

Möglichkeiten, Anwendungen und Grenzen von Visualisierung und Sonifikation Teil 4

Dieses Material beruht u. a. auf den Büchern:

Völz, H.: Das Mensch-Technik-System. Expert-Verlag, Renningen - Malsheim 1999 + Linde-Verlag

Völz, H.: Handbuch der Speicherung von Information Bd. 2 Technik und Geschichte vorelektronischer Medien.
Shaker Verlag Aachen 2005

Letzteres ist auch auf der CD enthalten:

Völz, H.: Wissen - Erkennen - Information. Datenspeicher von der Steinzeit bis ins 21. Jahrhundert. Digitale Bibliothek Bd. 159,
Berlin 2007

Eingearbeitet wurden u.a.: SichtbarMachen1. 3.3.13: 12.559.641; Fraktalnetz 13.04.09 2.687.172

Weitere Literatur am Ende

Bei Angabe der Quelle ist das Material zum privaten Gebrauch voll nutzbar

Bei kommerzieller Nutzung bzw. in Publikationen usw. ist eine Abstimmung mit mir notwendig

Bilder in höherer Qualität sind verfügbar als: ca. 2000×3000 Pixel oder *.cdr Version 12

Material downloadbar von: www.horstvoelz.de

Email: [h.voelz\(at\)online.de](mailto:h.voelz(at)online.de)

Prof. Dr. Horst Völz, Koppenstr. 59, 10243 Berlin, Tel./Fax 030 288 617 08

Abgrenzung

Einleitend wird gezeigt, wie die Räumlichkeit mittelbar im 2D-Bild zu erkennen ist. Ergänzend werden (starke) perspektivische Verzerrungen und mögliche Fehl-Interpretationen sowie automatische Ergänzungen von nicht Sichtbaren behandelt. Nur kurz wird auf Konstruktionszeichnungen und geografische Abbildungen eingegangen. Innere Bilder, Eidetik, extreme kulturell wirksame Bilder werden ergänzt. Dann folgen die mathematischen bestimmten Bilder der Geometrie (Kegelschnitte). Es folgt ein Übergang zur „Wahrheit“ und der Macht von Bildern (auch bzgl. Religion und abstrakte Bilder). Umfangreicher werden die analytische Mathematik und insbesondere die Fraktale mit einem Übergang zur Katastrophentheorie behandelt. Nach einer Systematik der Bilder wird etwas auf die Geschichte und Wirkung der Bilder eingegangen.

Von der 3D-Realität zum 2D-Bild

Hierfür existieren hauptsächlich drei Wege bzw. Methoden:

- Benutzung **technischer Geräte**, insbesondere Fotoapparate, z. Z. Scanner usw.
Im Prinzip kann hierzu auch ein Schattenbild gezählt werden.
Bei der Fotografie sind Perspektive (Standort) und Bildausschnitt (Brennweite) deutlich zu unterscheiden.
meist entstehen so automatisch Bilder, die eine Raumvorstellung ermöglichen.
- **Manuelles Zeichnen, Malen und Skizzieren**, insbesondere für künstlerische Bilder
mit z. T. erheblicher „Verfremdung“ (u. a. Impressionismus, Karikatur und Satire) bis zum „Abstrakten Bild“.
Generell kann dabei nicht Dargestelltes subjektiv sehend ergänzt werden.
- **Rechnerische Umsetzungen**, insbesondere durch **Projektionen**, z. B. als Abbildung der Erde, des Mondes usw.
auf Land- und Seekarten. Sie sind auch für reine 2D-Bilder anwendbar.

Die **räumliche Realität** wird meist durch zusätzliche **Effekte und Techniken** mittelbar hervorgerufen.

So gibt es mehrere **Varianten der Perspektive**, bis zu weitgehenden **Verzerrungen**, z. B. über gekrümmte Spiegel.

Indirekt ermöglichen das auch **Konstruktionszeichnungen** mit Auf-, Seitenriss usw., Doch **nur geübte Techniker** können sich dabei die 3D-Gebilde vorstellen.

Probleme können Bilder mit räumlich **inkonsistenten Bildern** hervorrufen, z. B. von M. C. Escher.

Mittelbar dazuzählen sind auch **Umschlagbilder** und **Suchbilder** in denen Objekte absichtlich „versteckt“ wurden.

Wichtige Begriffe der bildlichen Darstellungen

Für die Darstellung der 3D-Welt auf 2D-Medien sind einige spezifische Begriffe notwendig. Sie sind hier zusammengefasst und sehr einfach erklärt. Ihre genauere Beschreibung – vor allem von Projektion und Perspektive – erfolgt später.

Flucht-Linie, -Punkt: Parallelen in der 3D-Welt konvergieren gemäß den Fluchtlinien zu einem Fluchtpunkt.

Horizont griechisch horízōn (kýklos) begrenzend (er Kreis, Gesichtskreis), horízein begrenzen, hóros Grenze, Grenzstein, Ziel. Weit entfernte, meist waagrechte Begrenzungslinie zwischen Himmel und Erde; übertragen auch Gesichtskreis und geistiges Fassungsvermögen.

Perspektive lateinisch perspicere hindurchschauen, deutlich wahrnehmen $\approx$ mit dem Blick durchdringen, deutlich sehen. Sie erfasst u. a. die Größen- und Formänderung von Objekten gemäß ihrer Entfernung und dem Blickwinkel; übertragen auch Aussicht für die Zukunft.

Projektion lateinisch proicere, hinauswerfen, hinwerfen. Sie betrifft hauptsächlich die Abbildung von Objekten durch Lichtstrahlen. Zusätzlich existieren andere Bedeutungen in Informatik, Kartografie, Mathematik, Nervensystem, Psychoanalyse und Sprachwissenschaft.

Sehstrahl bzw. **Lichtstrahl:** geradlinige Richtung (Gerade) unseres Blickes bzw. der Ausbreitung einer stark gebündelten Lichtquelle.

Technische Bild-Aufnahmen

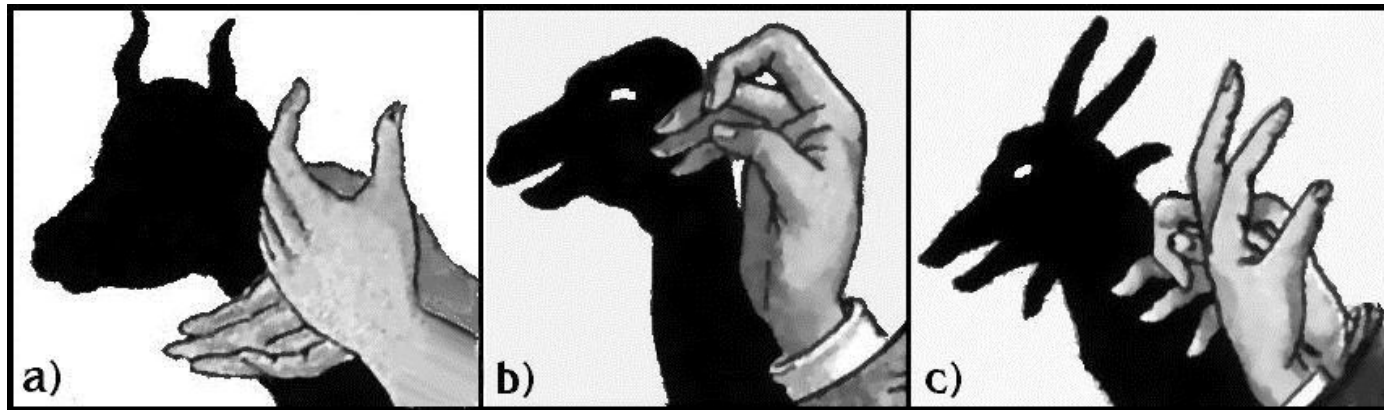
Beim Scanner liegt die besonders übersichtliche Parallel-Projektion vor. Genauer wird sie später behandelt.

Eine sehr anschauliche Projektion erfolgt beim *Schattenbild*, -riss, -spiel.

Es tritt u. a. beim (chinesischen) *Schattentheater* und *Scherenschnitt* auf.

Bei einem so ausgeführten Portrait wird auch von einer *Silhouette* gesprochen (E. de Silhouette, 1709 – 1767)

Trotz der Einfachheit sind Schattenbilder nicht immer leicht zu interpretieren.



Recht umfangreich sind dagegen die Möglichkeiten bei der *Fotografie*.

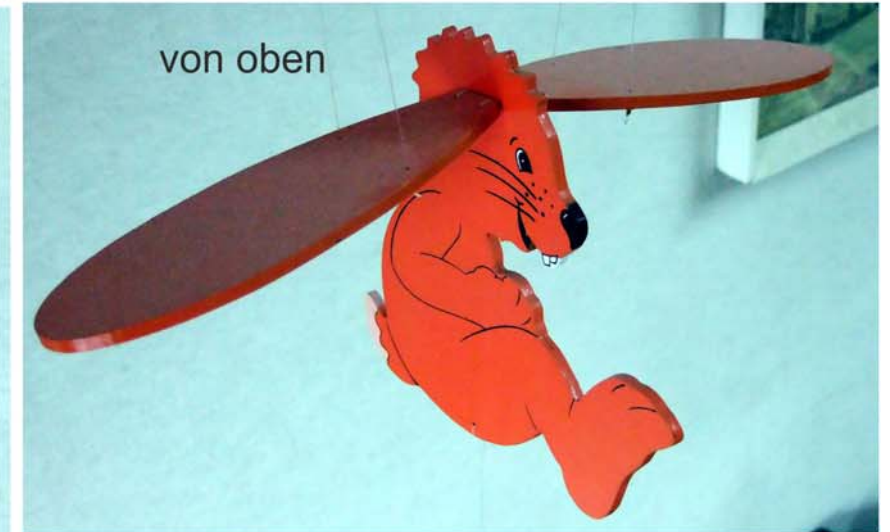
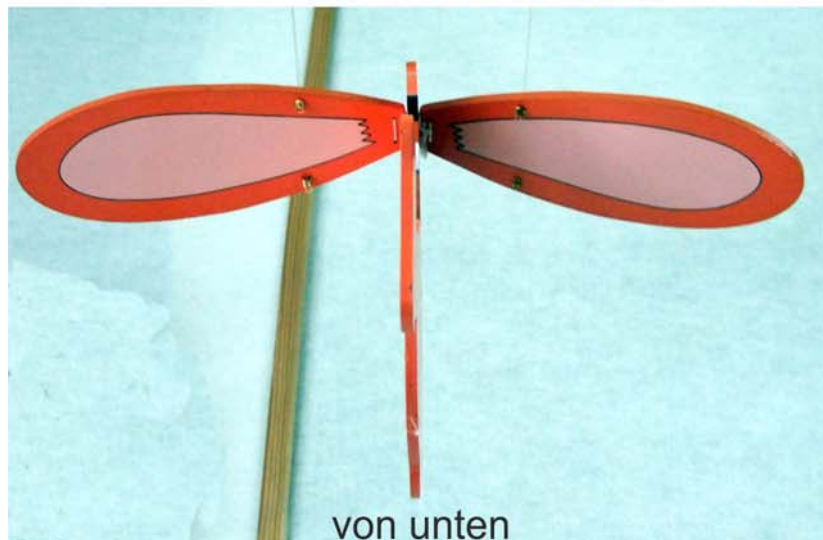
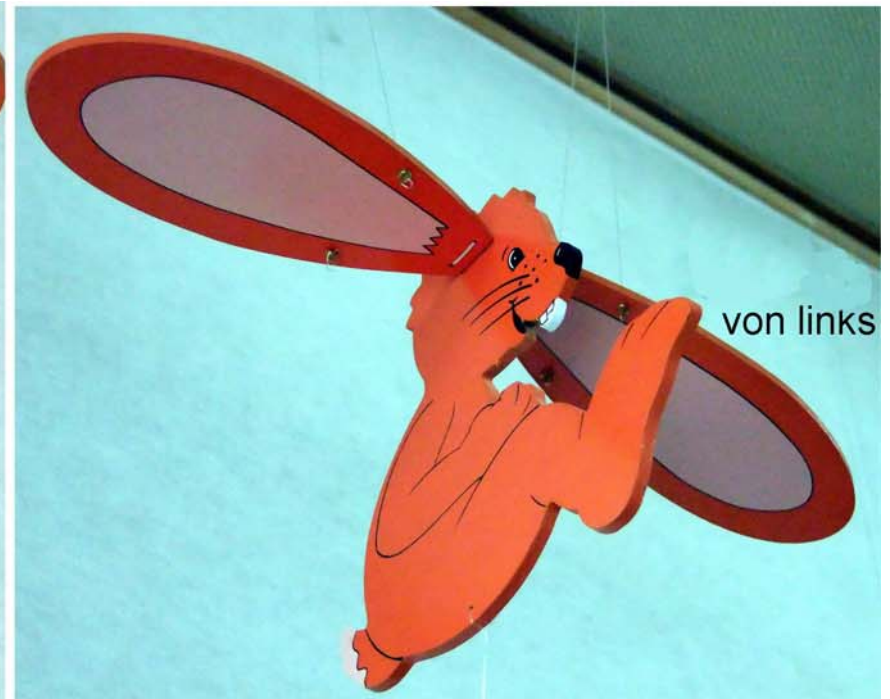
Hier können *Standort* und *Brennweite* verändert werden.

Dabei ändern sich kombiniert der *Bildausschnitt*, sowie der *Hinter-* und *Vordergrund*.

Hier blieb
der **Stand-
ort** der
Kamera
beibehal-
ten. Es
wird nur
die **Brenn-
weite** und
damit der
Ausschnitt
geändert;
*die Per-
spektive
bleibt
erhalten*



Bei gleich
bleibender
Brennweite und
Entfernung wird
der *Standpunkt*
geändert.
Es entstehen
unterschiedliche
Ansichten $\approx$
Perspektiven.



Brennweite und Abstand werden so geändert, dass der gewünschte Ausschnitt möglichst gleich bleibt.

Besonders auffällig ist, dass sich dabei der aufgenommen Hintergrund stark ändert. Er rückt immer weiter zurück und immer mehr wird sichtbar.



Teleobjektiv



Normal

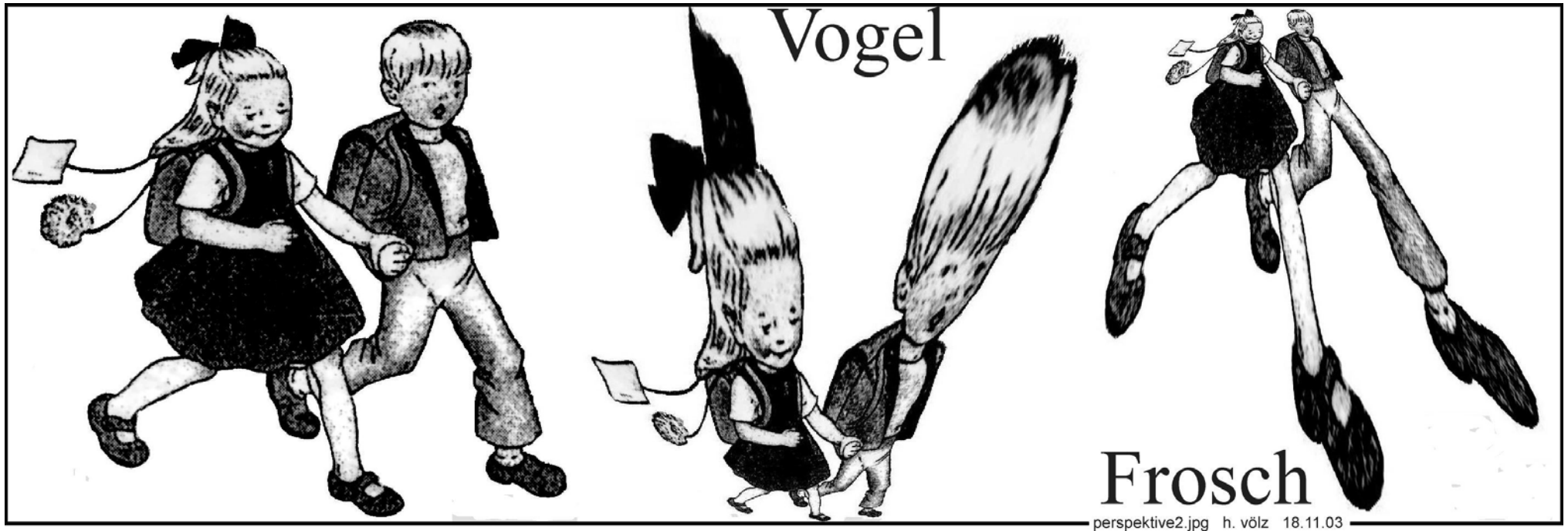
Bilder aus unterschiedlicher Entfernung bei etwa gleichem Bildausschnitt



Superweitwinkel

Es ändert sich der Tiefeneindruck

Übertreibung der Perspektive mit Computergrafik



Unterschiedliche Projektionen

Bei **parallelem Licht** sind zu unterscheiden:

- Bei der **Orthogonal-Projektion** fällt das Licht senkrecht auf die Bildfläche,
- die **Parallel-Projektion** entsteht bei beliebig schräg auftreffendem Licht.

Eine **Zentral**-Projektion liegt bei einer punktförmige Lichtquelle, also divergierendem Licht vor.

Zu dem entsprechenden **Lichtkegel** gehört eine Strahlrichtung zur Bildfläche.

Sie ähnelt unserem **Sehstrahl**. Der Ort Z der Lichtquelle ist dann der Konvergenz- bzw. **Flucht-Punkt** des Gesehenen.

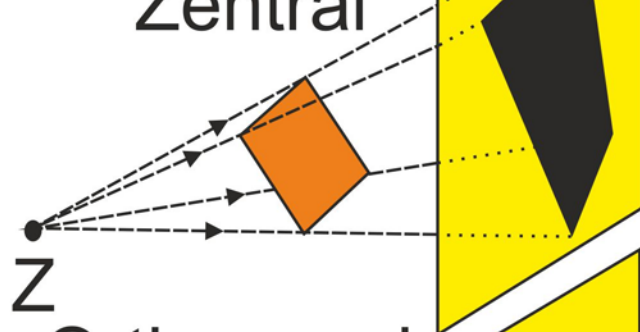
Es ist leider schwierig die 3D-Realität **perspektivisch** richtig in ein 2D-Bild zeichnend zu übertragen.

Daher erfanden die Künstler bereits im 17. Jh. die Übertragung mittel eines **Draht-Gitters**.

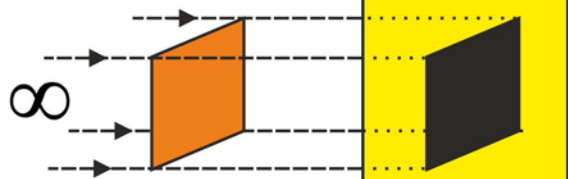
Der Fluchtpunkt ist dann der **unendlich ferne Punkt**, zu dem alle Linien hin streben (später = Zentralperspektive).

ähnelt Seh-Strahlen

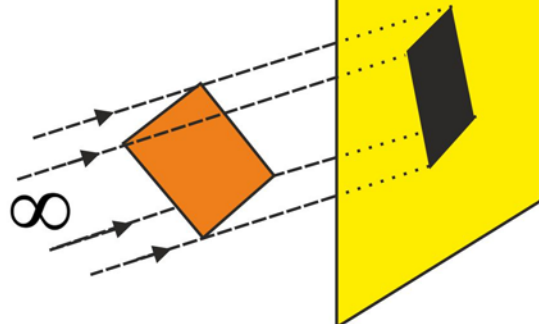
Zentral



Orthogonal



Parallel

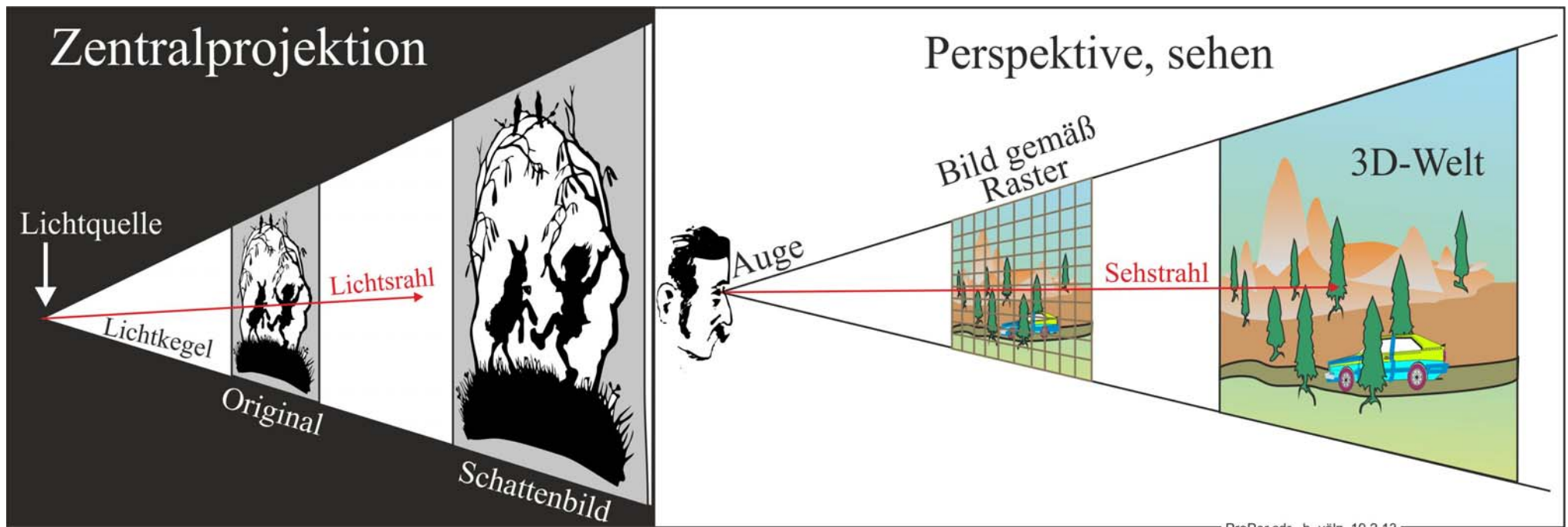


Projektionen



Projektion $\Leftrightarrow$ Perspektive

Formal kann ein „scheinbares“ flächiges Bild dem Drahtgitter (Raster) zugeordnet werden.
Dann besteht eine beachtliche Analoge zwischen der Projektion und der gesehenen Perspektive.
Perspektive kann dabei als die Anordnung der Objekte der 3D-Welt auf dem 2D-Bild interpretiert werden.



Zum scheinbar „räumlichen“ Zeichnen

Bereits bei Römern war *räumliches Zeichnen* bekannt. Dies belegen u. a. Bilder aus Pompeji.

Dieses Wissen ging jedoch im Mittelalter infolge der *Bedeutungs-Perspektive* (s. u.) verloren.

Im 11. Jh. befassten sich arabische Gelehrte mit der *Camera obscura* (lateinisch dunkler Raum).

Um 1400 begannen italienische Renaissance-Künstler ein intuitives Verständnis für Raumtiefe zu entwickeln

Zwischen 1417 und 1420 entdeckte FILIPPO BRUNELLESCHI (1377 - 1446) durch Experimente die *Zentralperspektive*.

Die florentinischen Maler MASACCIO (Tommaso Cassai, 1401 - ca. 1427) und Paolo UCCELLO (Paolo Di Dono, um 1397 - 1475) schufen als erste nach seinen Regeln zentralperspektivische Gemälde.

1436 zeigt LEON BATTISTA ALBERTI, wie mit mathematischen Methoden perspektivische Wirkung zu erzielen sei.

