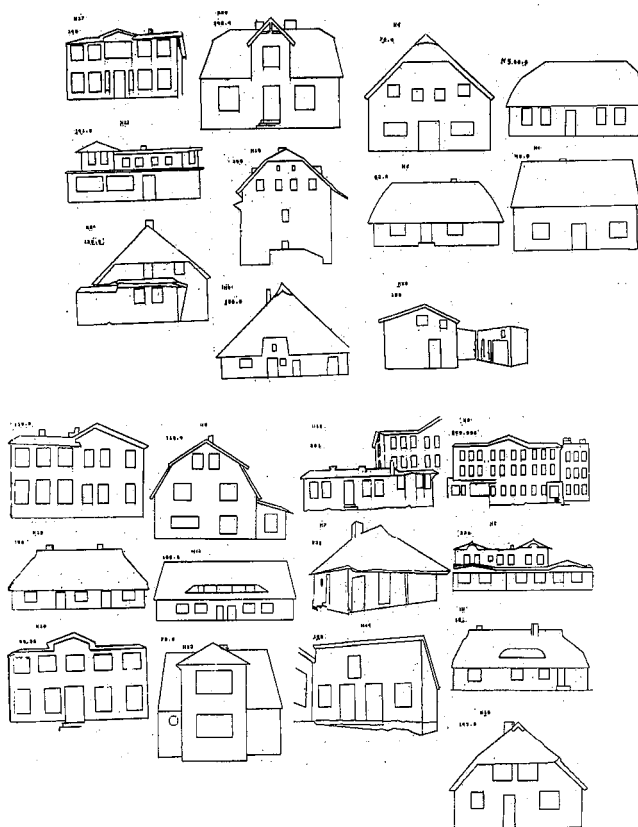


golden.cdr h. völz 9.1.94

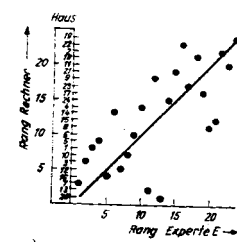
Schlußfolgerung als These

These: Goldener Schnitt = Zirkel + Lineal: Auffälligkeit = physiologisch-psychologisch.
Was Fibonacci bedeutet ist in diesem Zusammenhang mir unklar.