Auch LEONARDO DA VINCI (1452 - 1519) hat Camera Obscura und Optik-Gesetze viel zur Perspektive beigetragen.

1525 veröffentlichte ALBRECHT DÜRER (1471 - 1528) „Underweysung der messung mit dem zirckel un richtscheyt“.

Es enthält die erste Zusammenfassung der mathematisch-geometrischen Verfahren für die Zentralperspektive.

Um 1600 lehrte G. UBALDI wie sich Geraden in einem unendlichen fernen Punkt treffen.

1640 versuchte G. DESARGUES erstmalig die Zusammenhänge zu erklären.

1750 zeigten B. TAYLOR und J. H. LAMBERT wie sich die einzelnen Fluchtlinien einer Ebene im Fluchtpunkt vereinigen.

Fluchtpunkte und Horizont

Besonders übersichtlich sind die perspektivischen Zusammenhänge bei einem *Würfel* oder rechteckigen *Quader*. Sie besitzen parallel verlaufende und senkrecht aufeinander stehende *Kanten*.

Durch die Abbildung auf eine Fläche, werden diese Parallelen oft zu einem *Fluchtpunkt konvergieren*.

Je nach dem Ort und der Orientierung des Körpers im Raum können dabei *1 bis 3 Fluchtpunkte* auftreten.

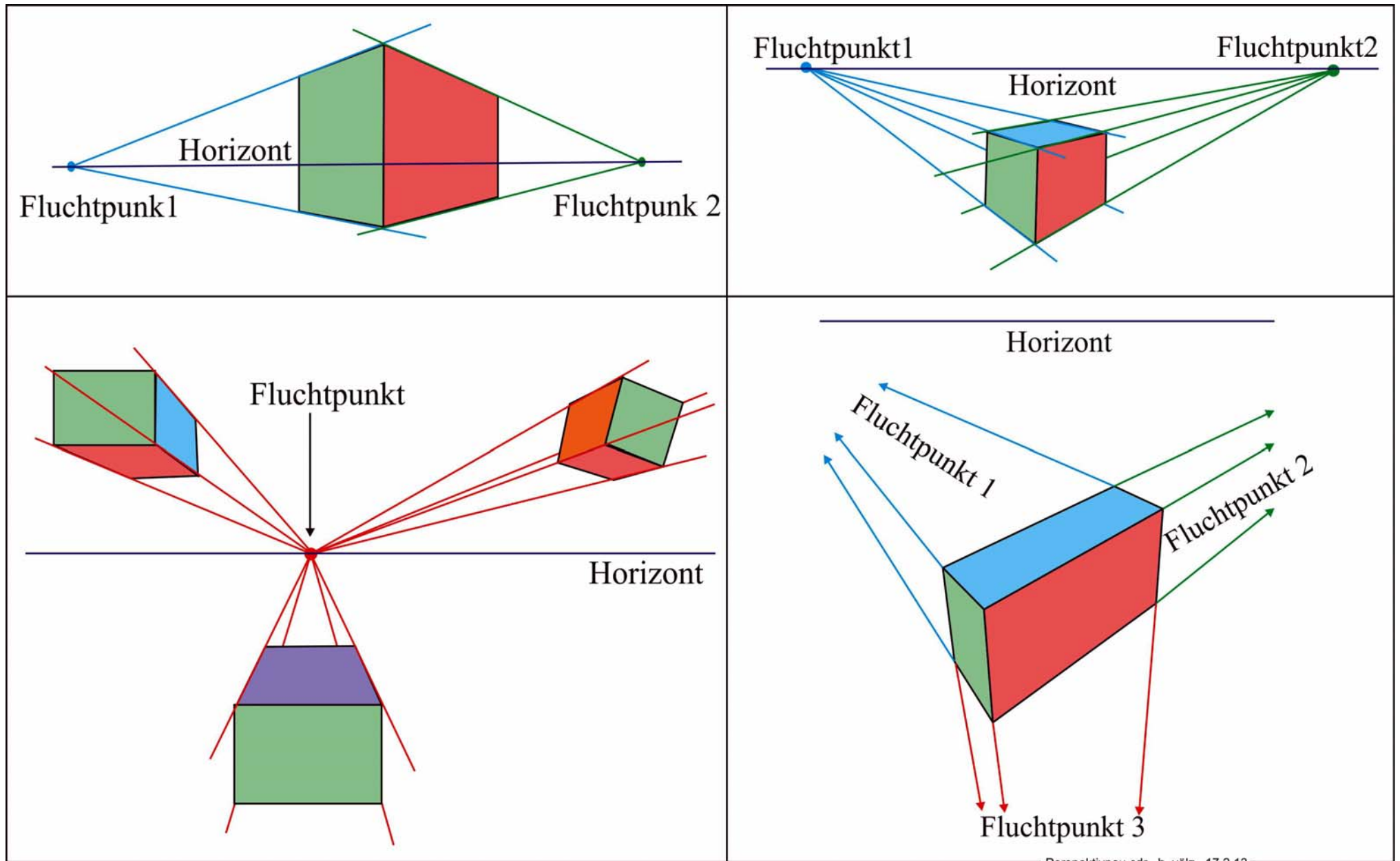
Dadurch können verschiedene *Arten der Perspektive* unterschieden werden.

Besonders bei den 2-Punkt-Perspektiven entspricht die Verbindung der Fluchtpunkte dem *Horizont*.

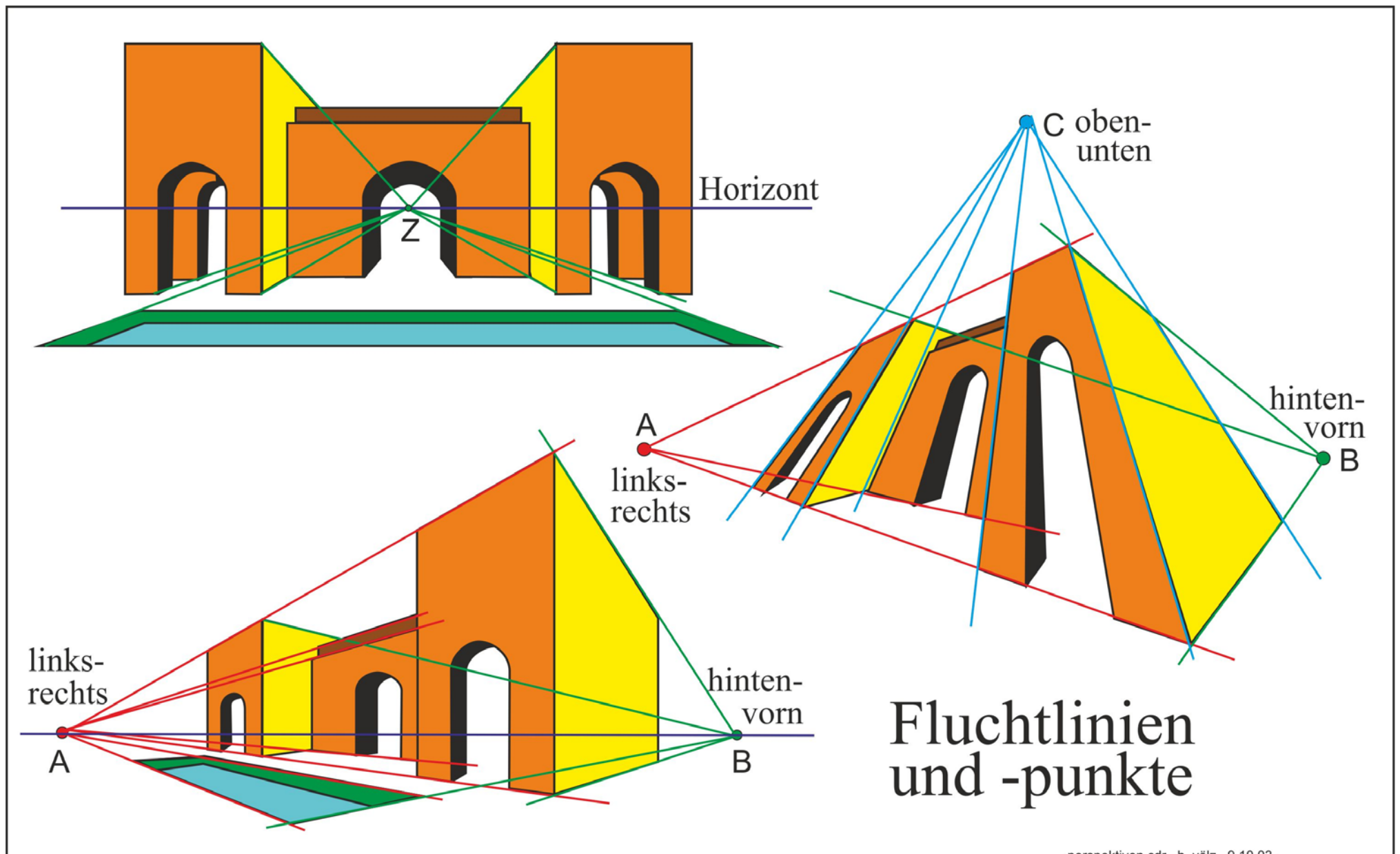
In Bezug zum Körper kann er gleichhoch, höher oder Tiefer liegen.

Je nachdem, ob man auf den Körper von *vorne, oben* (*Vogel-Perspektive*) oder *unten* (*Frosch-Perspektive*) blickt.

Befinden sich mehrere Körper im Blickfeld, so bei entsprechender Anordnung unterschiedliche Fluchtpunkt für die einzelnen Körper möglich.



Perspektivneu.cdr h. völg 17.2.13



Ergänzungen zur Perspektive

Bei der Fotografie bietet die *Schärfentiefe* (Tiefenschärfe) zusätzliche Information zur Räumlichkeit. Insbesondere wird die Ferne unscharf, wenn auf nahe Objekte scharf eingestellt wird. Das kann auch beim Malen und Zeichnen absichtlich genutzt werden.

Die *Luftperspektive* wurde erheblich durch JAN VAN EYCK (um 1390 bis 1441) entwickelt. Dabei ändern sich die *Farbwerte mit der Entfernung* nach bläulicher und heller. Auch Leonardo da Vinci (1452 - 1519) beschäftigte sich mit der Luft- und Farbperspektive. Mit der Entfernung ändern sich dabei neben den Farben und Helligkeiten auch die Konturen.

Zum räumlichen Sehen tragen auch *Schattenbildungen* und *Verdeckung* entfernter Objekte durch davor befindliche bei.

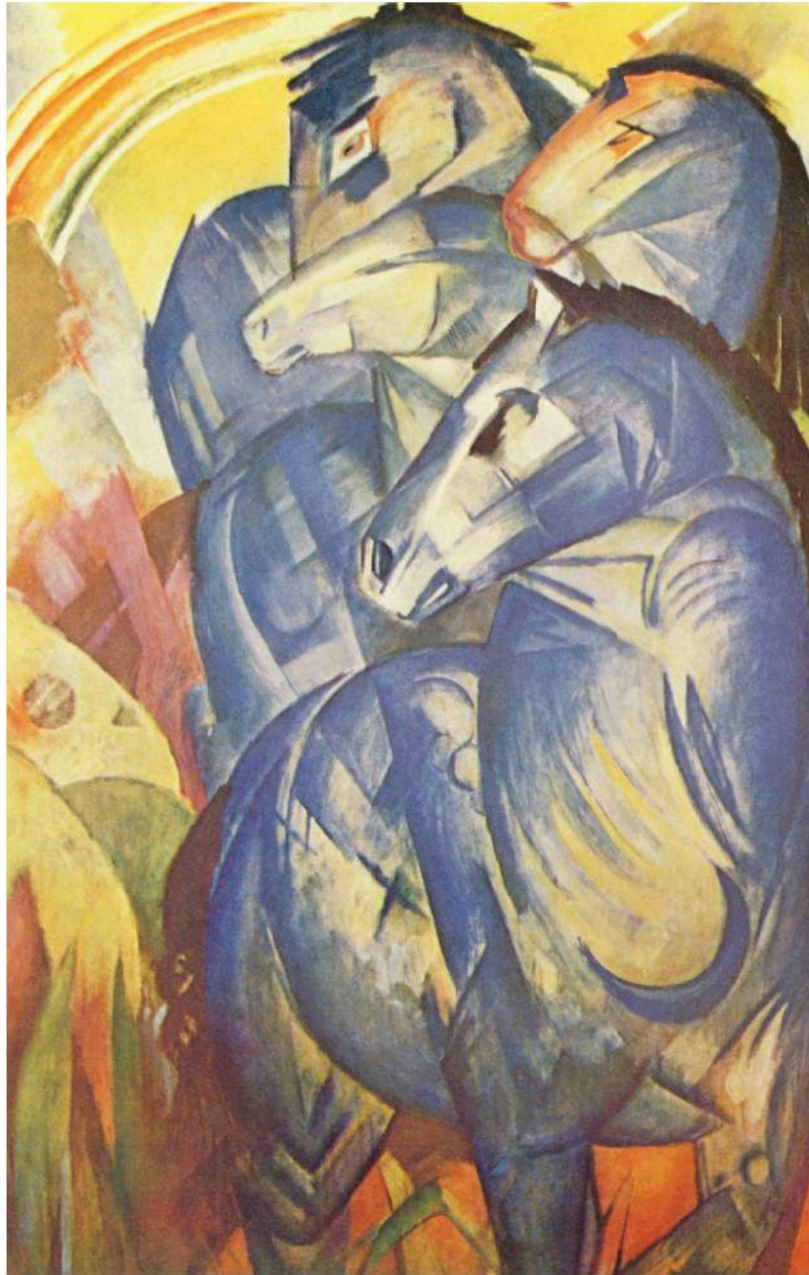
Nicht geometrische Perspektiven

Im Altertum gab es noch keine vollständig schlüssige Darstellung der räumlichen Perspektive. Die damals bereits gemachten Erfahrungen wurden aber im Mittelalter durch eine *Bedeutungsperspektive* ersetzt. Hierbei werden zu betonende Details – meist religiöse Werte oder Personen - vergrößert hervorgehoben. Ähnliches geschah zuweilen auch für selbstgefällige Machthaber. Solche Varianten haben heute kaum noch Bedeutung.

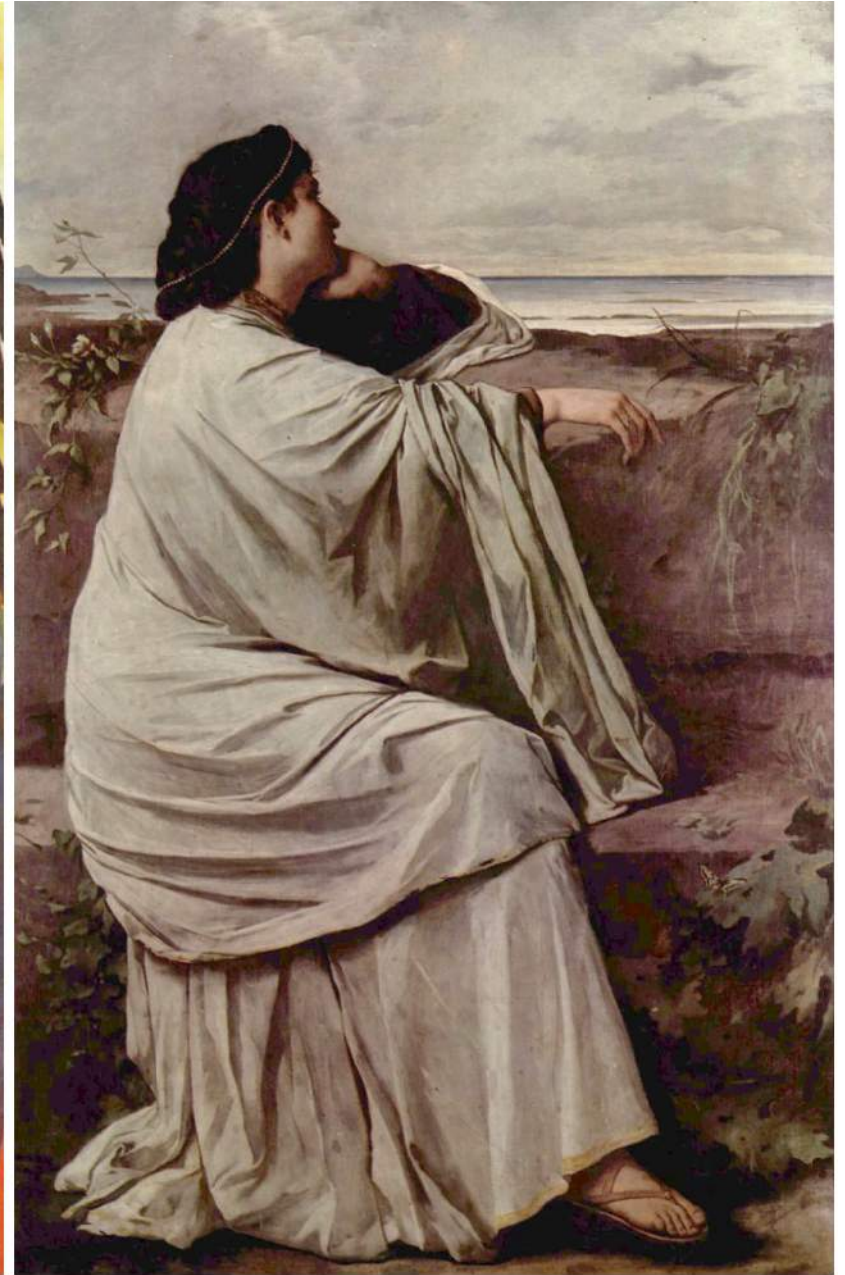
Eine deutliche andere Gewichtung in den Bildern bringt der *Goldene Schnitt*. Er ist seit dem Mittelalter gut bekannt und wird mit Zirkel und Lineal konstruiert. Eine Verallgemeinerung auf alle Sinne ist das *Auffälligkeitsmaximum* von HELMAR FRANK (1931 - 2013). Er beruht auf dem Weber-Fechner-Gesetz (s. o.) und der SHANNON-Entropie [5] + [6]. Wenn ein Wert gegenüber allen anderen etwa 37 % erreicht, wird er deutlich hervorgehoben. Auf diese Weise konnte u. a. ein Maß für die Schönheit des Hauses gefunden [7].

Die Fotografie ermöglicht ab etwa 1830 die einfache aber exakte Abbildung der räumliche Perspektive. Daher musste die moderne Malerei nach neuen Wegen suchen. So entstanden als Gegenströmung *aperspektivische Methoden*. Hierzu zählen u. a. Expressionismus, Fauvismus, Kubismus und Surrealismus, es wird von *Traumräumen* gesprochen.

Hierin sind die
Farben blau bzw.
weiß besonders
auffällig. Sie
belegen ca. 36 %
der Bildfläche.



Franz Marc: Turm der blauen Pferde 1913, 200*130 cm



Amseln Feuerbach: Iphigenie II; 1871 200*132 cm

Fehlinterpretationen

Durch die heutige Bilderfülle sind wir gewohnt fast alle flächigen Bilder räumlich wahrzunehmen.

Dabei können sich Fehlinterpretationen mit *nicht auflösbaren Widersprüchen* ergeben.

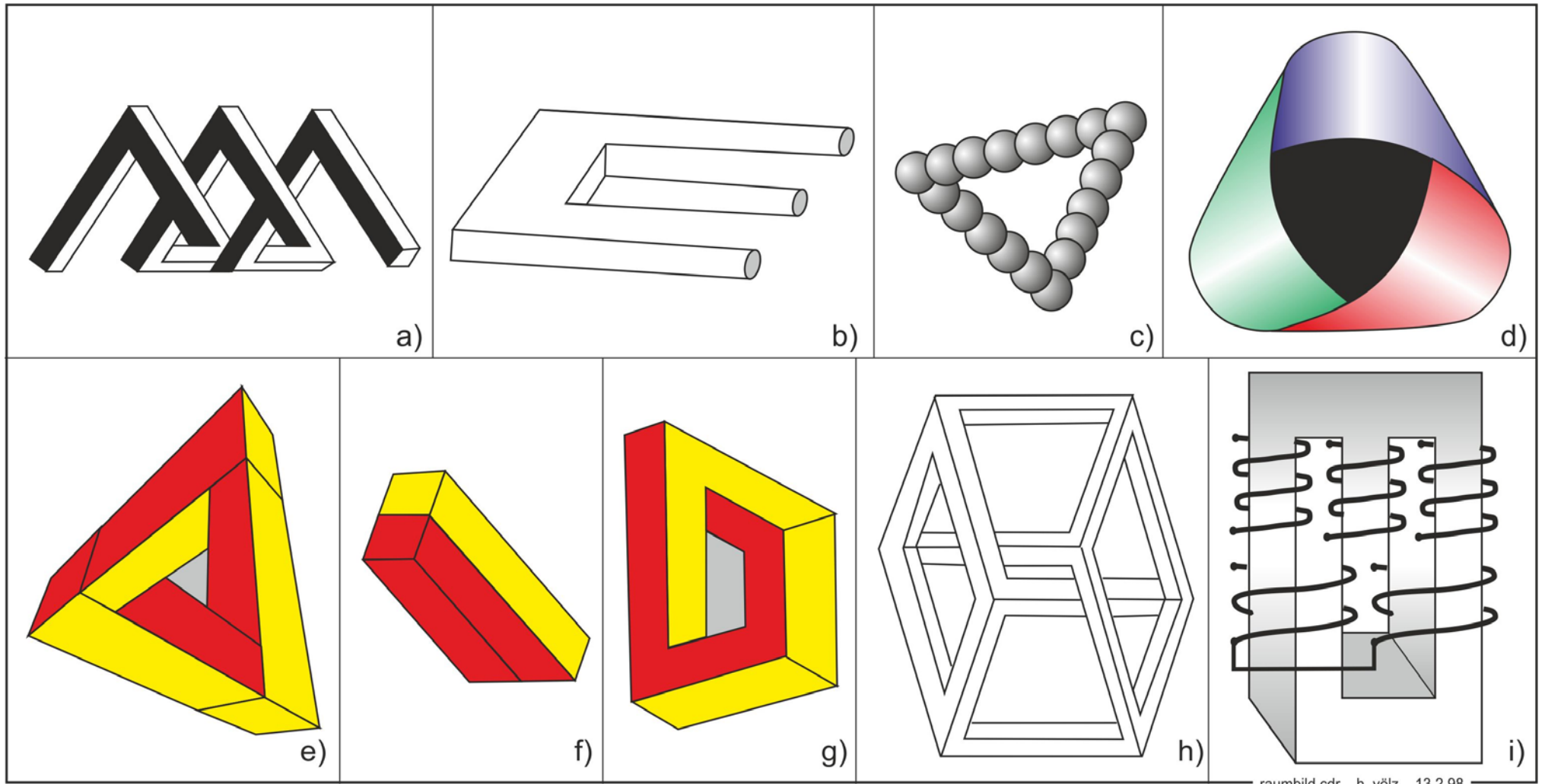
Neben vielen recht einfachen Strukturen sind die Bilder von MAURITS CORNELIS ESCHER (1898 - 1972) gut bekannt.

Es gibt aber viele weitere Maler, die sich hierin Versucht haben.

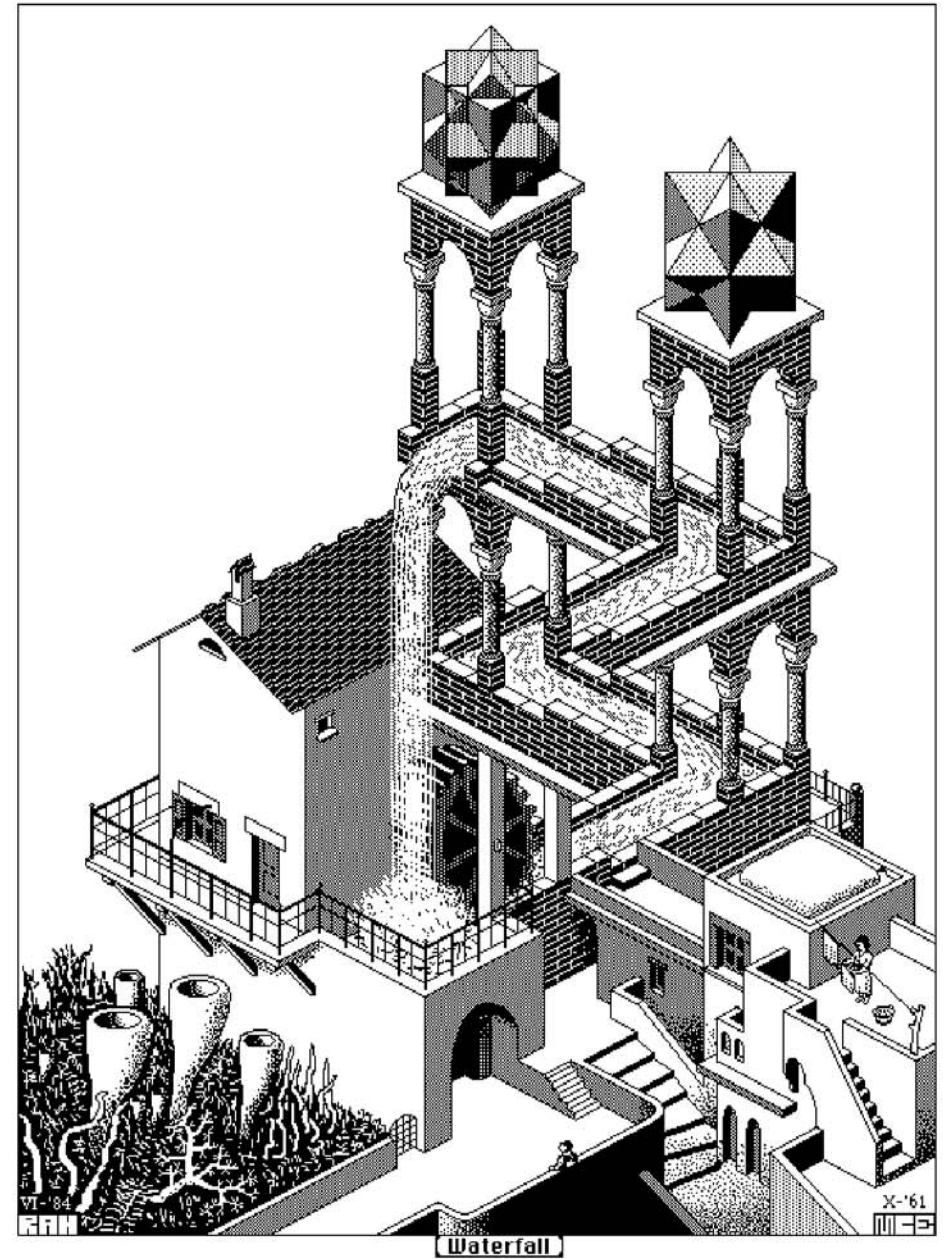
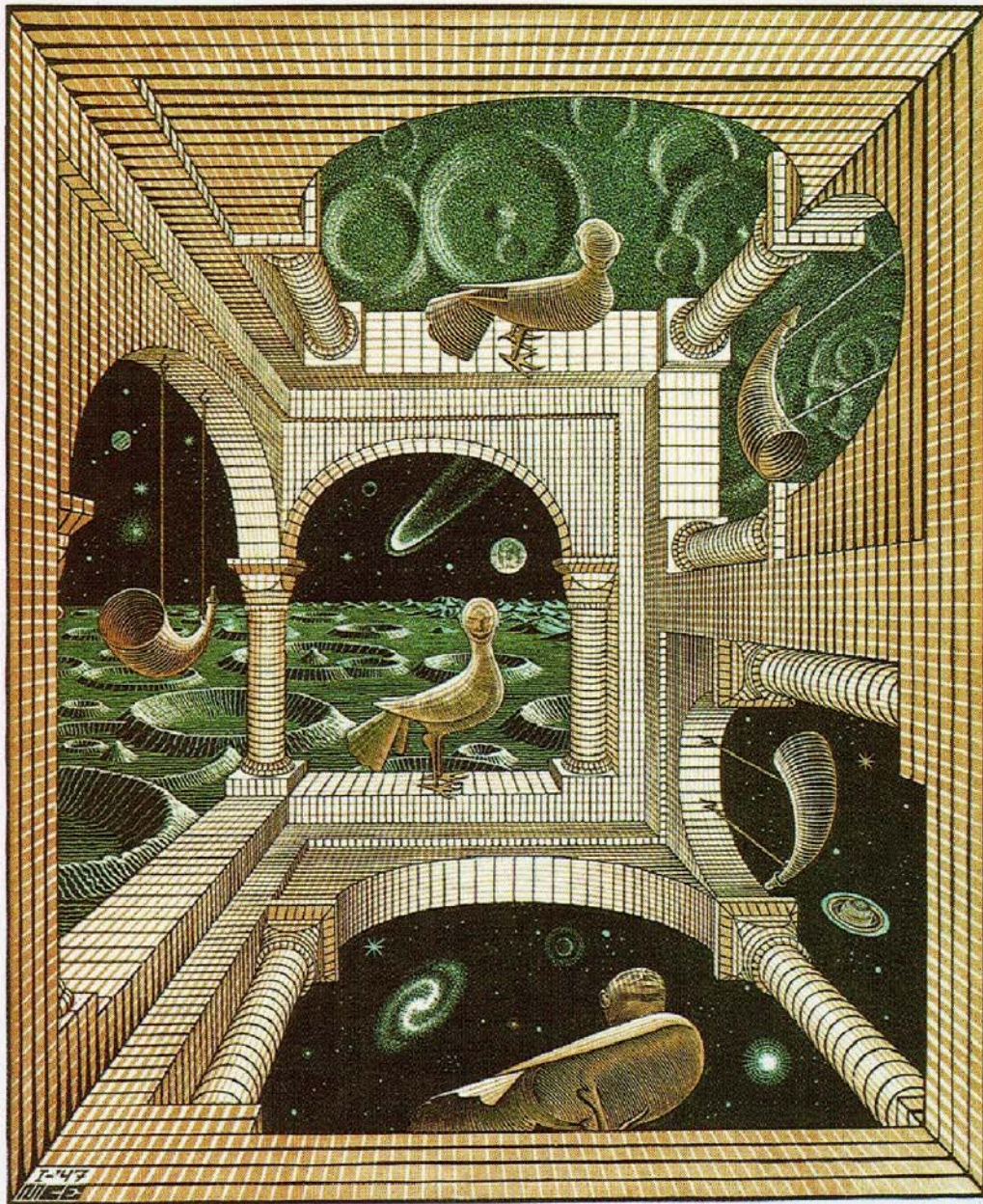
Umfassender ist der Begriff *optische Illusion*. Hierzu gibt es dann umfangreiche Bücher [8].

Es ist erstaunlich, dass auch einige *Fraktale* uns Räumlichkeit vortäuschen.

Durch das gewohnte perspektivische Sehen werden zuweilen auch *falsche Größenverhältnisse* wahrgenommen.



raumbild.cdr h. vözl 13.2.98

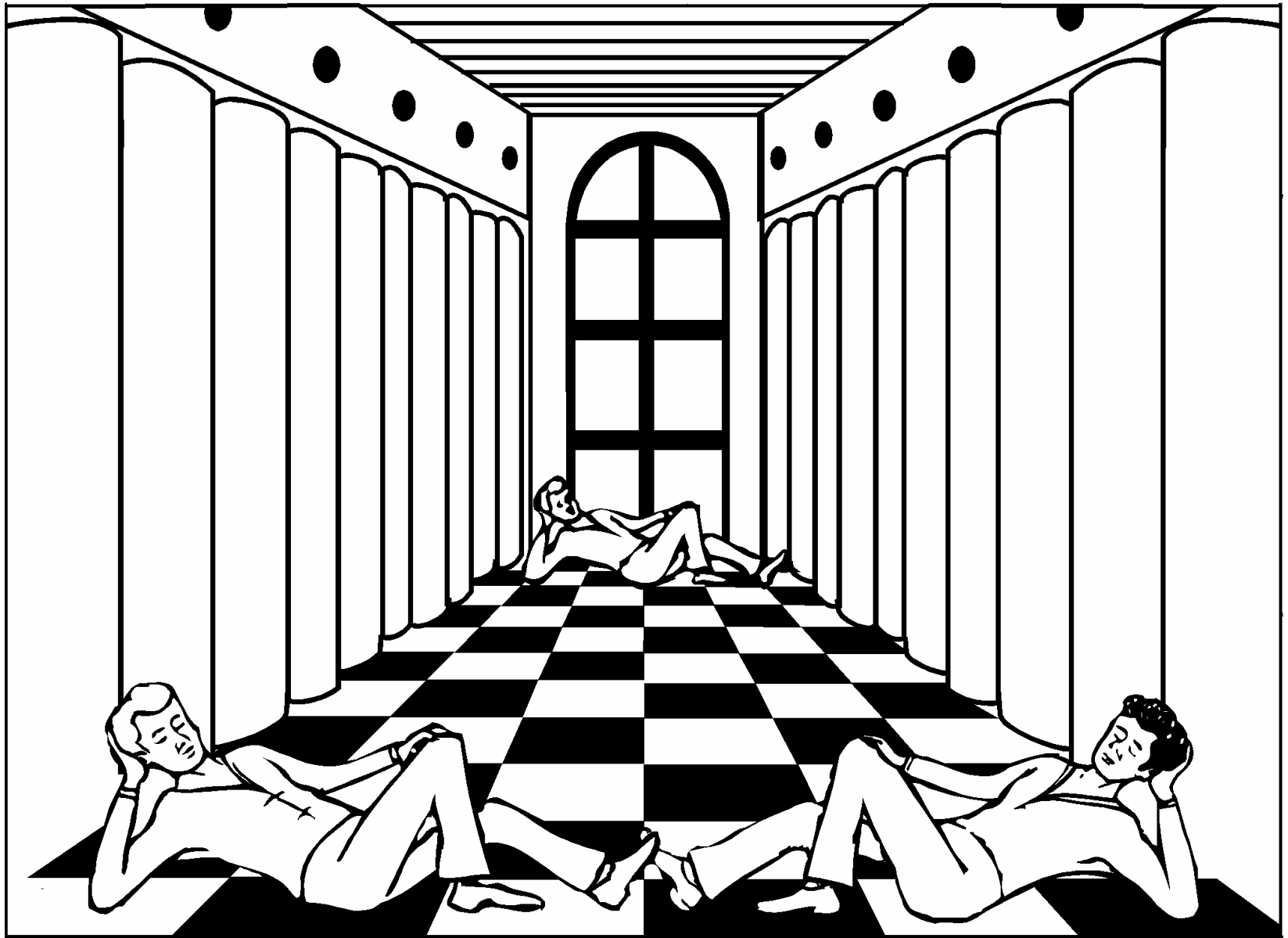


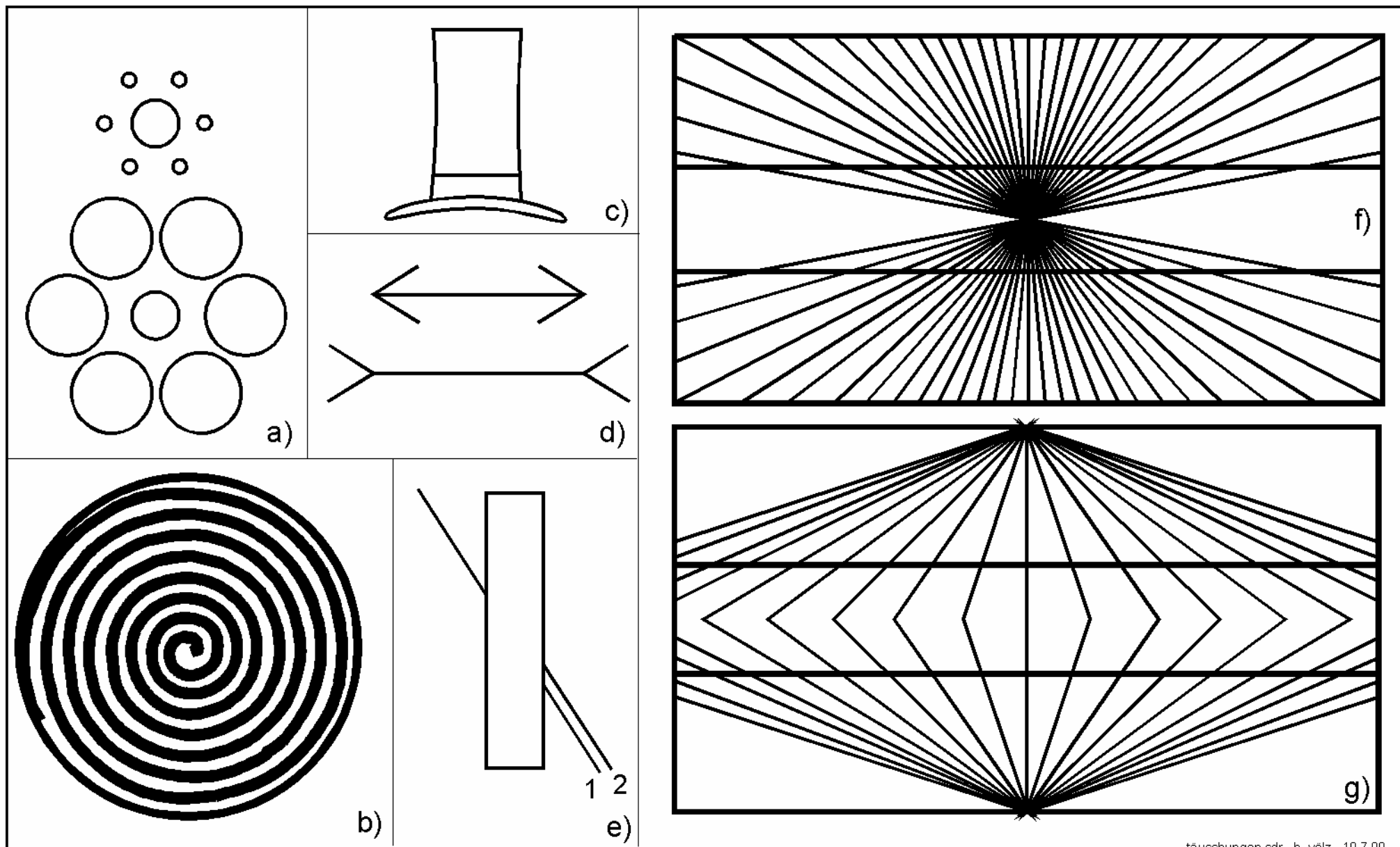
Die bandförmigen farbigen Gebilde scheinen von großer Höhe in die Tiefe des unten rauschenden Meeres hinab zu führen.

Am besten mit einem geschlossenem Auge betrachten.



Der hintere Mann
ist eigentlich
doppelt so groß,
wie die beiden
vorderen, scheint
aber deutlich
kleiner zu sein!





Unser Sehen kann Bilder ergänzen und verändern

Ein Sprichwort sagt: *Wir sehen, was wir wissen.*

Deshalb werden relativ leicht unvollständige Bilder *ergänzt*.

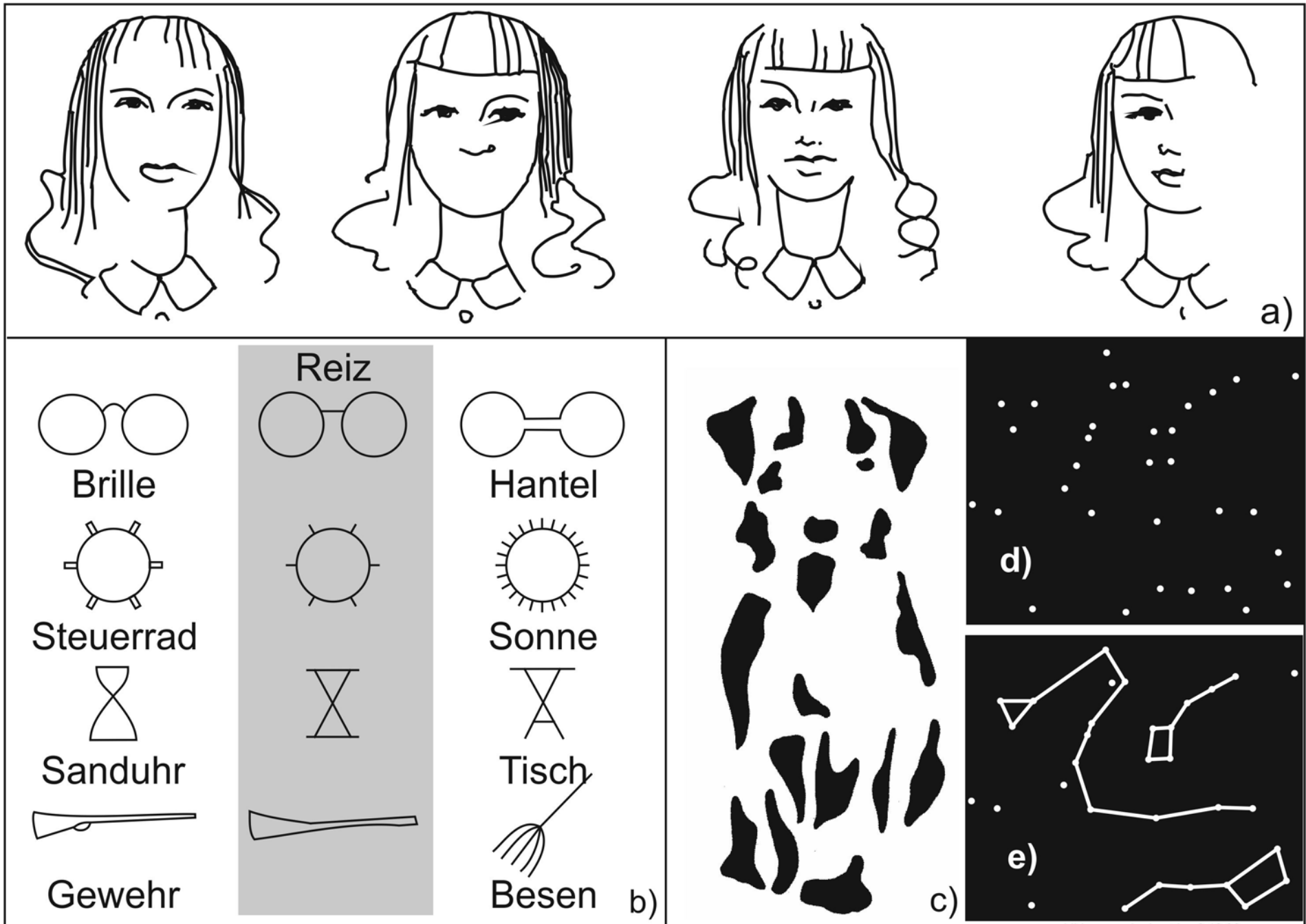
Auch die Teilbilder beider Augen tragen zuweilen zur Ergänzung des „wirklich“ Gesehenem bei.

Diese Ergänzungen können aber auch zu *Umschlagbildern* führen.

Dabei erzeugt ein Bild zwei Inhalte, die oft im *Minutentakt* wechseln.

Ähnlichkeit damit besitzen Bilder, die durch *Vertauschen* von oben und unten entstehen.

Reizvoll sind auch Bilder, die bei *Drehung um 90 °* andere Inhalte zeigen.

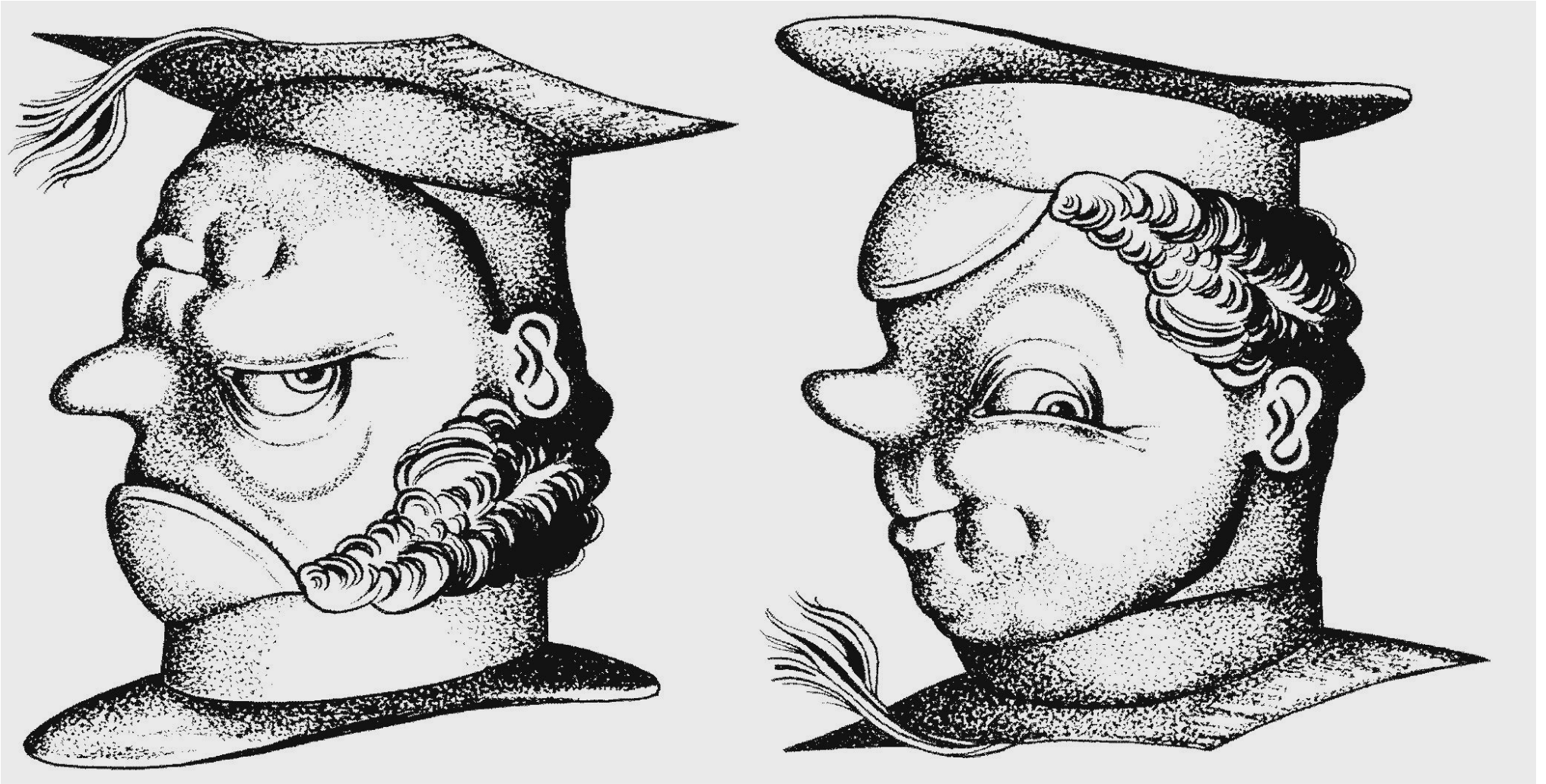


Umschlagbilder

Die Karikatur von SIEGMUND FREUD (1856 - 1939), beabsichtigt etwas zu seinem Sexualkomplex auszusagen. Beim Bild der alten und jungen Frau sind Mund = Halsband und Kinn = Nase. Das rechte Bild kann als Schale, Vase oder zwei sich gegenüberstehende Gesichter angesehen werden.