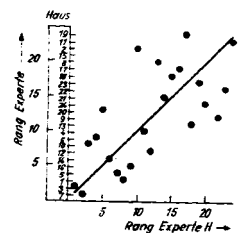


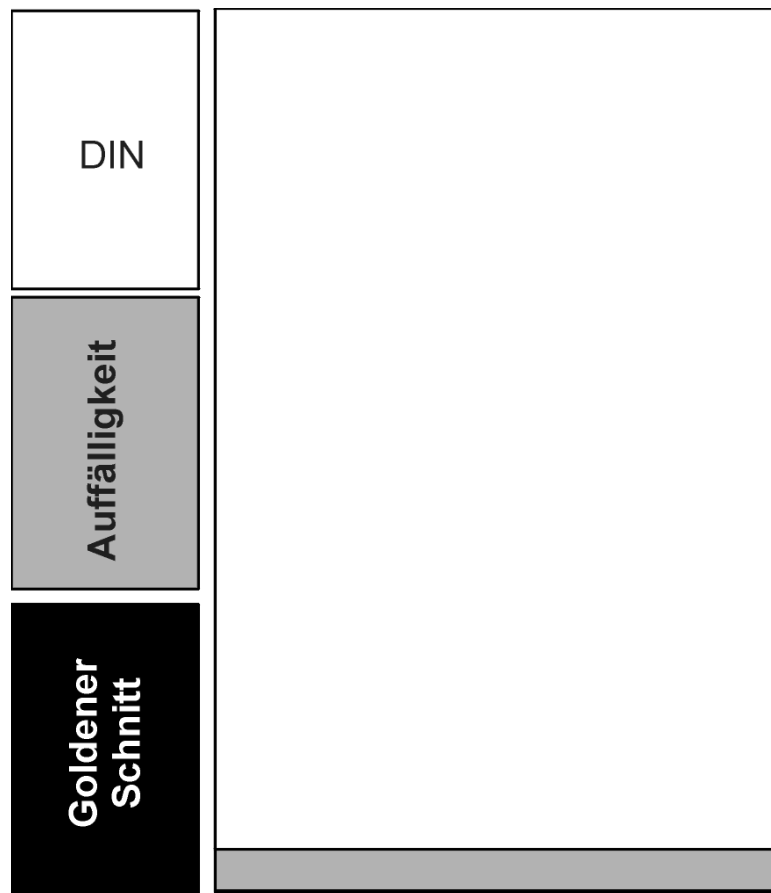


ungünstigste
Rechnung $\leftrightarrow$ Experte

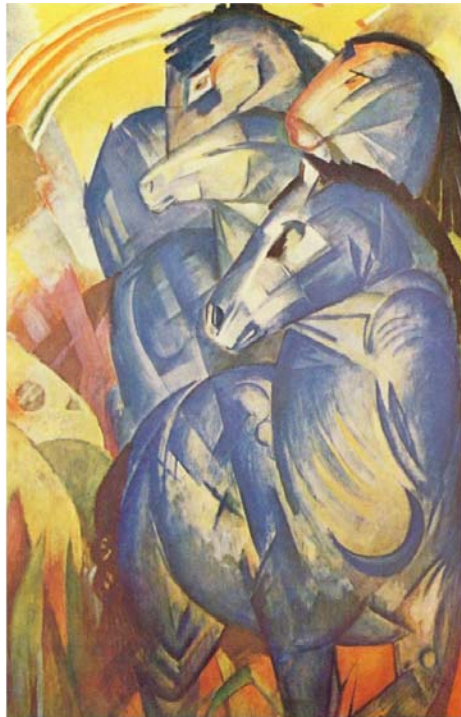


beste
Experte $\leftrightarrow$ Experte





aufgolden.cdr h. völg 14.3.01



Franz Marc: Turm der blauen Pferde 1913, 200x130 cm



Amsehn Feuerbach: Iphigenie II, 1871, 200x132 cm

Zipf und Wahrscheinlichkeit

In der geschichtlichen Entwicklung einer Sprache werden häufig benutzte Wörter meist verkürzt. So sind die häufigsten Wörter meist einsilbig. Aber bei der Weiterentwicklung der Sprachen treten werden solche Mechanismen wirksam, z. B. Automobil zu Auto; Superheterodynempfänger zu Superhet zu Super, Laboratorium zu Labor, Lokomotive zu Omnibus zu Bus Transformator zu Trafo usw. Zusätzlich werden Abkürzungen gebildet und in den Sprachgebrauch übernommen, z. B. E-Werk, Laser, LED, Bit, Elko usw. Dadurch stellt sich immer wieder neu typische Ordnung zwischen der Rangfolge der Wörter und ihren Längen. Sie ist von Helmar Frank (Bd. 1, S.204) experimentell an einem wissenschaftlichen Sammelband mit 10525 Wörtern untersucht (Bild). Hierzu gehört also auch der Erwartungswert der Silbenzahl in Sprachen (Frank I, 200ff; Völz I, 227ff). Es sei dazu l_r die Länge eines Wortes vom Rang r und p_r seine Wahrscheinlichkeit. Dann beträgt der Erwartungswert

$$l_{\text{Erwartung}} = \sum_R p_r \cdot l_r$$

Zipf-Mandelbrotsches Gesetz

Das ursprüngliche Zipfsche Gesetz geht auf Beobachtungen von **Estop** (1916) und George Kingsley **Zipf** (1902-1950; 1949) zurück und hat die einfache Form (auch harmonisches Gesetz genannt)

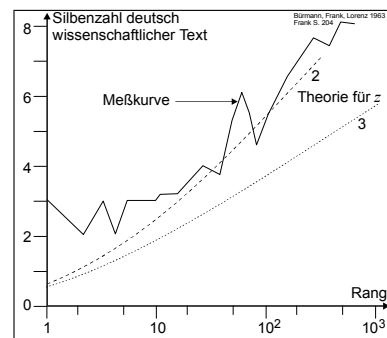
$$p(r) \approx \frac{K}{r}$$

Hierin bedeuten r den Rang des jeweiligen Wortes, K eine Konstante und p die Wahrscheinlichkeit (relative Häufigkeit). Zuweilen wird auch die **Konstante K** über die Anzahl der Klassen R eingefügt

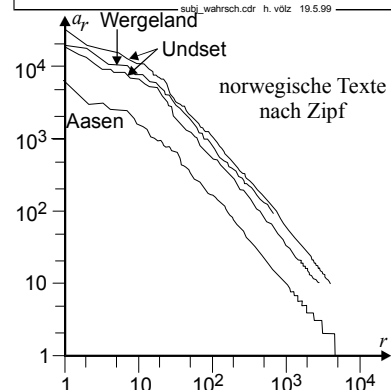
$$p(r) \approx \frac{1}{r \cdot \ln(1,78 \cdot R)}$$

Aus allgemeiner Sicht für viele Elemente des System leitet **Voss** eine sehr ähnliche Beziehung ab

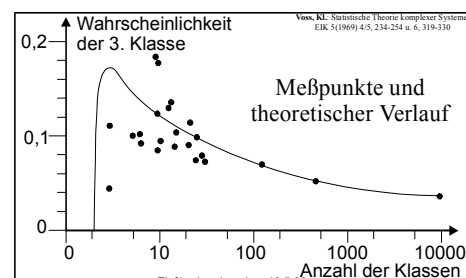
$$p(r) = \frac{1}{Z} \cdot \frac{e^{-\gamma r}}{r}$$



auch
Lok,
die
ein.