Oben $\Leftrightarrow$ Unten



90° gedreht

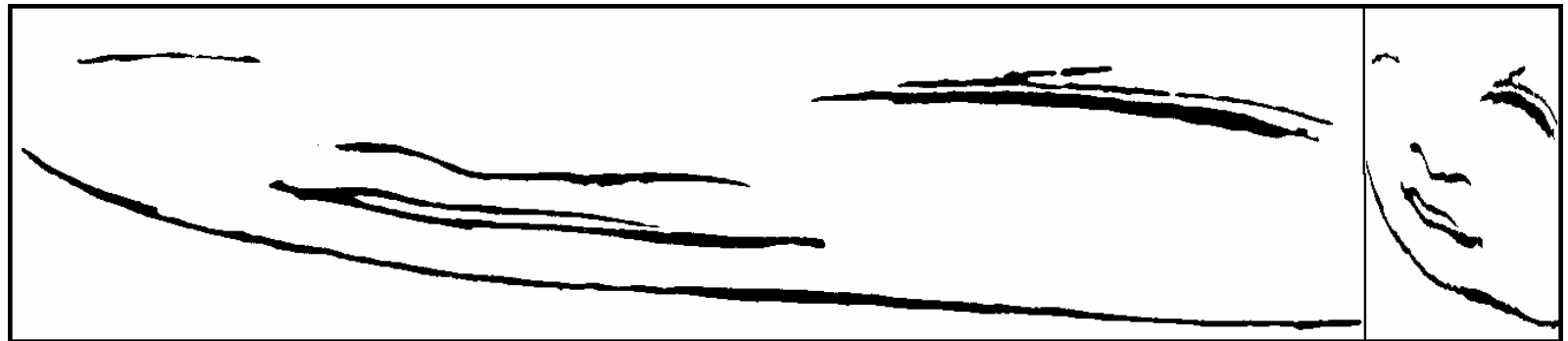


Verzerrungen und Anamorphosen

griechisch anamórphōsis Umgestaltung, Verwandlung, auch Zerrbilder genannt

Die Mittel der Perspektive werden auch für besondere Zwecke benutzt. So lassen sich durch starke seitliche Verzerrung Inhalte verstecken.

Die älteste bekannte
(um 1485, rechts)
stammt von
LEONARDO DA VINCI
(1452 - 1519). Ihre
entzerrte Variante ist
recht daneben gezeigt.



Zwei weitere Bilder (s. u.) sind Holzschnitte des im 16. Jh. lebenden deutschen Künstlers ERHARD SCHÖN.
Er war ein Schüler und Nachfolger von ALBRECHT DÜRER. (1471 - 1528).
Leider sind die Bilder nur in mäßiger Qualität zugänglich.

Eine besonders berühmte Anamorphose hängt als Gemälde „Die Gesandten“ in der National Gallery in London.
Sie wurde 1533 vom deutschen Maler HANS HOLBEIN der Jüngere (1497 - 1543) geschaffen (s u.).

Oben: In der Mitte ist ein Walfangschiff mit drei Männern zu erkennen, die einen anderen Wal verfolgen.
 Entzerrt: Ein Mann verrichtet seine Notdurft und ahnt nicht, dass ihn im nächsten Augenblick ein Widder anrempelt.



Unten: Ein alter Mann bemüht sich um ein Mädchen, das ihm Geld stiehlt und es ihrem jungen Liebhaber aushändigt.
 Ein Narr um die Ecke beobachtet belustigt die Szene.
 Entzerrt: Die jungen Liebenden entledigen sich des alten Mannes und gehen ihrem Vergnügen nach.

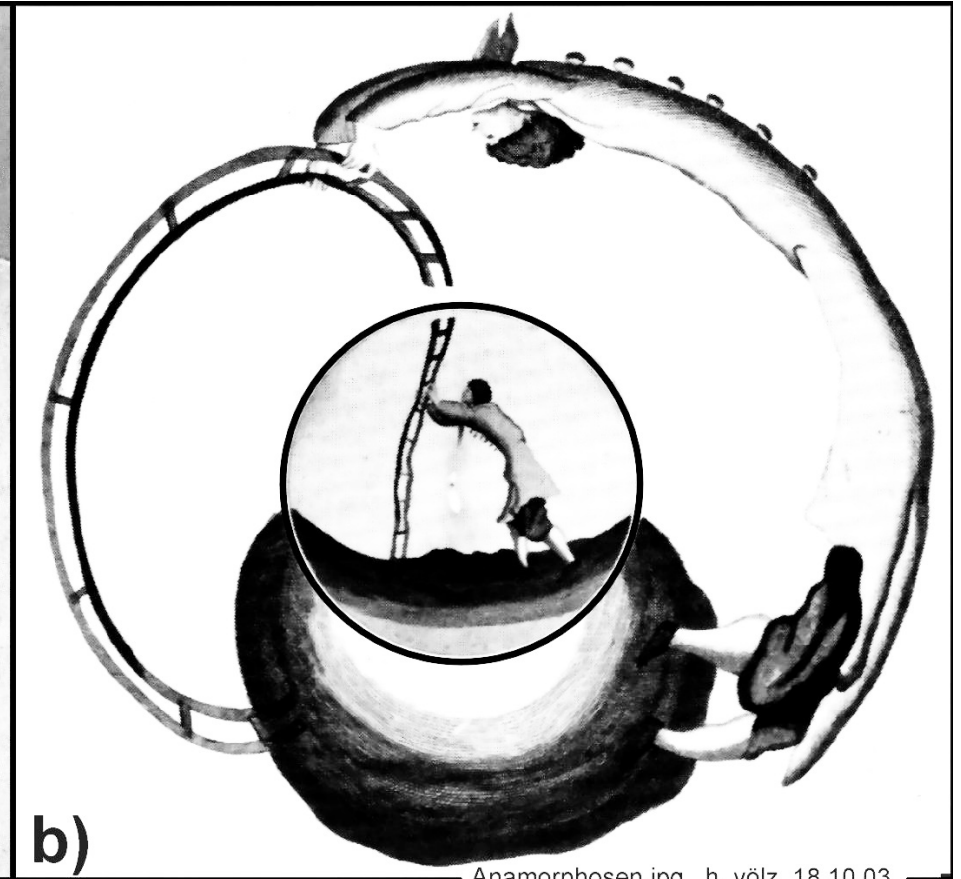
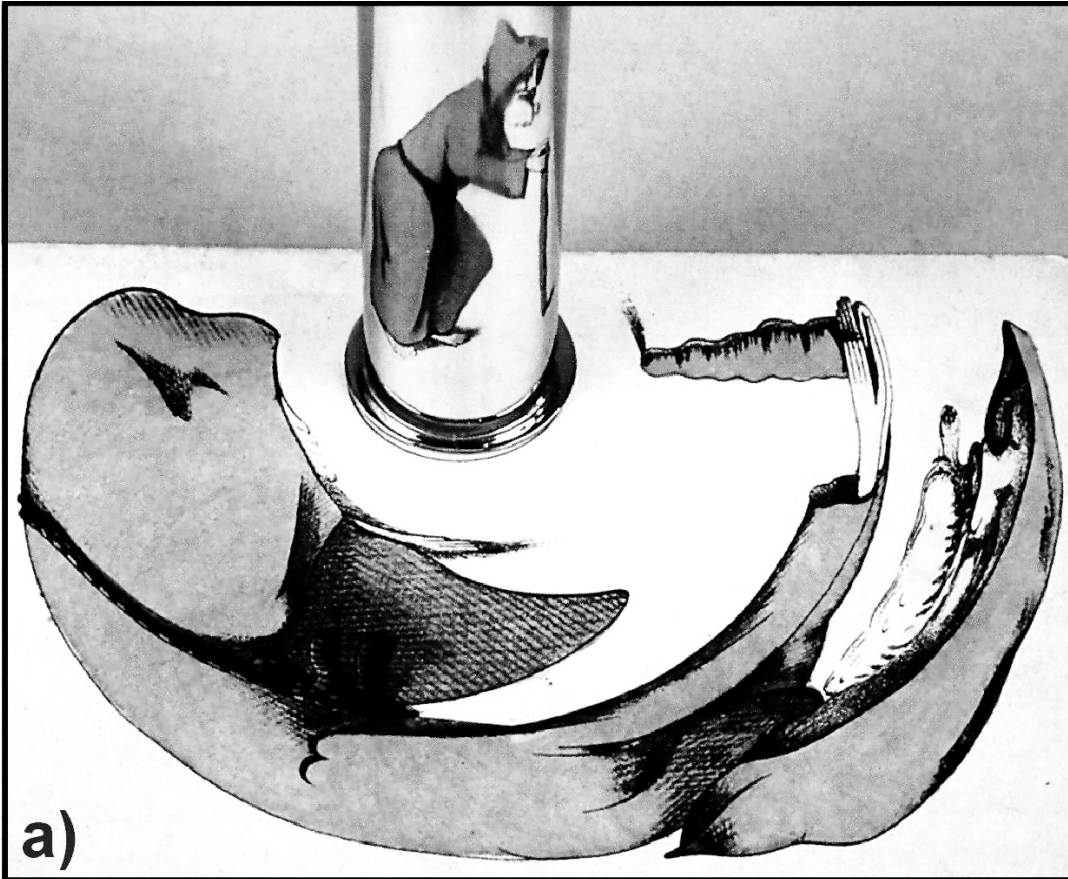


Das Bild zeigt den französischen Gesandten am englischen Hof JEAN DE DINTVILLE sowie seinen Bevollmächtigten und Freund, den Bischof GEORGES DE SELVE. Am Boden befindet sich ein stark verzerrtes Bild. Bei dessen Entzerrung (rechts) wird es ein Totenschädel. Vermutet wird, dass HOLBEIN hiermit auf den bevorstehenden Tod von DE DINTVILLE anspielte.



Anamorphosen mit gekrümmten Spiegeln

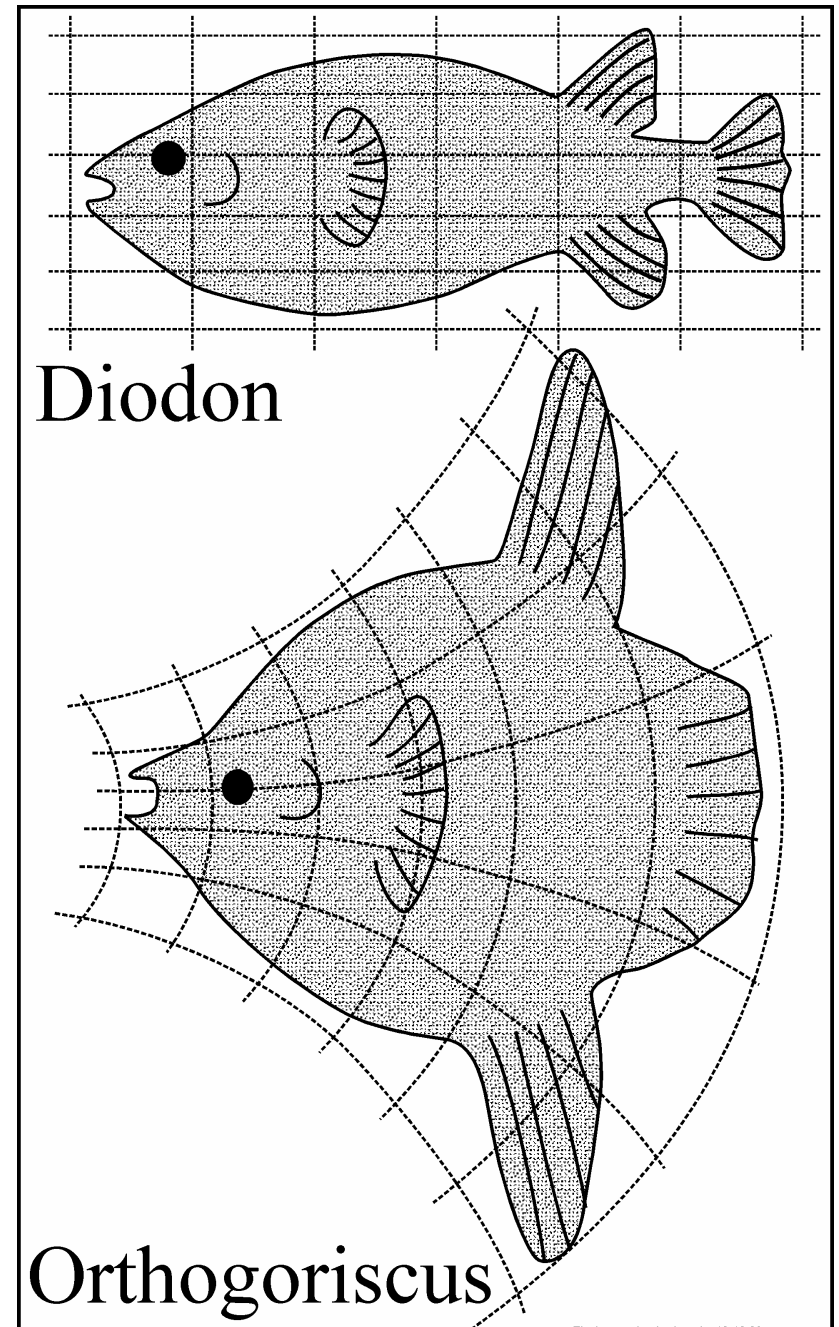
Viele weitere Details hierzu in [9]



Anamorphosen.jpg h. vözl 18.10.03

Anamorphosen in der Natur

Offensichtlich kommen Gestaltumformungen auch in der Natur vor. Wie sie sich auswirken zeigt beispielhaft das Bild für zwei Fischarten.



Fischemorph.odr h. vözl 18.10.03

Konstruktions-Zeichnungen

Früher waren die Konstruktion unterschiedliche Projektionen üblich (a, b).

Heute sind vor allen Parallelprojektionen als Grund-, Aufriss und Seitenansicht (c von e) sowie Teilepläne (d) üblich.

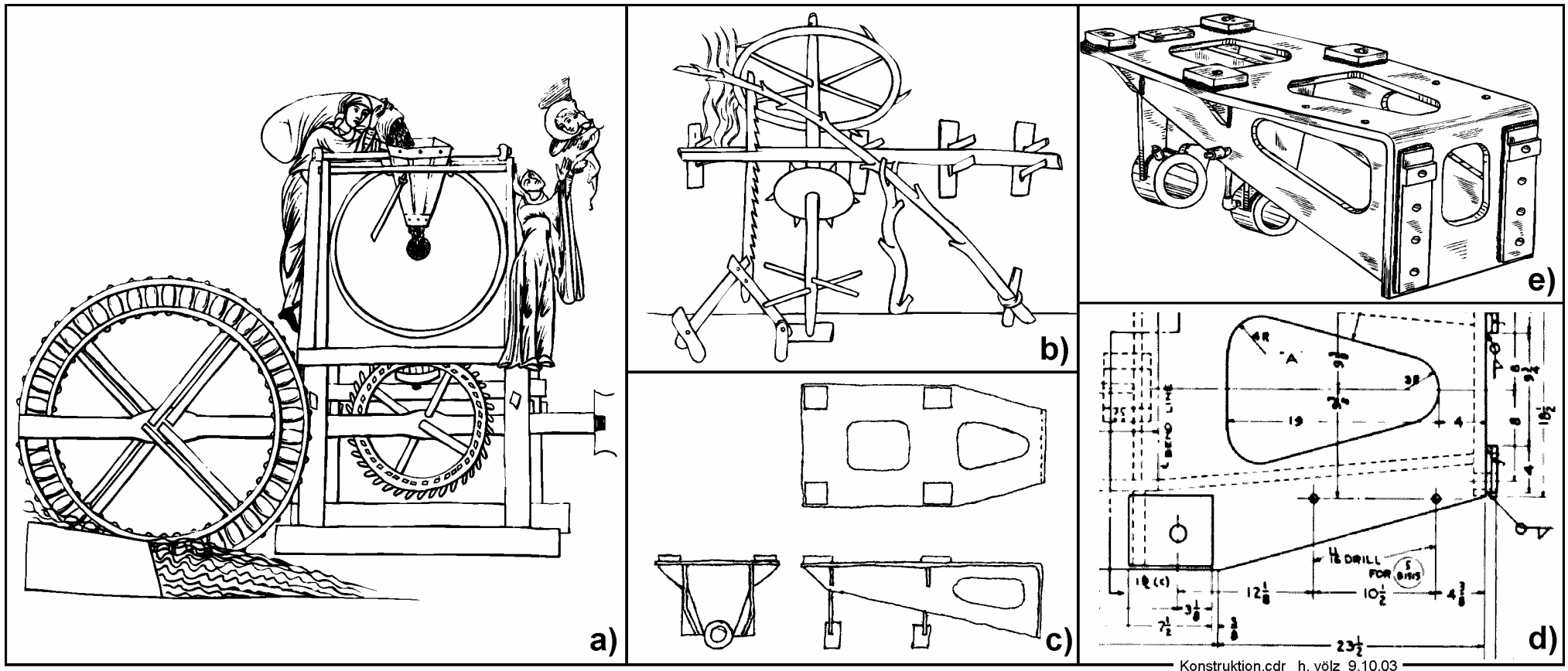


Abbildung der Erde

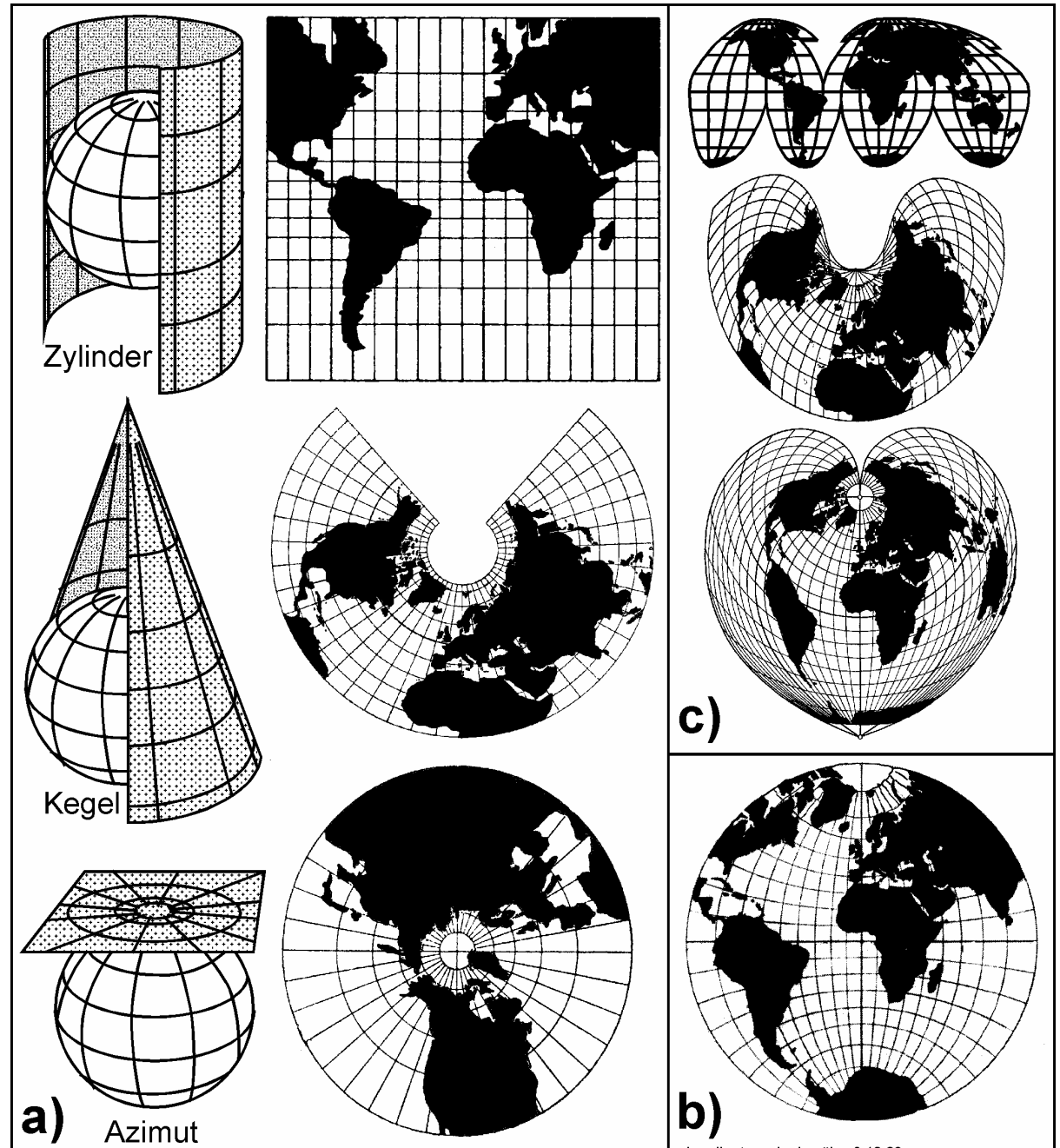
Die kugelförmige Gestalt der Erde ist nicht in eine ebene Landkarte zu übertragen.

Durch unterschiedliche Forderungen, z. B.:

- flächentreu um Ländergrößen besser vergleichen zu können,
- winkeltreu für die Schifffahrt und
- Vollständigkeit auf einer Fläche

sind spezifische Verformungen notwendig.

So ergibt sich eine große Vielfalt unterschiedlicher Karten mit den dazu gehörenden Projektionen und folglich Verzerrungen.



Innere Bilder

Unsere *Augen* funktionieren ähnlich wie ein *Fotoapparat*, der schließlich ein *Papier-* oder *Monitorbild* ermöglicht. Wir wissen aber nicht wie das *Netzhautbild* im Gehirn gespeichert wird.

Solche „inneren Bilder“ können wir uns weder konkret noch exakt „*nicht ansehen*“.

Wir erleben derartige Bilder jedoch und nur im *Traum* oder *Wachtraum*. Sie sind jedoch

- immer *bewegte Bilder* und
- kommen sie ohne unseren Willen zu uns und wir haben *keine Möglichkeit sie auszuwählen*.

Subjektiv meinen wir zwar, dass wir uns der Bilder *gut erinnern* können, *jedoch sehen* können wir sie *nicht!*

Wir können aber einige Details recht gut verbal beschreiben.

Dennoch bereitet der Polizei die Erstellung von *Phantom-Bilder* immer große Schwierigkeiten.

Maler benötigen meist viele Sitzungen und oft *Monate* bis sie mit einem *Portrait* zu frieden sind.

Eventuelle Ausnahmen sind vielleicht *Eidetiker* und teilweise *Halluzinationen* (evtl. unter Drogen), (s. u.).

Völlig anders sind unsere Möglichkeiten *Bilder wieder zu erkennen*.

Dazu muss etwas von den Bildern im Gehirn *gespeichert sein*.

Es gilt heute als wahrscheinlich, dass dies im Sinne eines *abstrakten Begriffs* (vielleicht Regeln und Daten) erfolgt.

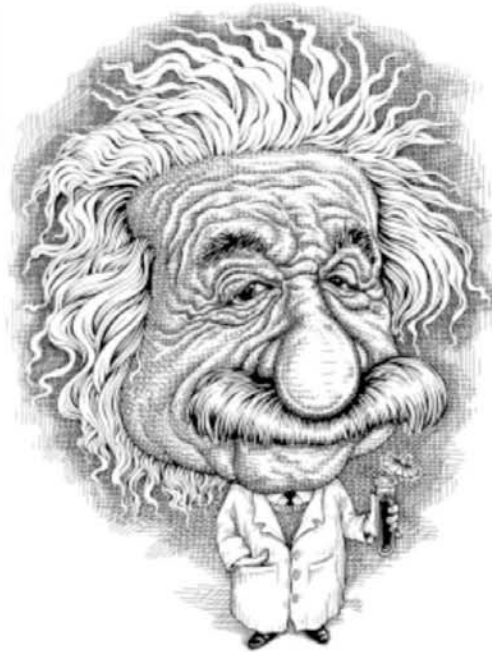
Er könnte auf rund 20 000 Neuronen örtlich weitgehend unbestimmt gespeichert sein [10].

So erkennen wir eine *Person unabhängig von Gesichtsausdruck*, Neigung des Kopfes, Frisur, Bart usw.

Karikaturen von Personen erkennen wir *sogar deutlich schneller* und sicherer als auf Fotografien, auf der Straße.

Sie überbetonen eben das jeweils Typische, Besondere (vom Begriffsinhalt).

In diesem Sinne genügen selbst *Scherenschnitte*, *Skizzen* usw., um eine Person oder einen Gegenstand zu erkennen.



Vorstellungen

Sie können, aber müssen nicht innere Bilder sein, sondern auch *Wünsche und Ziele* jeglicher Art. Der Aufwand ihrer Verwirklichung zeigt sich z. B. in der Intensität unserer Emotionen (s. folgendes Bild und [11]). Von Vorteil ist es oft, sich *noch nicht Gesehenes vorzustellen*.

Hierzu gehört u. a. die *Antizipation* (lateinisch *anticipare* vorwegnehmen).

Mit ihrer Hilfe entwickelt z. B. ein *Ingenieur* zunächst rein gedanklich eine neue Technik oder künftige Geräte. Erst danach, z. T. dabei entstehen die *Konstruktionszeichnungen*, mit denen das Neue hergestellt wird.

IMMANUEL KANT (1724 - 1804) nennt es das bildhafte synthetische Vorstellungsvermögen = *produktive Einbildungskraft*.

Andere nennen es die notwendige *Phantasie* für ein *kreatives Schaffen*.

Doch sie treten oft unabhängig von unserem Willen, von *bewusstem Handeln* auf. Besonders häufig geschieht das im *Traum* oder *Wachtraum*.

FRIEDRICH AUGUST VON **KEKULÉ** VON STRADONITZ (1829 - 1896) soll so im Traum die Struktur des *Benzolrings* gefunden haben.

Je nach Autor sah er dabei sechs spielende Affen (rechts) bzw. Schlangen.

Ich fand im Wachtraum plötzlich die 30 Jahre lang gesuchte Lösung der *Kontinuierlichen Digitalisierung* ohne Samplingrauschen [12].



Innere Bilder werden aus den Gedächtnis rekonstruiert

Für diese These gibt mehrere Hinweise:

Selbst bei gleichen *Traumgehalten* sind die erlebten Bilder meist deutlich anders.

Zu den *Ohrwürmern* mit stets gleicher Melodie gibt es keine bildliche Analogie.

Die *Blind-Schachspieler* sehen nie das Brett mit den Figuren, sondern nur typische Stellungen.

Eine lokale Schädigung des frühen visuellen Kortex ruft eine *Achromatopsie* hervor.

Dabei verliert den Mensch nicht nur die Farbwahrnehmung sondern sogar die Farbvorstellung.

Das *Déjà-vu-Erlebnis* (Déjà-vécu französisch schon einmal gesehen) ist eine Erinnerungstäuschung (Paramnesie).

Es tritt häufig bei Neurosen, Psychosen, Verdrängungen und Hirnerkrankungen, gelegentlich auch bei Gesunden auf.

Der Betroffene ist überzeugt, die aktuelle Situation schon o erlebt zu haben, obwohl es nicht gewesen sein kann.

Halluzinationen sind u. a. bildliche Vortäuschungen, die ohne äußeren Reiz nicht von Realität unterscheidbar sind.

Ursachen: Drogen (LSD), Psychosen, Trance, Epilepsie, krankhafte Veränderungen im Gehirn und Schlafentzug.

Pseudo-Halluzinationen treten bei Gesunden u. a. bei Meditationen, Hypnose sowie Nacht- und Tagträumen auf.

Auch das Lesen oder Hören von Geschichten kann solche Bilder bewirken.

Illusionen betreffen einen ein real vorhandenen Sachverhalt, der nur verändert wahrgenommen wird $\approx$ Täuschung.

So scheint sich ein feststehender Gegenstand zu bewegen oder in irregulären Mustern werden z.B. Gesichter erkannt.

Eidetiker

griechisch eidos Urbild, Gestalt, Aussehen, Wesen, Begriff, Idee

Das eidetische (fotographische) Gedächtnis speichert nur einmal Wahrgenommenes exakt und hält danach abrufbereit. Es besitzen nur sehr wenige „normale“ Menschen. Teilweise haben es Kinder, die es aber meist recht bald verlieren. Ein typischer Eidetiker muss WOLFGANG AMADEUS MOZART (1756 - 1791) gewesen sein.

Im Jugendalter hörte er erstmalig eine Messe und konnte sie danach zu Hause vollständig notengetreu aufschreiben. LORIN MAAZEL (*1930) dirigiert mit geschlossenen Augen und sieht dabei vor seinem „inneren“ Auge vollständig die jeweils drei aktuellen Seiten der Partitur.

Einigen Eidetikern ist es sogar möglich, aufeinander folgende Bilder stereoskopisch zu sehen.

Oft tritt es bei **Autisten** (griechisch autós selbst, Verhaltens-, Kommunikationsstörung mit Selbstbezogenheit) auf.

Vielfach ist ein eidetisches Gedächtnis mit einer **Inselbegabung** (Savant-Syndrom) verknüpft.

Diese Menschen können z. B. eine einmal gesehene Textseite einer unbekannten Sprache exakt buchstabieren.

Weitere Details und Beispiele s. [13] S. 314ff.

Nach der Entfernung eines großen Hypophysentumors besaß ich kurzfristig ein „eidetisches“ Gedächtnis.

Am dritten Tag nach der OP überflog ich relativ kurz die Fachzeitschrift Elektronik.

Etwa zwei Tage lang konnte ich mit geschlossenen Augen, darin beliebig lesen

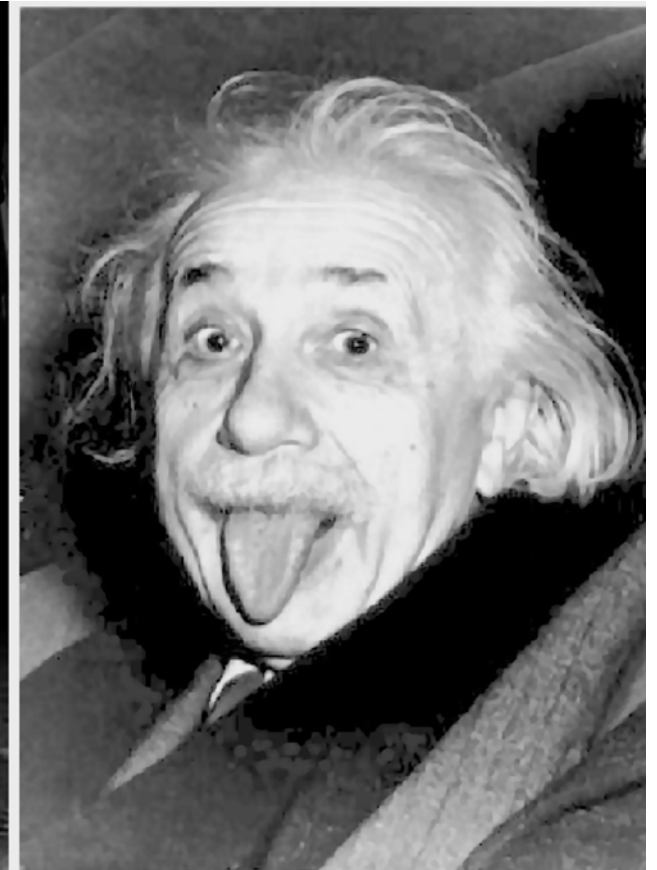
Es ließen sich sogar viele Seiten gleichzeitig betrachten. Sogar einige Bilder vor der OP konnte ich so erinnern.

Notwendig war allerdings, dass Licht von etwa 300 Lux auf meine geschlossenen Augenlider fiel.

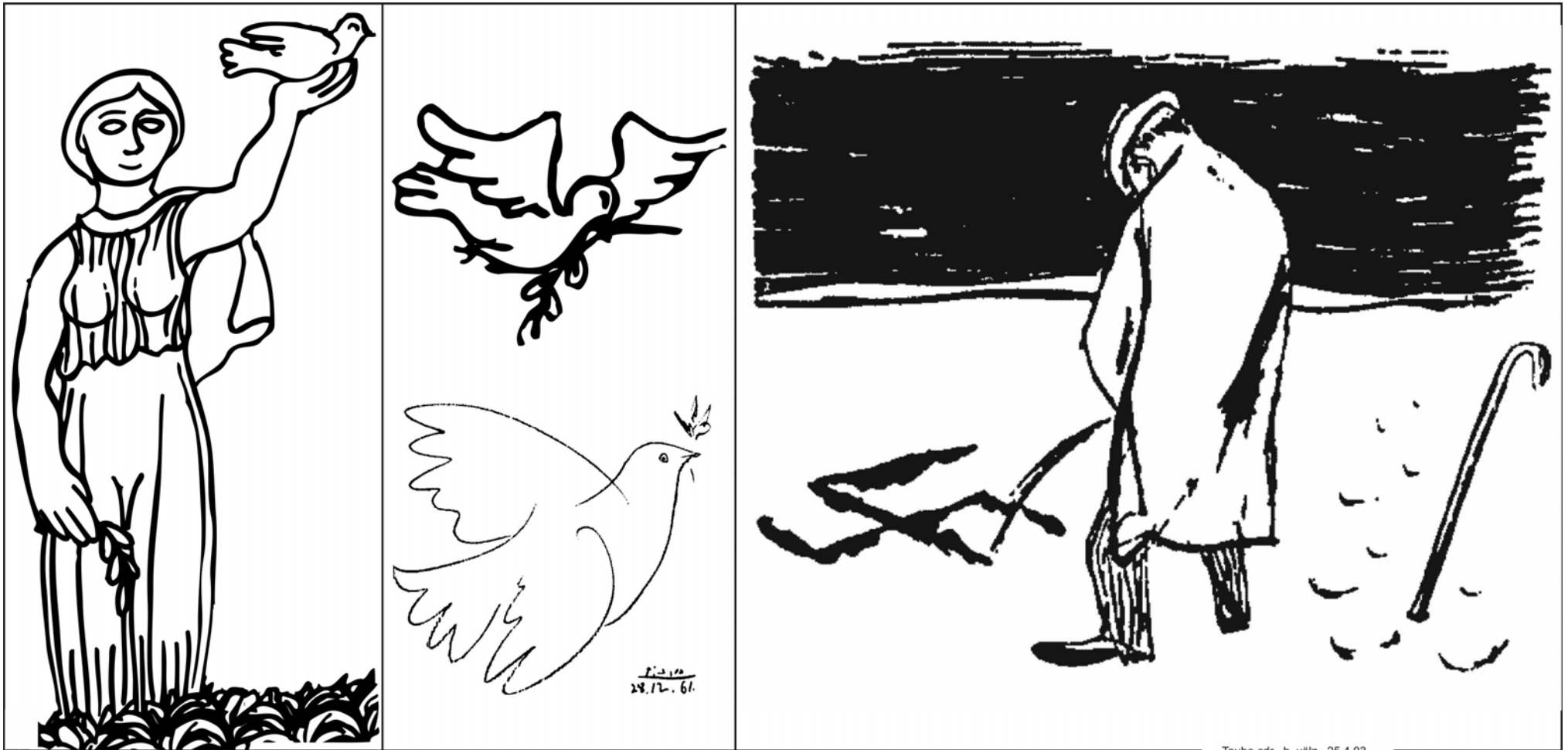


Zum Bildgedächtnis

Es gibt Bilder die sind fest ins (kulturelle) Gedächtnis eingepägt, Z. B.



Friedenstaube (PICASSO) und O. E. PLAUE (Vater und Sohn)

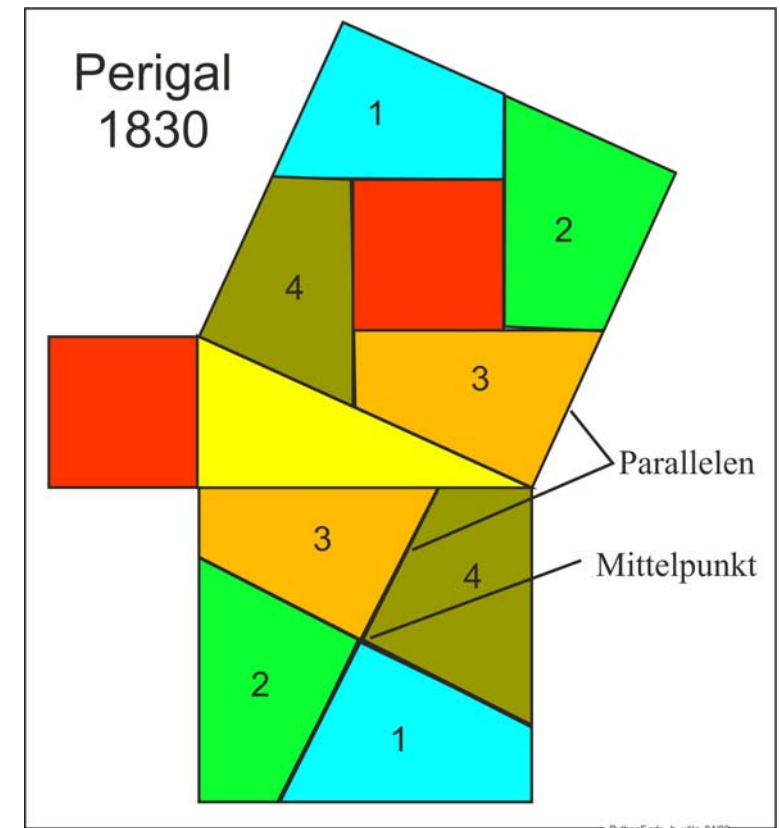
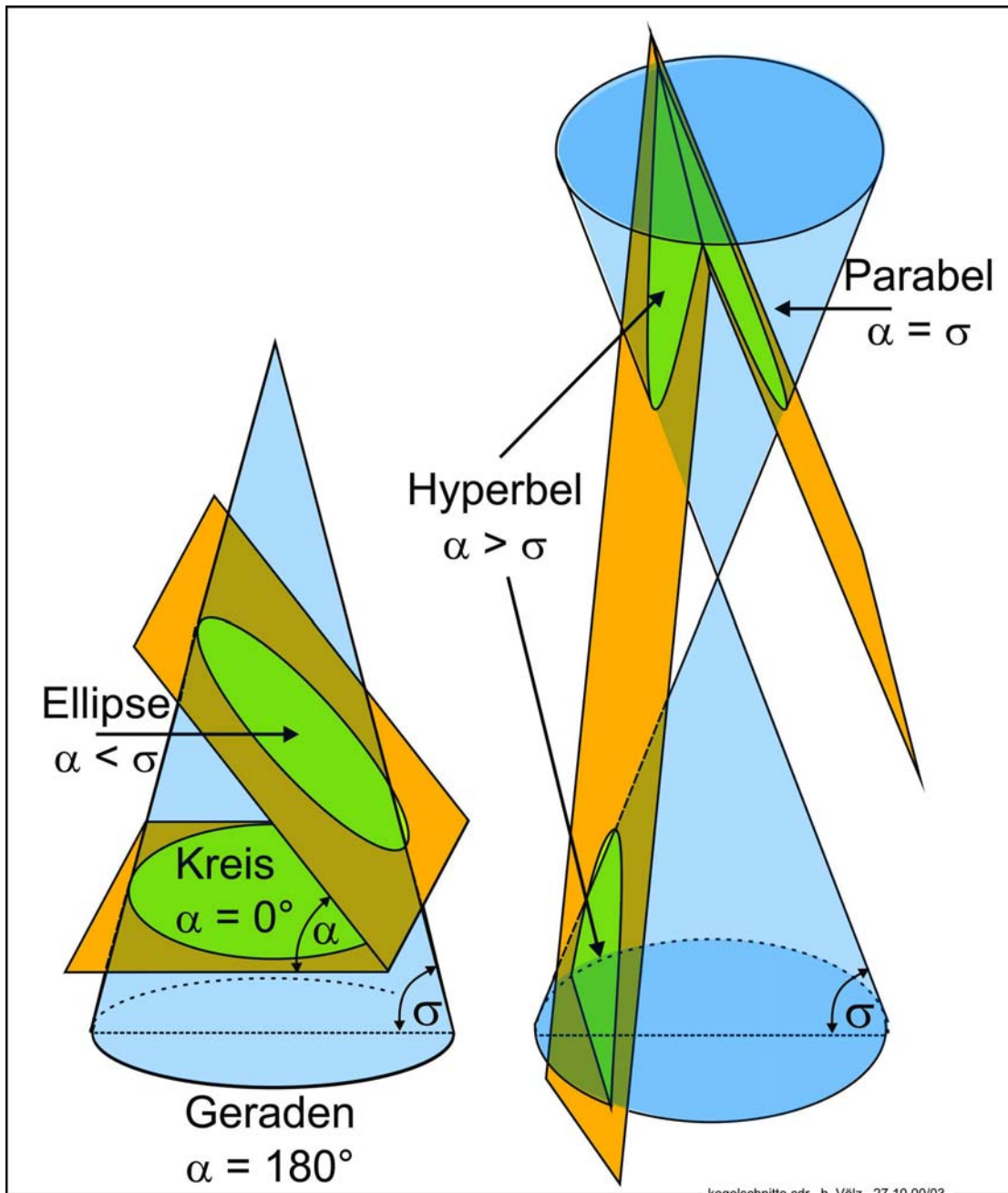


Drei weitere Beispiele

Programmbeschreibungen sind meist sehr schwer zu verstehen. Dazu zeigte HEINZ ZEMANEK (*1920) [1, 2], dass es aber schnell gut mit dem Programm umzugehen ist, wenn man es einmal „gezeigt“ bekommt.

Können Sie den **Satz des Pythagoras** beweisen? Der Legende nach opferte PYTHAGORAS (um 570 - 500 v. Chr.) für die Erkenntnis sogar hundert Ochsen. Seitdem zittern alle Ochsen, dass ein neuer Satz entdeckt werden könnte! Der Amateurmathematiker PERIGAL fand jedoch um 1830 einen leicht verständlichen allgemeingültigen bildlichen Beweis. Er blieb erhalten, weil er ihn auf seiner Visitenkarte verewigt hatte.

Wie unterscheiden Sie die einzelnen **Kegelschnitte**? Gerade, Kreis, Ellipse, Parabel und Hyperbel. Der mathematische Beweis ist sehr umfangreich (s. u.), der bildliche dagegen einfach.



Eine Variante

Sie benutzt den Scheitel S und Mittelpunkt M (eine bessere Möglichkeit folgt).

Kegelschnitt Scheitel S Mittelpunkt M		Gleichung	Richtungsfaktor der Tangente im Punkte $P_1(x_1; y_1)$	Gleichung der Tangente im Punkte $P_1(x_1; y_1)$
Parabel	$S(0; 0)$	$y^2 = 2p x$	p/y_1	$y y_1 = p(x + x_1)$
	$S(c; d)$	$(y - d)^2 = 2p(x - c)$	$p/(y_1 - d)$	$(y - d)(y_1 - d) = p(x - c + x_1 - c)$
Ellipse	$M(0; 0)$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$-\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x_1}{y_1}$	$\frac{x x_1}{a^2} + \frac{y y_1}{b^2} = 1$
	$M(c; d)$	$\frac{(x - c)^2}{a^2} + \frac{(y - d)^2}{b^2} = 1$	$-\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{(x_1 - c)}{(y_1 - d)}$	$\frac{(x - c)(x_1 - c)}{a^2} + \frac{(y - d)(y_1 - d)}{b^2} = 1$
Kreis	$M(0; 0)$	$x^2 + y^2 = r^2$	$-x_1/y_1$	$x x_1 + y y_1 = r^2$
	$M(c; d)$	$(x - c)^2 + (y - d)^2 = r^2$	$-(x_1 - c)/(y_1 - d)$	$(x - c)(x_1 - c) + (y - d)(y_1 - d) = r^2$
Hyperbel	$M(0; 0)$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x_1}{y_1}$	$\frac{x x_1}{a^2} - \frac{y y_1}{b^2} = 1$
	$M(c; d)$	$\frac{(x - c)^2}{a^2} - \frac{(y - d)^2}{b^2} = 1$	$\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{(x_1 - c)}{(y_1 - d)}$	$\frac{(x - c)(x_1 - c)}{a^2} - \frac{(y - d)(y_1 - d)}{b^2} = 1$

Die allgemeine Gleichung für Kegelschnitte

$$a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x \cdot y + c \cdot y^2 + 2 \cdot d \cdot x + 2 \cdot e \cdot y + f = 0.$$

Für sie ergibt sich nach Bronstein [3] S. 180 ff eine relativ übersichtliche Darstellung mit den beiden Matrizen:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b & d \\ b & c & e \\ d & e & f \end{vmatrix} \quad \text{und} \quad \delta = \begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix} \quad \text{sowie} \quad S = a + c.$$

Die Entscheidung über den vorhandenen Kurventyps ermöglicht dann die folgende **Tabelle**.

Mittelpunktskurven $\delta \neq 0$	$\delta > 0$	$\Delta \neq 0$	<i>Ellipse:</i> reell für: $\Delta \cdot S < 0$; imaginär für $\Delta \cdot S > 0$ <i>Kreis:</i> Zusatzbedingungen, u. a.: $a = c$
		$\Delta = 0$	<i>Geradenpaar:</i> imaginär mit gemeinsamen reellen Punkt
	$\delta < 0$	$\Delta \neq 0$	<i>Hyperbel</i>
		$\Delta = 0$	<i>Geradenpaar,</i> sich schneidend
Parabolische Kurven $\delta = 0$		$\Delta \neq 0$	<i>Parabel</i>
		$\Delta = 0$	<i>Geradenpaar</i> parallel bei $d^2 - af > 0$ doppelt bei $d^2 - af = 0$ imaginär bei $d^2 - af < 0$

Macht und Grenzen von Bildern

Bildern kann man *nicht widersprechen*. Doch deshalb müssen sie *nicht wahr sein*.
Infolge der möglichen *Fotomontage* gilt schon lange:

Nichts kann mehr lügen als ein Bild

Das *Fernsehen* hat diese Entwicklung nur noch verstärkt.

Die *elektronische Bildverarbeitung* ermöglichte sogar weitaus komplexere Manipulationen

Hierfür gibt es so viele Beispiele, dass eine sehr kleine Auswahl genügen mag.

Es ist zu beachten, dass der Missbrauch oft noch durch die *Unterschrift (Legende)* verstärkt wird.

Leicht sind „*Umdeutungen*“ möglich sind, dass zeigen zwei Ausschnitte aus einem Bild vom Golfkrieg.

Hinzu kam die leichte *Umsetzung von Daten und Zahlen in Grafiken*.

So entstand das Gebiet der „*Infografik*“, die im Golfkrieg den Durchbruch erreichte.