Rang



Darin sind Z und γ auffindbare (ableitbare) Konstanten. Hieraus können dann allgemeine Aussagen verschiedener Art gemacht werden. Interessant ist, daß so für den Wert des **dritten Ranges** eine Aussage erhalten wird, die nur von der Gesamtzahl der Ränge R abhängt

#####

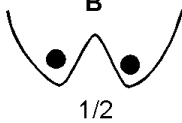
Boltzmann- und Shannon-Entropie

thermodynamisch und informationstheoretisch

Es gibt eine Urne mit zwei Vertiefungen, in die eine Kugel geworfen wird. Dann sei die Wahrscheinlichkeit dafür, in welches Loch sie gelangt, gleich $1/2$




Es werden jetzt zwei ununterscheidbare Kugel geworfen, dann existieren die drei Fälle mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten


Die **Boltzmann**-Entropie berechnet sich gemäß

$$S = k \ln(W)$$

Sie sagt aus, daß der Zustand **B** der wahrscheinlichste ist und bei freier Entwicklung von der Natur angestrebt wird.

Die Schnelligkeit der Entwicklung nimmt der absoluten Temperatur T zu, weil dann mehr Wärmeenergie zur Überwindung von Barrieren zur Verfügung steht.

Die Boltzmann-Konstante k ist nur ein Maßstabsfaktor für viele Atome.

Bei der **Shannon**-Entropie (Neg-Entropie) gilt entsprechend:

$$H = - \sum_{v=1}^n p_v \cdot \lg(p_v)$$

Hier ist also zu rechnen:

$-1/4 \cdot \lg(1/4)$	$(-1/4 \cdot -2)$
$-1/2 \cdot \lg(1/2)$	$(-1/2 \cdot -1)$
$-1/4 \cdot \lg(1/4)$	$(-1/4 \cdot -2)$

das ergibt:

$$H = 1/2 + 1/2 + 1/2 = 1,5$$

und besagt, daß im Idealfall mit 1,5 Entscheidungsfragen der eingenommene Zustand zu bestimmen wäre.

Beide Entropien enthalten also die Wahrscheinlichkeit, aber für unterschiedliche Aussagen
 B-Entropie bestimmt das Auftreten eines Zustandes und die Tendenz der Natur
 S-Entropie bestimmt die Unsicherheit, daß heißt den minimal nötigen Aufwand zur Bestimmung **eines** Zustandes.
 Auf keinen Fall gilt so etwa wie S-Entropie + B-Entropie = konstant

B-T-Entropie.cdr h. völg 19.11.01

kontinuierlich; Ursprung lateinisch:

continens bzw. **continuus**: zusammenhängend, angrenzend an, unmittelbar folgend, ununterbrochen, jemand zunächst stehend

Continuare: aneinanderfügen, verbinden, fortsetzen verlängern, gleich darauf, ohne weiteres

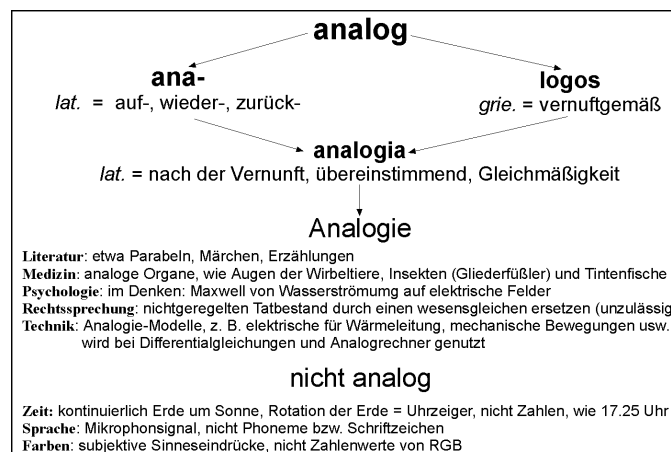
contingere: berühren, kosten, streuen, jemandem nahe sein, beeinflussen.

Mathematik: Kontinuum der reellen Zahlen gesprochen. zwischen zwei Zahlen gibt es immer eine weitere

Physik: Kontinuumsmechanik berücksichtigt nicht die Mikrostruktur der Materie.