Hier wurden gezielt sehr viele Grafiker damit beschäftigt, Daten in Bilder umzusetzen

Die Gründe

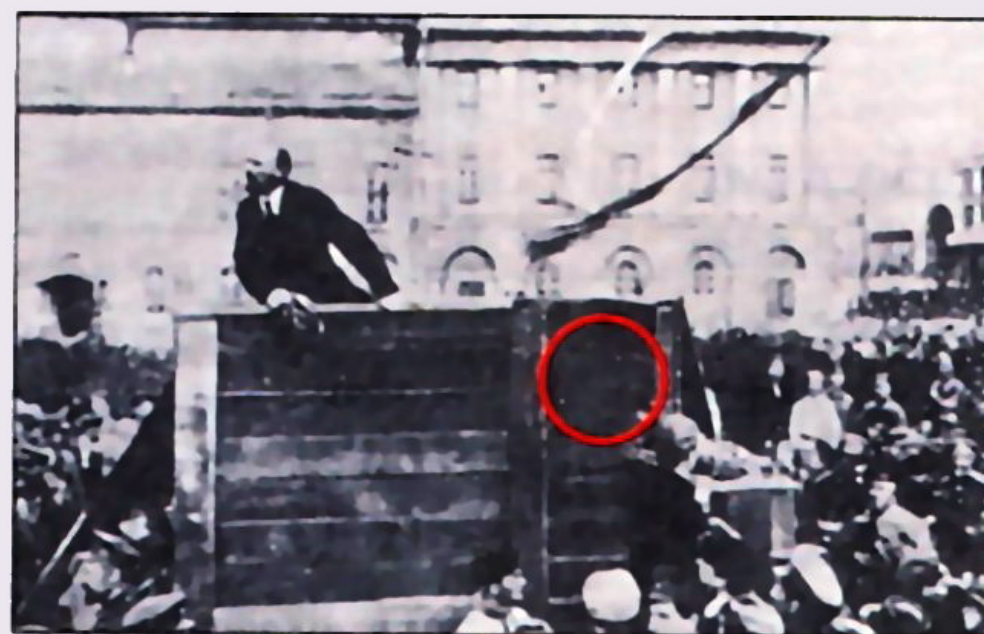
Ein Bild, eine Grafik bewirken eine Zusammenschau, die sachliche Darstellung und Appell ist.

Mit einem Blick ist alles zu überschauen, über Details ist schwer Rechenschaft abzulegen.

Sie sind weder dialogisch noch diskursiv; man kann ihnen nicht unmittelbar widersprechen.

So werden heute Regressions-, Geschäft- und Info-Grafiken auch als wirtschaftliche Machtmittel eingesetzt

Und mittels Bildmanipulationen wurden so schon Kriege begründet.





Bilder und Religionen

Je nach Religion und deren Auslegung werden Bilder verehrt bis verboten.

Die Ikone (*griechisch **eikōn***) ist vor allem in den östlichen Kirchen seit dem 4.Jh. bekannt.

Sie wird nicht angebetet, sondern als ein Fenster zur himmlischen Welt betrachtet.

In der christlichen Kirche kam die **Bilderverehrung** im Zusammenhang mit der Heiligenverehrung auf.

Bildverbote entstehen vor allem in monotheistischen Religionen um pantheistischen Bilderverehrungen entgegenwirken.

Im **byzantinischen Bilderstreit** (8./9. Jh.) verboten mehrere Kaiser die Bilderverehrung während viele Päpste sie billigten.

Der **Koran** enthält kein ausgesprochenes Bilderverbot enthält. Es entstand erst nach Mohammed.

In **Judentum, Islam** und in Teilen des Protestantismus wird das Bilderverbot oft recht eng ausgelegt.

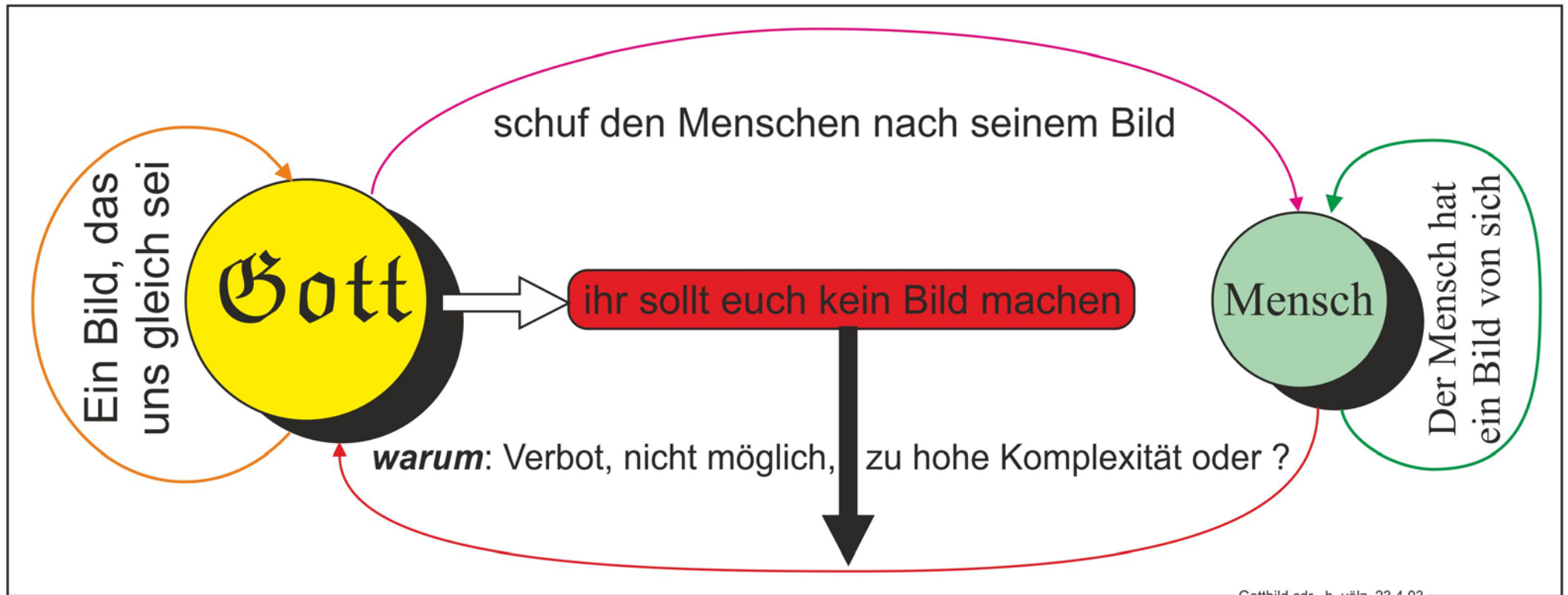
In **Synagogen und Moscheen** befinden sich fast nie Darstellungen von Gott, Religionsstiftern, Menschen oder Tieren.

Im Islam sind stattdessen kalligraphische Schriftzüge, geometrische Muster und **Pflanzenornamentik** verbreitet.

In der Reformationszeit kam es (von LUTHER missbilligt) mehrfach zum **Bildersturm**,

Dabei wurden die Bilder gewaltsam aus den Kirchen entfernt und zerstört.

Gemäß dem alten **Testament** gelten die Aussagen des folgenden Bildes.



Abstrakte Bilder

abstrakt lateinisch abstrahere wegziehen, fortschleppen, gewaltsam trennen, abziehen, abhalten
Das Gegenteil ist konkret lateinisch concretus zusammengewachsen, verdichtet, dicht, gegenständlich

Ursprünglich stammen die Begriffe aus der *Philosophie* und betreffen unser *Denken*.

Bei der Abstraktion werden von *konkreten* (gegebene) Objekten *allgemeine Eigenschaften "abgezogen"*.

So entstehen allgemeine, möglichst viel *umfassende Begriffe*, etwa die *Gattungen Baum* oder Lebewesen.

„*Eigentliche*“ *Bilder* haben aber einen konkreten Bezug zur *Realität*, stellen sie *wiedererkennbar* dar.

Vorstellungen zeigen meist entsprechende *Möglichkeiten* auf. *Traumbilder* können erheblich davon *abweichen*.

Vor allem durch die betont realistische (konkrete) Fotografie, suchten die Künstler nach neuen Möglichkeiten.

So entstand die *abstrakte Kunst*, die absolut und gegenstandslos sein will (s. u. Bild $\Leftrightarrow$ Sprache).

Einige Stilrichtungen sind Action-Painting, Expressionismus, Konstruktivismus, Kubismus, Surrealismus Tachismus.

So schuf 1913 *Kasimir Sewerinowitsch* (1878 - 1935) sein berühmtes »**Schwarzes Quadrat auf weißem Grund**«

Darstellung von Zusammenhängen

Physikalisch-chemisch besteht das „übliche“ Bild aus *Farb- und Helligkeitselementen* (F, H) auf einer Fläche.

Daher sind sie formal mittels der *Koordinaten* a und b als $F(a, b)$ und $H(a, b)$ vollständig beschreibbar.

Bei all diesen Bildern wird von einer Änderung mit der *Zeit abgesehen* (also kein Film usw.).

Doch der „Inhalt“ eines Bildes ergibt sich durch seine mehr oder weniger gute *Abbildung der Realität* $R(x, y, z)$.

Einige Bilder sind „Übertragungen“ innerer Bilder oder Vorstellungen $R'(x, y, z, t)$ in Farb- und Helligkeitswerte.

Der Zusammenhang $R(x, y, z)$ bzw. $R'(x, y, z, t) \Leftrightarrow F(a, b) + H(a, b)$ ist z. B. mit der Perspektive zu erfassen.

Doch es gibt deutlich andere „Bilder“. Sie stellen hauptsächlich mathematische oder logische Zusammenhänge dar.

Wahrscheinlich war GEORG GEORGIUS AGRICOLA (latinisiert von Georg Bauer; 1494 - 1555) einer der Ersten, der

Bilder so benutzte, und sie nicht nur zur Veranschaulichung von Fakten heranzog [14], S. 148.

Ein Beleg ist sein nach seinem Tode 1556 erschienene Buch „De re metallica“ (Vom Bergwerk).

Heute werden sehr vielfältige Zusammenhänge durch solche Bilder dargestellt.

Sie sind für die Wissenschaft unentbehrlich geworden.

Eine vollständige Zusammenstellung ist daher kaum möglich.

Doch es lassen sich zwei große Klassen mit mehreren Unterklassen unterscheiden:

I. Die *Koordinaten* a, b werden für *Variablen* x, y, t genutzt.

II. Die Koordinaten werden *nicht genutzt*.

Zwischen den „üblichen“ Bildern und denen für Zusammenhänge stehen vor allem die *Fraktale*. (s. u.)

Ferner sind Bilder zur *allgemeinen Veranschaulichung* zu nennen.

Auch die Nutzung der 3. (*Raum-*) *Koordinate* mittel der Perspektive kommt hinzu.

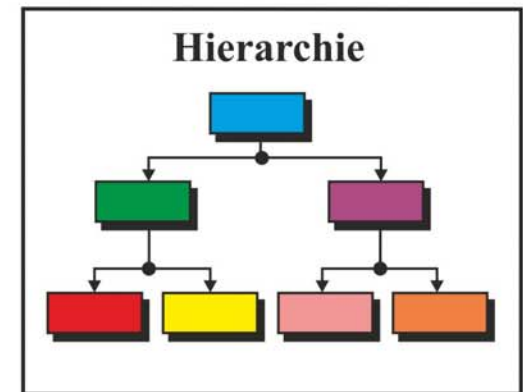
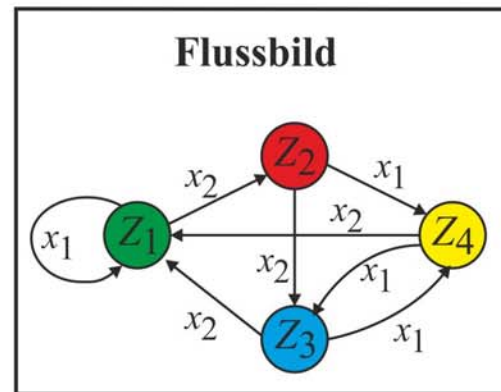
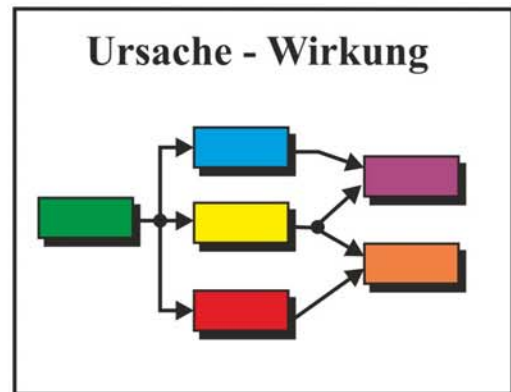
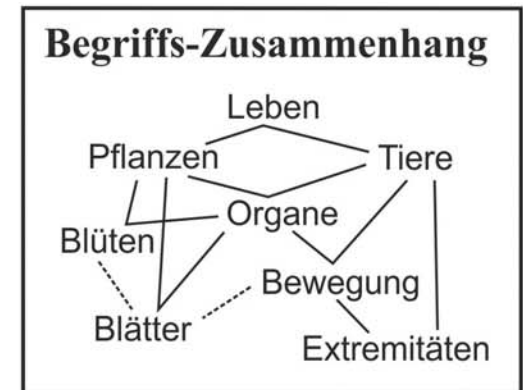
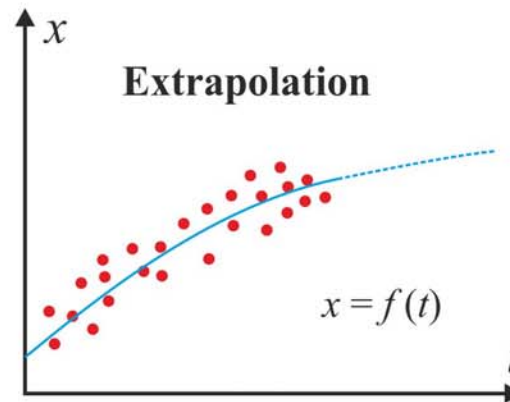
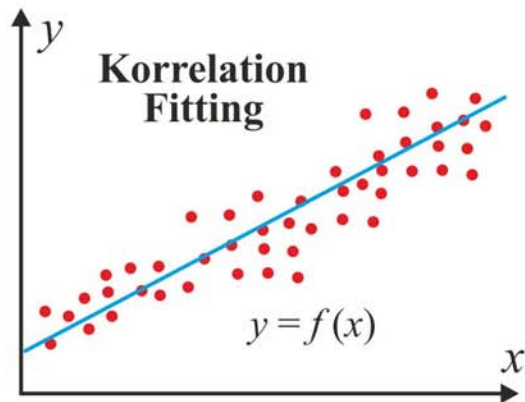
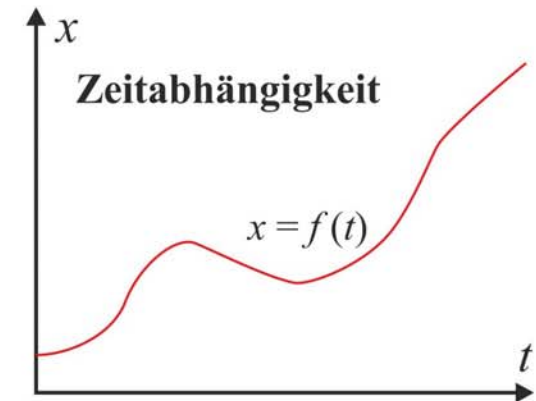
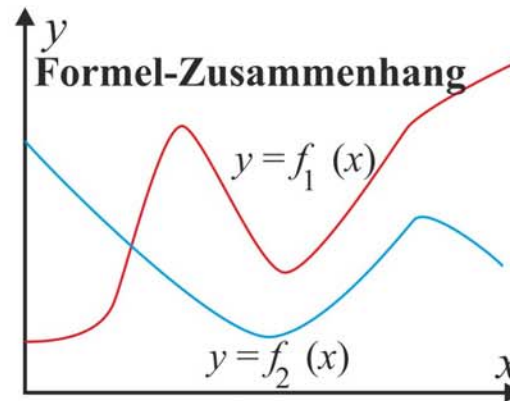
Die beiden Hauptklassen

I. Nutzung der Koordinaten

1. Darstellung des Zusammenhangs zweier veränderlichen Größen x und y als **Funktion** (Kurvenverlauf) $y = f(x)$.
2. Änderung einer Größe x im Verlaufe der **Zeit** t als Änderung(z. B. Signal) $x = f(t)$.
3. Zu Messpunkten x_i, y_i ($i = 1$ bis n) wird eine genäherte Funktion $y = f(x)$ gebildet. Ihr Zusammenhang wird u. a. als **Korrelation** der Messwerte, die Methode als Fittung bezeichnet.
4. Wird die Funktion $y = f(x)$ über den Bereich der Messwerte fortgesetzt, so liegt eine **Extrapolation** vor, wird die Koordinate x durch die Zeit t ersetzt, so handelt es sich um eine **Prognose**.

II. Keine Nutzung der Koordinaten

5. Es wird die **gegenseitige Abhängigkeit** von Begriffen oder Fakten durch **Verbindungslinien** dargestellt (auch Mindmap, To-Do-Listen). Dieses Prinzip ist auch für die Ordnung von zunächst unzusammenhängenden Begriffen, Gedanken wertvoll. Daher wurden hierfür Rechnerprogramme entwickelt. z. B. c't: 7/2013, S. 158.
6. Die Abhängigkeiten können auch den Zusammenhang **Ursache $\Rightarrow$ Wirkung** zurückgehen. Das lässt sich durch gerichtete Pfeile ausdrücken.
7. Insbesondere bei digitalen Systemen, z. B: **Automaten** gibt es **Zustände** Z_i , zwischen denen Übergänge durch Signale x_j bewirkt. Dies wird z. B. durch **Flussbilder** dargestellt.
8. In vielen komplexen Systemen gibt es **geordnete Abhängigkeiten**, die durch **Strukturbilder**, z. B.: als **Hierarchien** dargestellt werden.
9. Bilder werden auch in Texten als Träger für **Links** (englisch link Verbindung, Verknüpfung) zu anderen Texten oder Bildern benutzt. nur in günstigen Fällen deuten sie darauf hin, was hinter den Links zu erwarten ist. Auch ein Rückweg kann schwierig sein ist $\Rightarrow$ „Lost in Hyperspace“ (verloren im Hyperraum)

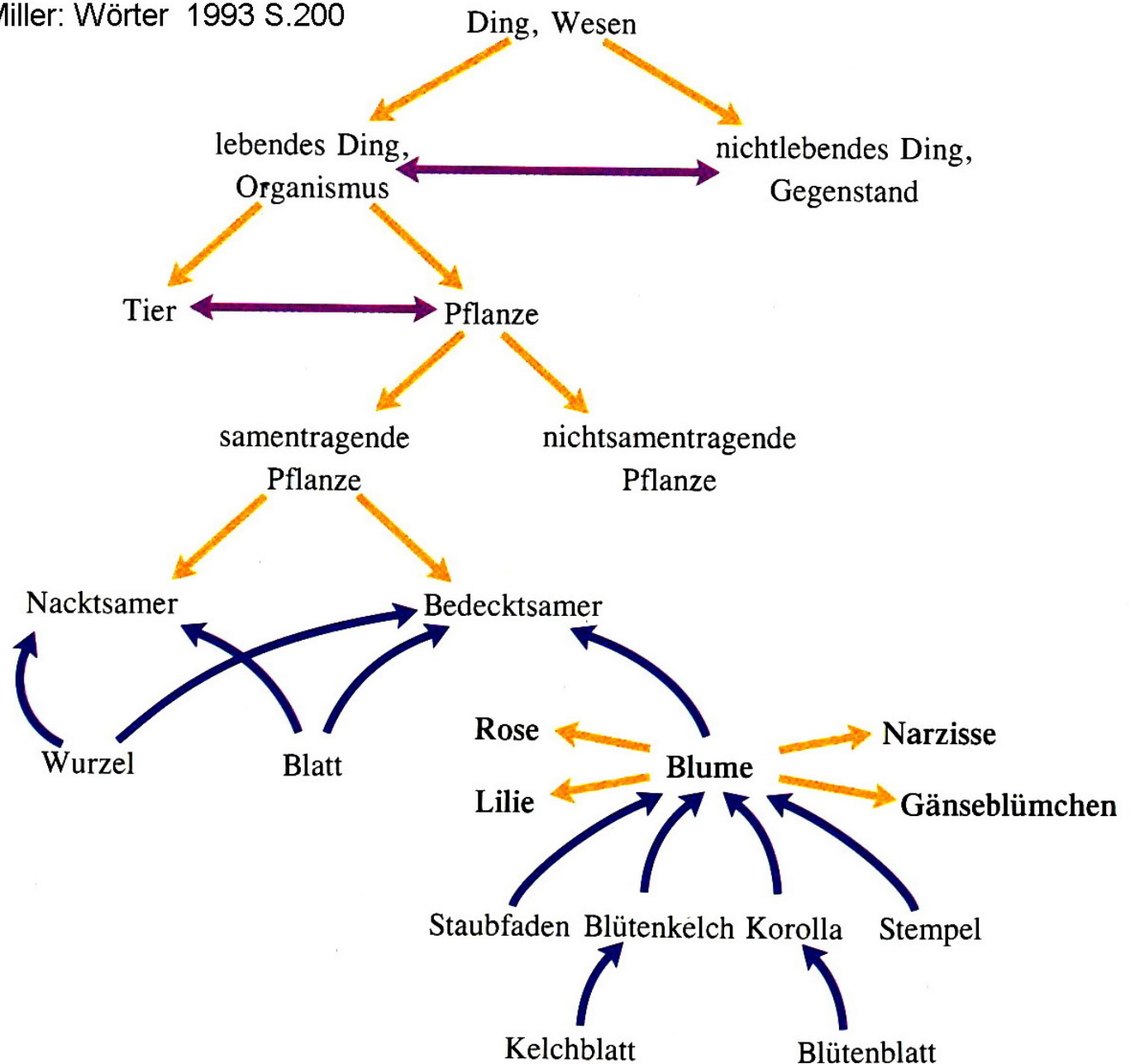


Dies ist ein konkretes Beispiel für inhaltliche Zusammenhänge. Beachten Sie die Farben der Pfeile, sie vermitteln eine zusätzliche Bedeutung [15].

Mit derartigen Methoden kann man zunächst ungeordnete Fakten in eine Ordnung zwingen.

Hierfür wurden mehrere Rechner-Programme entwickelt, die wenig bekannt sind, aber teilweise recht nützlich sein können.

Miller: Wörter 1993 S.200



Mathematik und Bilder

Bereits die *alten Griechen* besaßen *zwei mathematische Methoden*:

Die Geometrie arbeitete mit *Zirkel und Lineal* und benutze daher Bilder.

Die Arithmetik rechnete mit *Zahlen und Formeln* und als Ergebnisse ergaben sich wiederum Zahlen.

Eine Änderung trat erst 1637 durch das Buch „le geometrie“ von RENÉ DESCARTES (Cartesius, 1596 - 1650) ein.

Von da an ist die klassische Geometrie vollständig durch analytische Formeln behandelbar.

Für sie werden keine Bilder mehr benötigt, und bald werden sie sogar für unbrauchbar erklärt.

Denn nur mit analytischen Methoden sind Ableitungen, Beweise in logischen Einzelschritten möglich.

Im 19. Jh. erscheinen dann erste Mathematikbücher ohne jedes Bild,

und der Autor erklärt stolz, das Buch genüge somit höchsten formalen Ansprüchen.

Der nächste Schritt erfolgt auf dem Mathematikerkongress 1900

Hier fordert DAVID HILBERT (1862 - 1943) mit 26 Thesen u. a. die vollständige Axiomatisierung der Mathematik

Dabei sollen nur noch logische Beweise gültig sein.

Der „Tractatus logico-philosophicus“ 1918 von LUDWIG WITTGENSTEIN (1889 – 1951) sagt ähnliches (widerrief er später).

1931 zeigt die Dissertation von KURT GÖDEL (1906 - 1978), dass der Weg als undurchführbar ist.

Die Rückkehr der Bilder

Sie wird durch die **Informatik** und die **grafische Aufbereitung von Daten** allmählich erzwungen.
Wesentliche Etappen sind

- 1968 ARISTID LINDENMAYER (1925 - 1989) benutzt genetische Algorithmen (***L-Systeme***) zur Generierung und Darstellung von Pflanzen.
- 1970 GRACE MURRAY HOPPER (1906 - 1992) beklagt, dass ihre Dissertation von 1934 offensichtlich deswegen unbeachtet blieb, weil sie bildliche Aussagen enthielt.
- 1970 Beginn der ***Computertomografie***.
- 1975 Die ***graphische Bildschirmausgabe*** beginnt sich durchzusetzen.
- 1980 BENOÎT B. MANDELBROT (1924 - 2010) erzeugt erste fraktale Bilder (***Apfelmännchen***): Die Natur ist fraktal! (s. u.)
- 1985 Mit seiner Habilitation weist W. ROTH (Ilmenau) auf die ***Ausgabe innerer Bilder*** durch die Computergrafik hin.
- 1988 HEINZ ZEMANEK (*1920) setzt sich für bildliche Darstellungen ein „schau her, so funktioniert das“
- 1990 Der Durchbruch der wirtschaftlichen und ***politischen*** Bedeutung der ***Infografik*** erfolgt.

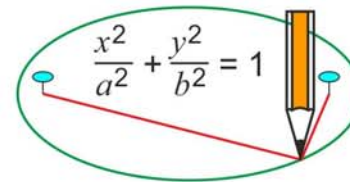
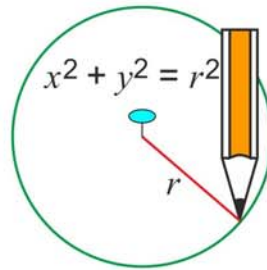
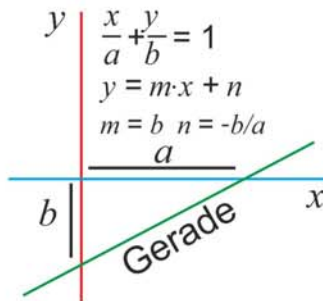
Heutige Aufteilung der Mathematik

Arithmetik Rechnen mit Formeln	Geometrie Betrachtung von Bildern: Zirkel und Lineal
Zahlen, Funktionen, Gleichungen, Berechnungen, Differential-, Integralrechnung, Analytische Geometrie, Funktionentheorie, Variationsrechnung, Wahrscheinlichkeitstheorie, Beweise Informatik.	<i>Darstellende Geometrie</i> : Projektionen, Perspektive. <i>Planimetrie</i> : Punkt, Gerade, Strahl, Winkel, Parallele, orthogonal, Dreieck, n-Eck, Parallelogramm, Kreis, Ellipse, Hyperbel, Flächenmessung, Symmetrie, Ähnlichkeit, <i>Stereometrie</i> = Körpermessung: Würfel, Quader, Kugel, Pyramide, Kegel, Regelmäßige Körper, Oberfläche, Symmetrie, Kristallsysteme, Topologie : Eigenschaften geometrischer Figuren Konstruktion und technisches Zeichnen, Computergrafik .

um 1980 kamen als neues Gebiet die ***Fraktale*** hinzu

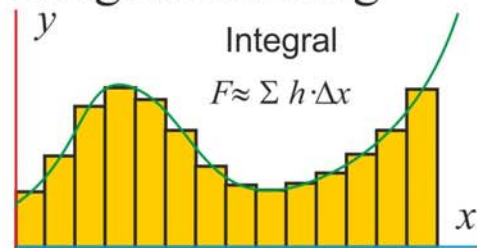
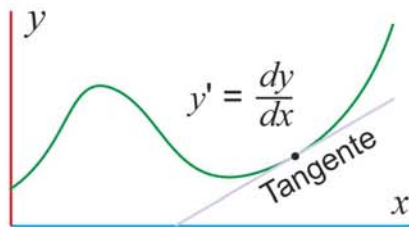
Beispiele
für mathe-
matische
Bilder und
deren
„Sprache“

Analytische Geometrie

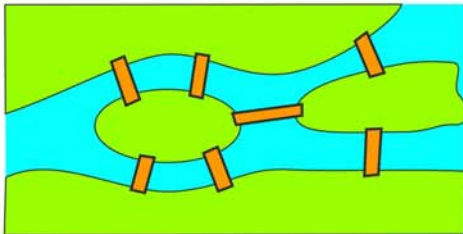
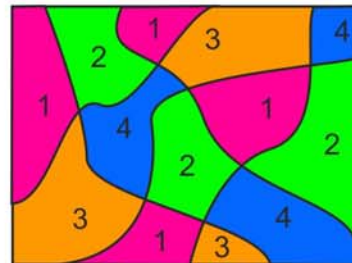
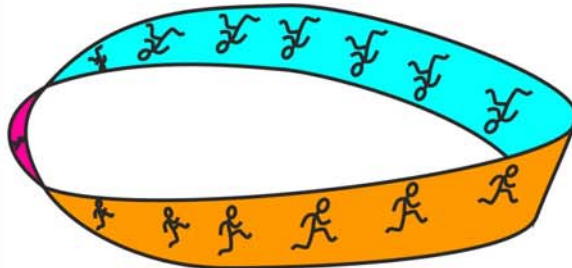


a)

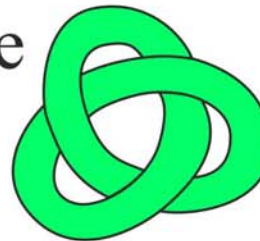
Differential- und Integralrechnung



b)

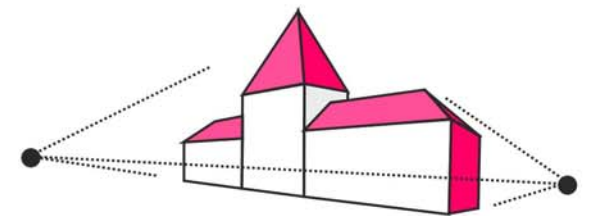
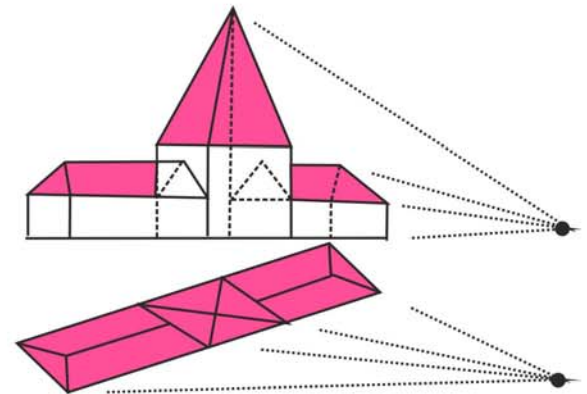
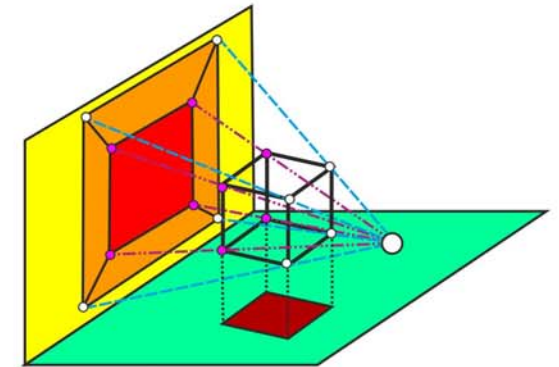


Topologie



c)

Konstruktion und Perspektiven

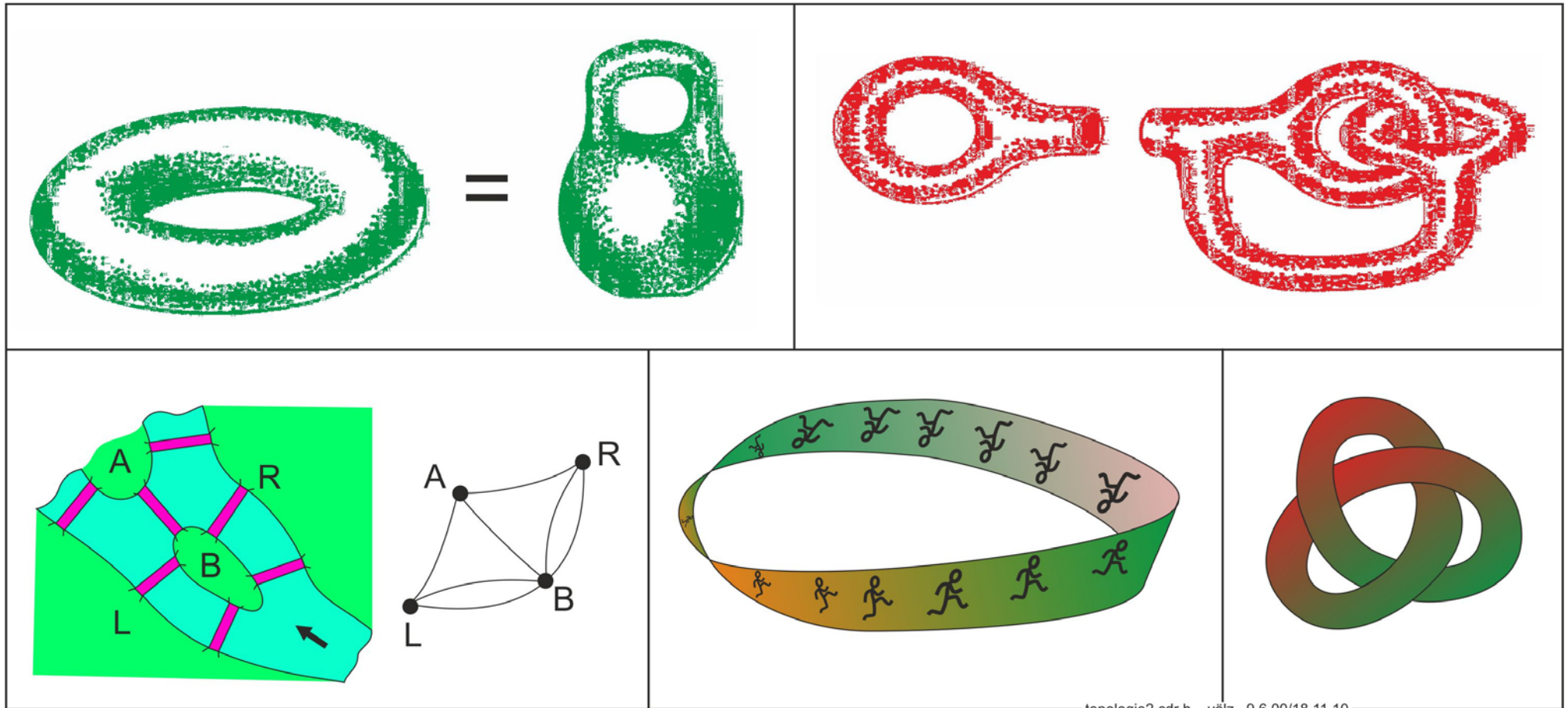


d)

numbildf.cdr h. vözl 7.5.94/00

Beispiele aus der Topologie

Möbiusband, Königsberger Brückenproblem und eine Auswahl besonderer Gebilde



topologie2.cdr h. vözl 9.6.00/18.11.10

Fraktale

wichtige Begriffe

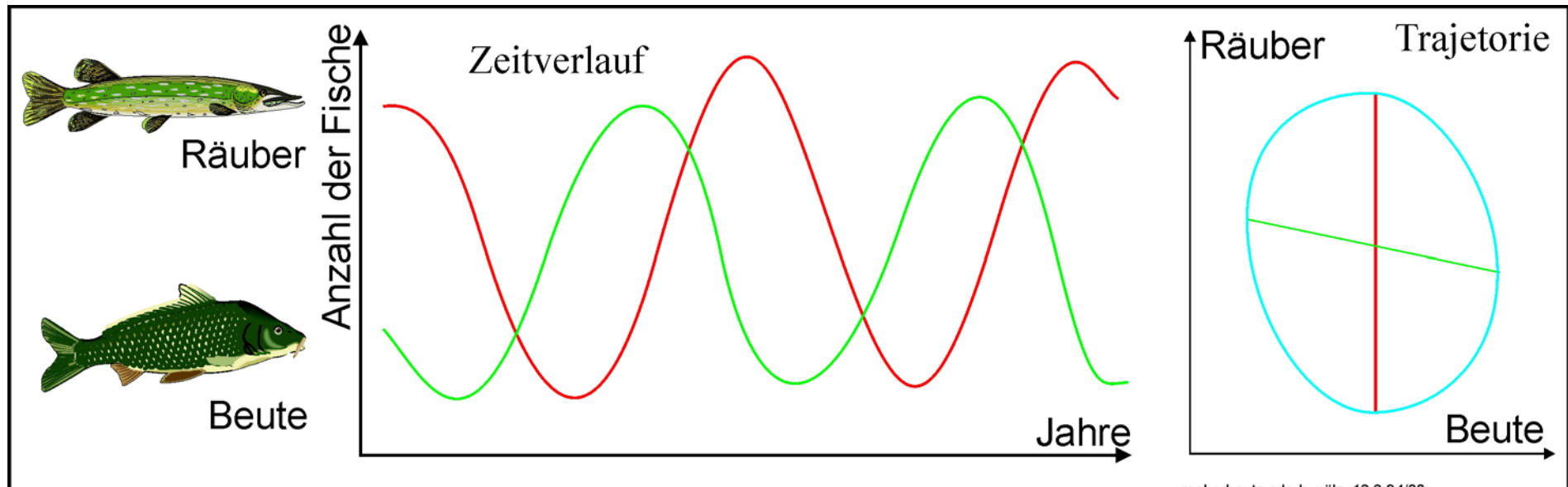
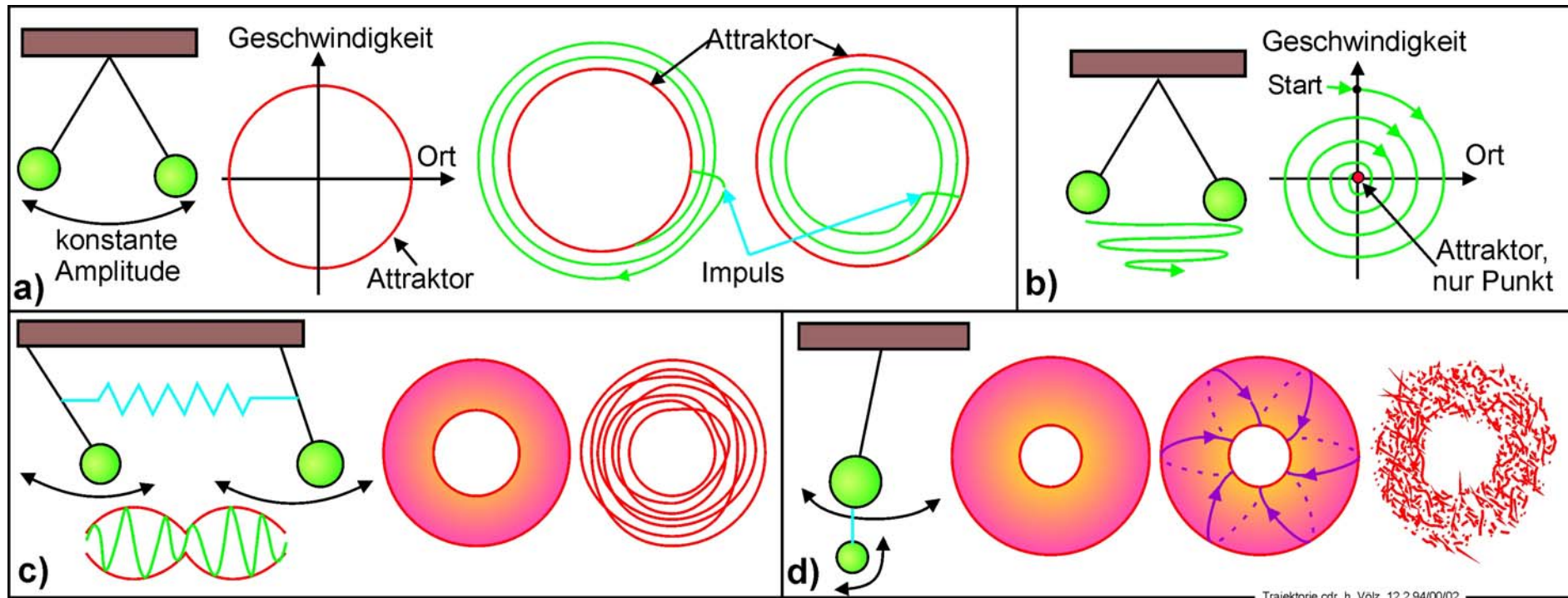
- **Phasenraum:**

griechisch phásisc Erscheinung; Aufgang eines Gestirns, *phaínesthai* Phänomen

- Beliebige *messbare Eigenschaften* als Koordinaten einer Darstellung
- Darstellungsraum besitzt oft mehr als zwei oder drei *Koordinaten, n-dimensional*
- So sind oft komplizierte Zusammenhänge *einfach darstellbar*

Landkarten sind Modelle: Farbe oder Höhenlinien ermöglichen räumliche Vorstellung
Es treten auf:

- **Trajektorie** (*lateinisch traiector* der Durchdringer) als durchlaufene Kurve im Phasenraum
- **Attraktor** (*lateinisch attrahere* anziehen) als Wert, Kurve oder Fläche, auf die sich die Trajektorie stabil einstellt, z. B. Räuber-Beute-Zyklen (Hecht-Forelle)
- **seltsamer Attraktor**: Attraktor der in getrennte, nicht zusammenhängende Stücke zerfällt
- **Abstoßungspunkte** sind selten gebräuchlich (Wasserscheide)



Länge einer Grenze

Küsten, Grenzen zwischen Ländern, Randkurven von Blättern usw.

Hierbei Eigenschaft Länge nicht exakt messbar.

Grenzen offiziell Spanien $\Leftrightarrow$ Portugal: 987 $\Leftrightarrow$ 1214 km

Dito Niederlande $\Leftrightarrow$ Belgien 380 $\Leftrightarrow$ 449 km.

Küste der USA:

1) Globus: 3 000 km, 2) Große Karte: 7 000 km, 3) Seekarte: 17 000 km, 4) zu Fuß ablaufen: 24 000 km.

Systematisch von LEWIS RICHARDSON 1961 untersucht

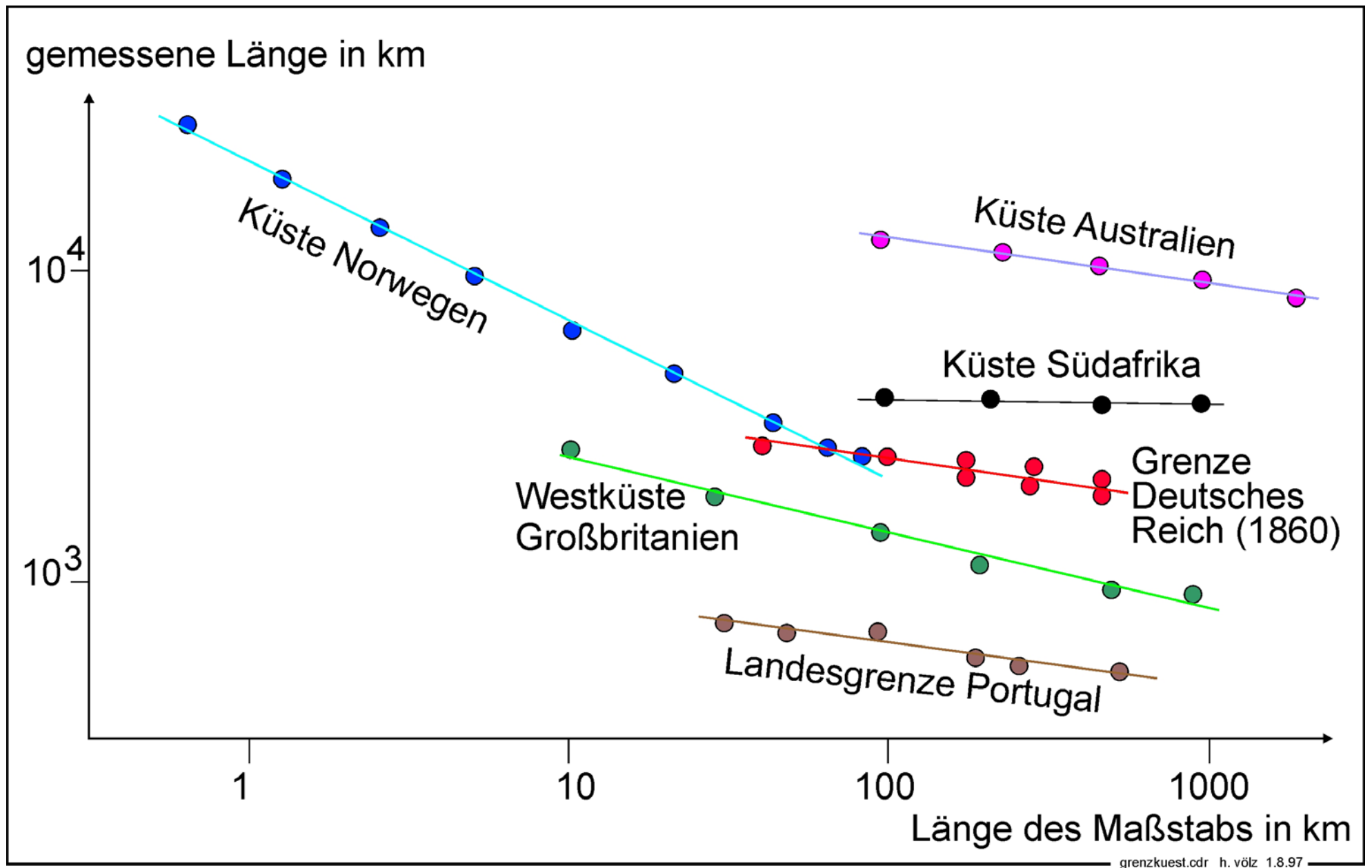
Theoretisch FELIX HAUSDORFF (1868 – 1942): D als HAUSDORFF-Dimension

Für Funktion $N(R)$ und Radius R gilt $N(R) \sim 1/R^D$ bzw. $D = -\lim_{R \rightarrow 0} \frac{\log(N)}{\log(R)}$

Speziell für Länge $L = L_0 \cdot R^{1-D}$, darin L_0 Bezugslänge (Strecke), R Messradius,