Signale: besitzen Möglichkeit zu beliebigen Zwischenwerten, **aber** gleichzeitig bezüglich *Zeit und Amplitude* (Energie)

Umgangssprache: nicht vorhanden



analogie.cdr h. völg 27.2.07

verwandt mit **stetig**

etymologisch: von stehen verwandt mit stet, stets. das Gegenteil von unstet.

Mathematik: spezieller als Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Umgangssprache: beharrlich, ununterbrochen, ständig
diskret; Ursprung lateinisch

discretion: Unterscheidungsvermögen, Urteil und Entscheid

discretus: abgesondert, getrennt

discernere: scheiden, trennen, unterscheiden, beurteilen, entscheiden
im 16. Jahrhundert in die deutsche Sprache

Physik Größen, die sich nur in endlichen Schrittweiten ändern.

Mathematik: etwas zerfällt oder gliedert sich in einzelne Punkte oder Elemente

Signal: ist nur endlich vieler, meist genau definierter Werte fähig.

Umgangssprache: taktvoll, rücksichtsvoll, zurückhaltend, unauffällig, unaufdringlich, vertrauensvoll, geheim, verschwiegen.

Quant, Quantisieren; Ursprung lateinisch

quantitas: Größe, Anzahl

quantum: wie viel, so viel wie, inwieweit, irgendwie

Physik: Quant feststehende natürliche Energiegröße, insbesondere Quantenphysik, Quantenmechanik, Quantenchemie, Quantenbiologie, Quantenzahl, Lichtquant.

Philosophie: Zusammenhang von Quantität $\leftrightarrow$ Qualität

Signal: bezieht sich auf das Erzeugen der diskreten Amplituden, Zeitpunkte (Takte) Diskrete Signale Gegebenheit, quantisierte aus kontinuierlichen erzeugt

Umgangssprache: Quantität $\approx$ Menge, Qualität $\approx$ Güte

Digital; Ursprung lateinisch

digitus: Finger

Inhaltlich: zählen, ziffernmäßig, in Zahleneinheiten angeben.

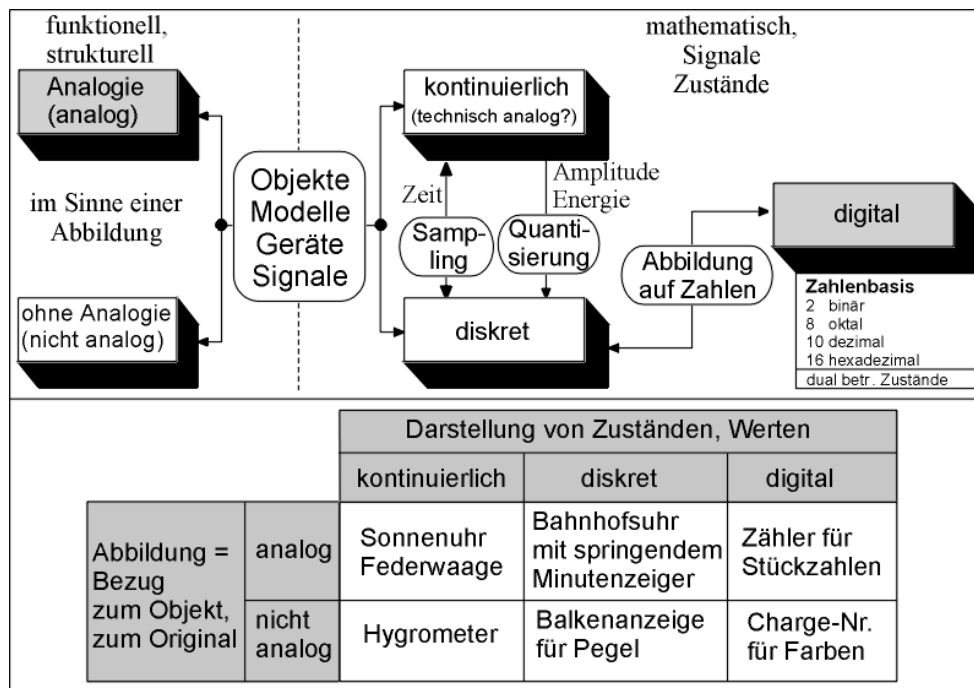
Biologie: digitalis Pflanze Fingerhut

Englisch: alte Maßeinheit Fingerbreite = 18,5 mm

Signal: wichtig Zahlenbasis für Zahlendarstellung, daher binär (Basis 2), oktal 8, dezimal 10 und hexadezimal 16.

physikalischen Zustände: können abweichen, da zum Signal hin viele Codierungen möglich. z. B. dual bei zwei physikalische Zuständen

BCD = binär codierte Dezimalzahl.



anadigi.cdr h. vözl 27.2.97, 20.6.99