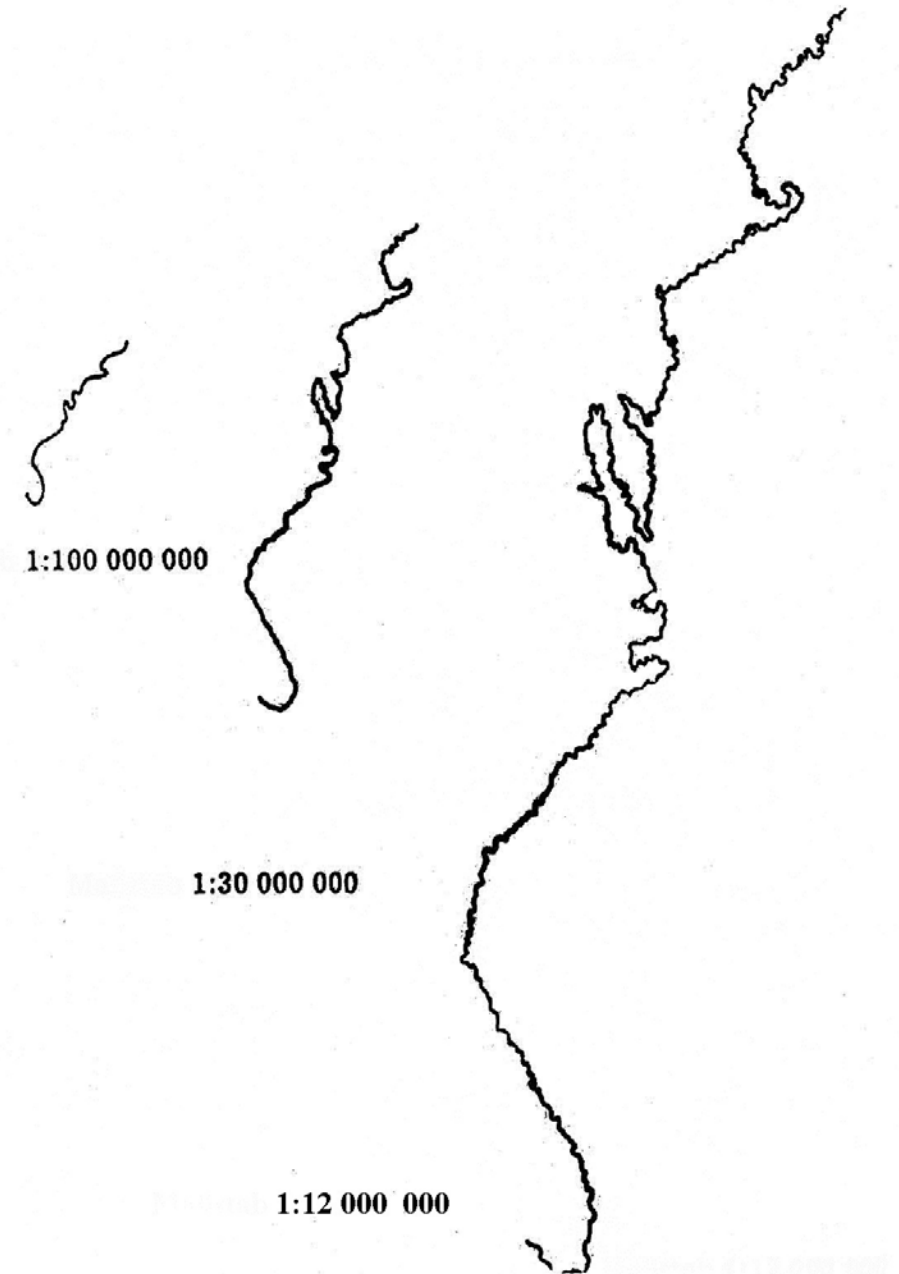
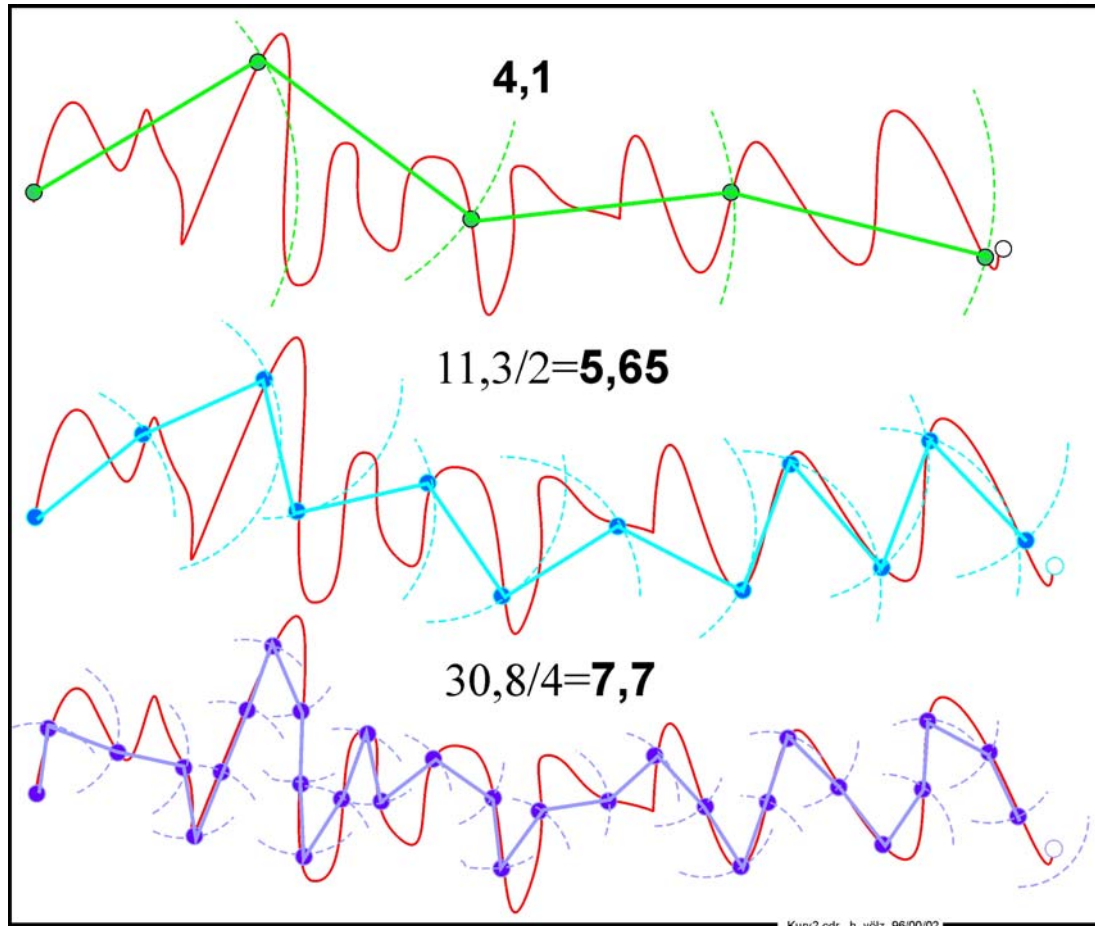
Ist von MANDELROT als fraktale Dimension benutzt.

$D = 1$ normale Linie, $D = 2$ Fläche usw., jedoch Zwischenwerte zulässig

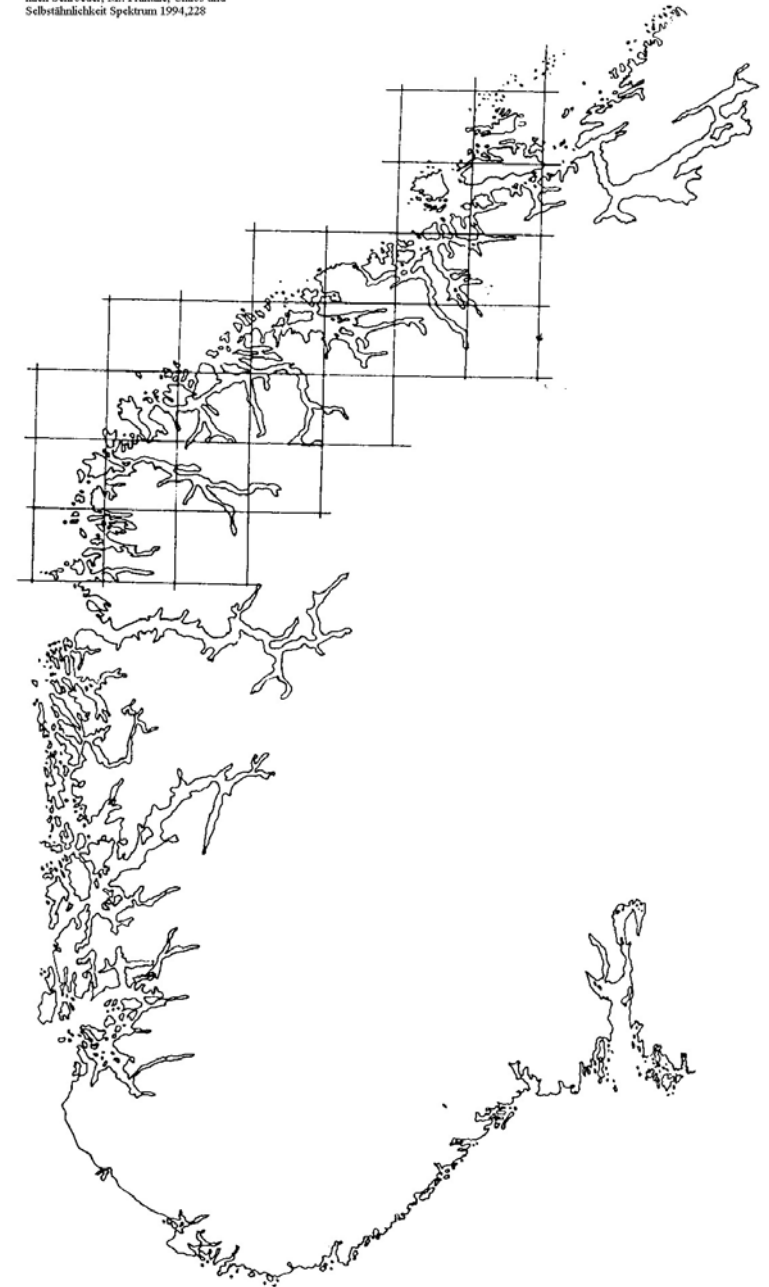


Westküste der USA in verschiedenen Maßstäben.

Sowie ein Modell dazu



Bestimmung per Quadrate bei Norwegen.



Fraktale

Lateinische fractus, frangere zerbrechen, unregelmäßige Bruchstücke erzeugen

Bekannt ist dieser Stamm u. a. in der *Medizin* als Fraktur, *Politik* als Fraktion, *Physik* als Refraktion (Lichtbrechung).

Den speziellen Begriff hat BENOIT B. MANDELBROT (*1924) um 1975 zunächst als „Fracta“ eingeführt.

1982 fand er bei der ersten möglichen Rechnerdarstellung das „*Apfelmännchen*“, das Wort stammt jedoch nicht von ihm.

Es wurde von Computerfreaks vielleicht mit Bezug auf das sächsische „Pflaumenmännle“ eingeführt.

1987 erschien dann das grundlegende Buch von Mandelbrot [16].

Inzwischen ist ein umfangreiches Gebiet der *Fraktalen Geometrie* mit mehreren mathematischen Methoden entstanden.

Hier sei nur der ursprüngliche Anlass für die Entstehung des Apfelmännchens mit dem folgenden Bild erklärt.

Das Apfelmännchen entsteht wenn für die Koordinaten x , y und den Startwerten a_0 und b_0 die beiden Funktionen

$$a := a^2 - b^2 - x \quad \text{und} \quad b := 2 \cdot a \cdot b - y$$

sie wird solange iteriert bis feststeht, ob Konvergenz oder Divergenz auftritt.

Dies war erstmalig mit hohem Rechenaufwand und bildlicher Darstellung genau zu untersuchen.

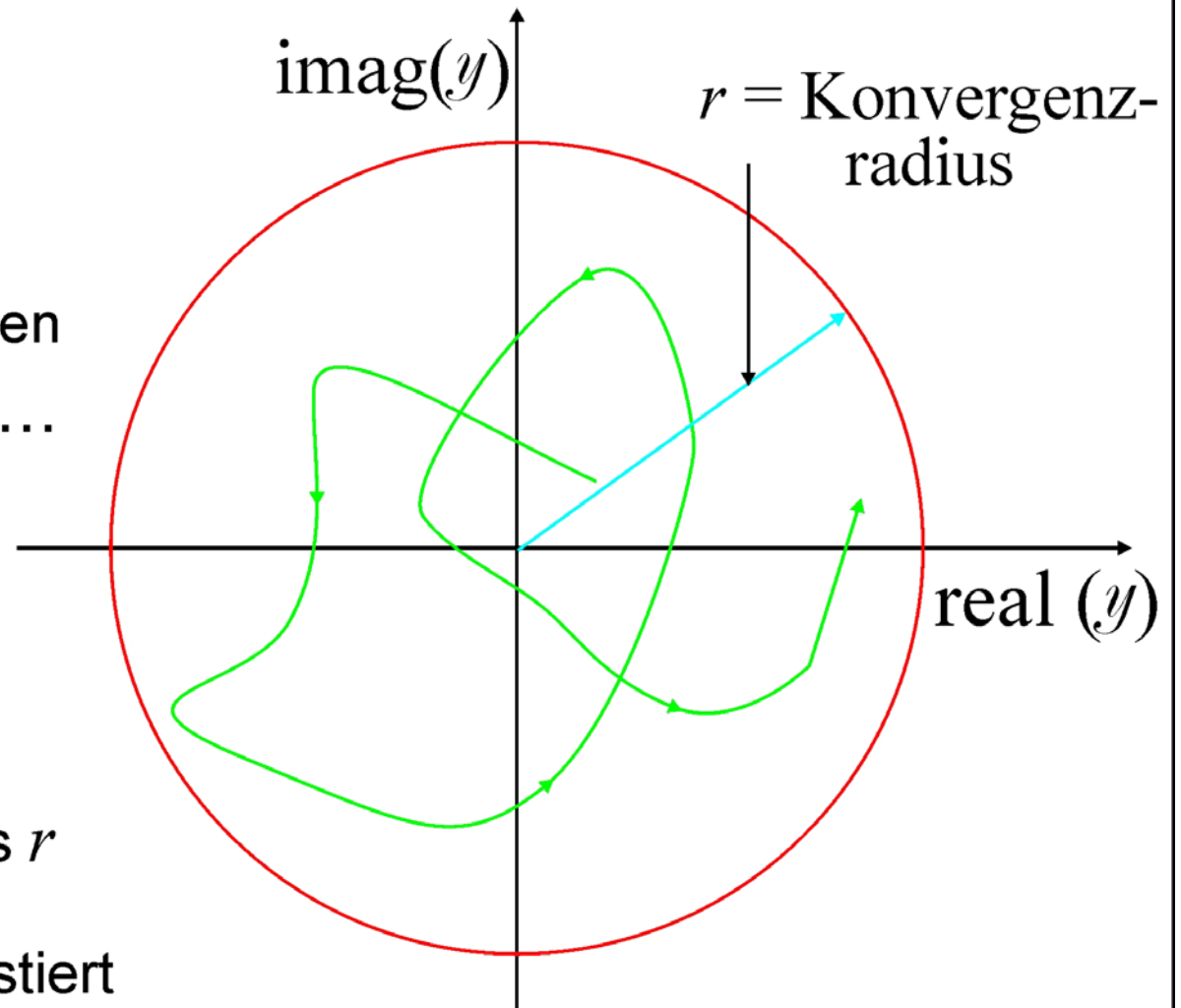
So gewann MANDELBROT (1.4.?! 1982) erstmalig das „*Apfelmännchen*“,

bei dem das Innere und Äußere durch eine sehr lange verkrümpelte Kurve getrennt wurden.

Komplexe Größen
 $z = a + b \cdot i; \quad i = \sqrt{-1}$

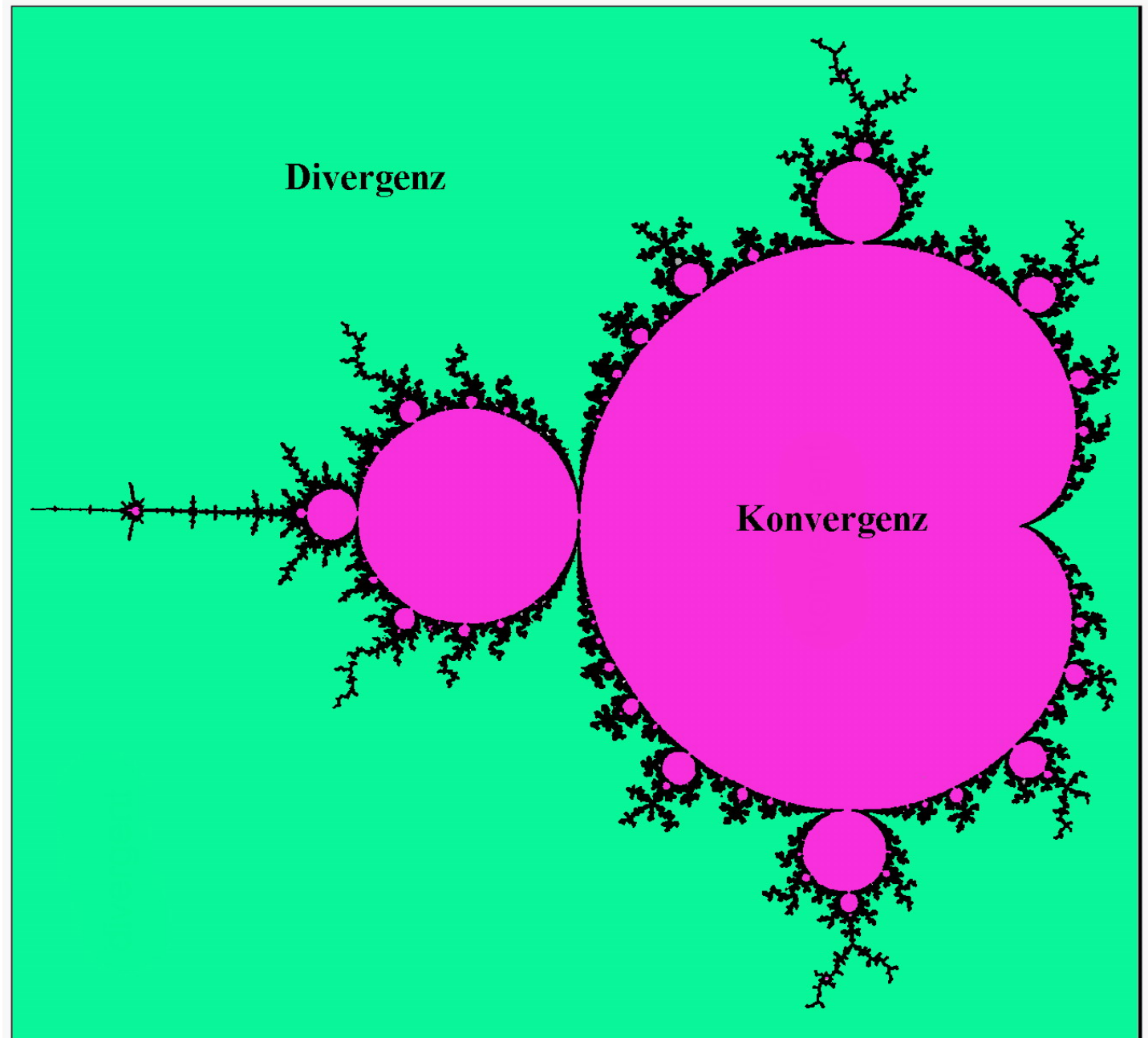
Konvergenz komplexer Reihen
 $y = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + d \cdot x^3 \dots$

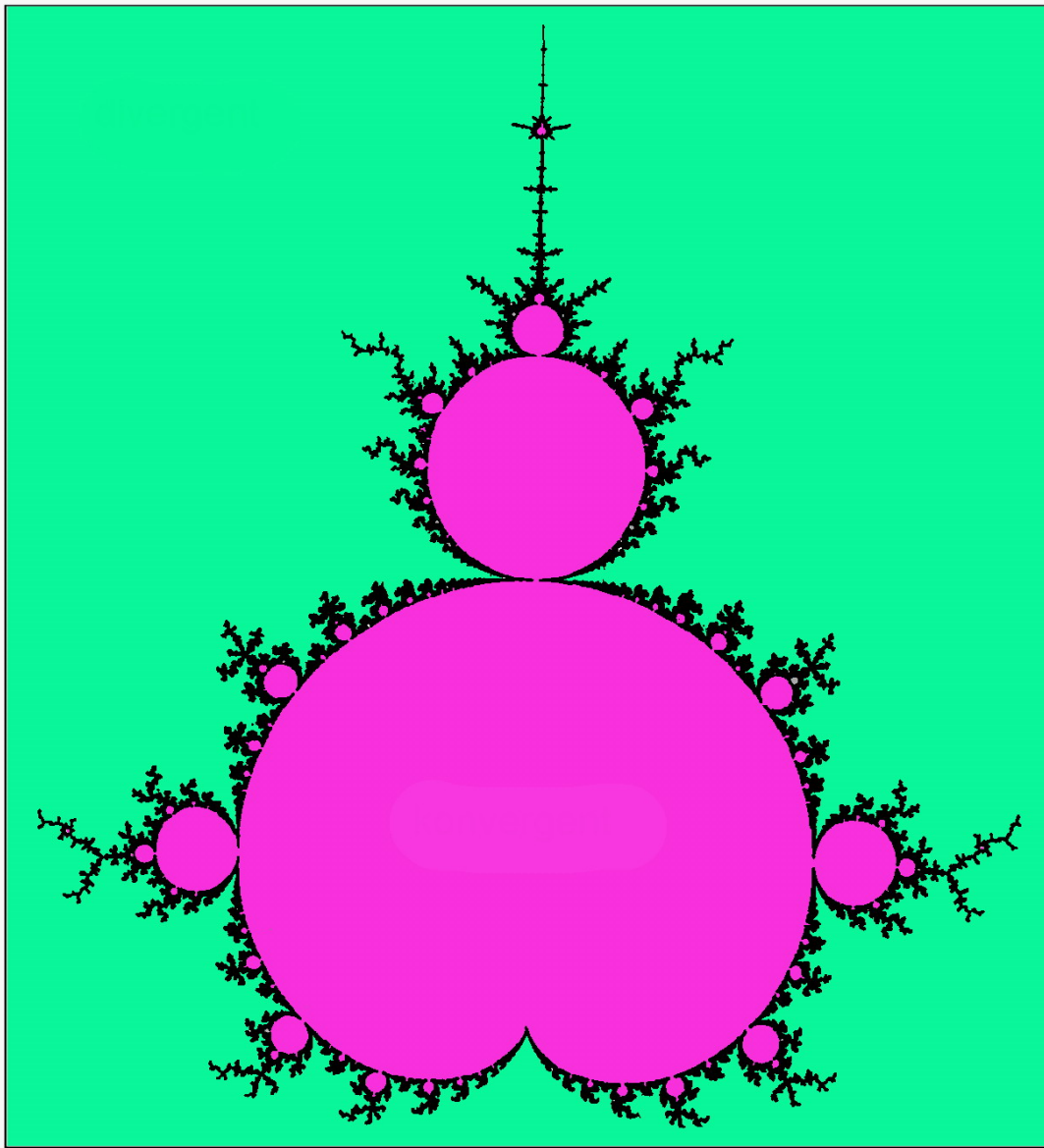
Nur berechenbar der Radius r
innerhalb dessen
mit Sicherheit Konvergenz existiert



Die **Grenze** zwischen Konvergenz und Divergenz ist eine hoch komplex „**verkrümpelte**“ und daher theoretisch **unendlich** lange Kurve.

Wenn in sie hinein **gezoomt** wird, werden immer wieder **apfelmännchenähnliche Gebilde** sichtbar. Einige davon sind bereits in diesem Bild deutlich erkennbar. Diese Selbstähnlichkeit ist ein typisches Kennzeichen aller Fraktale.





Das Apfelmännchen (links) ist um 90° gedreht. Das sächsische Pfeumännle (oben) könnte als Analogie für die Namensgebung gestanden haben.

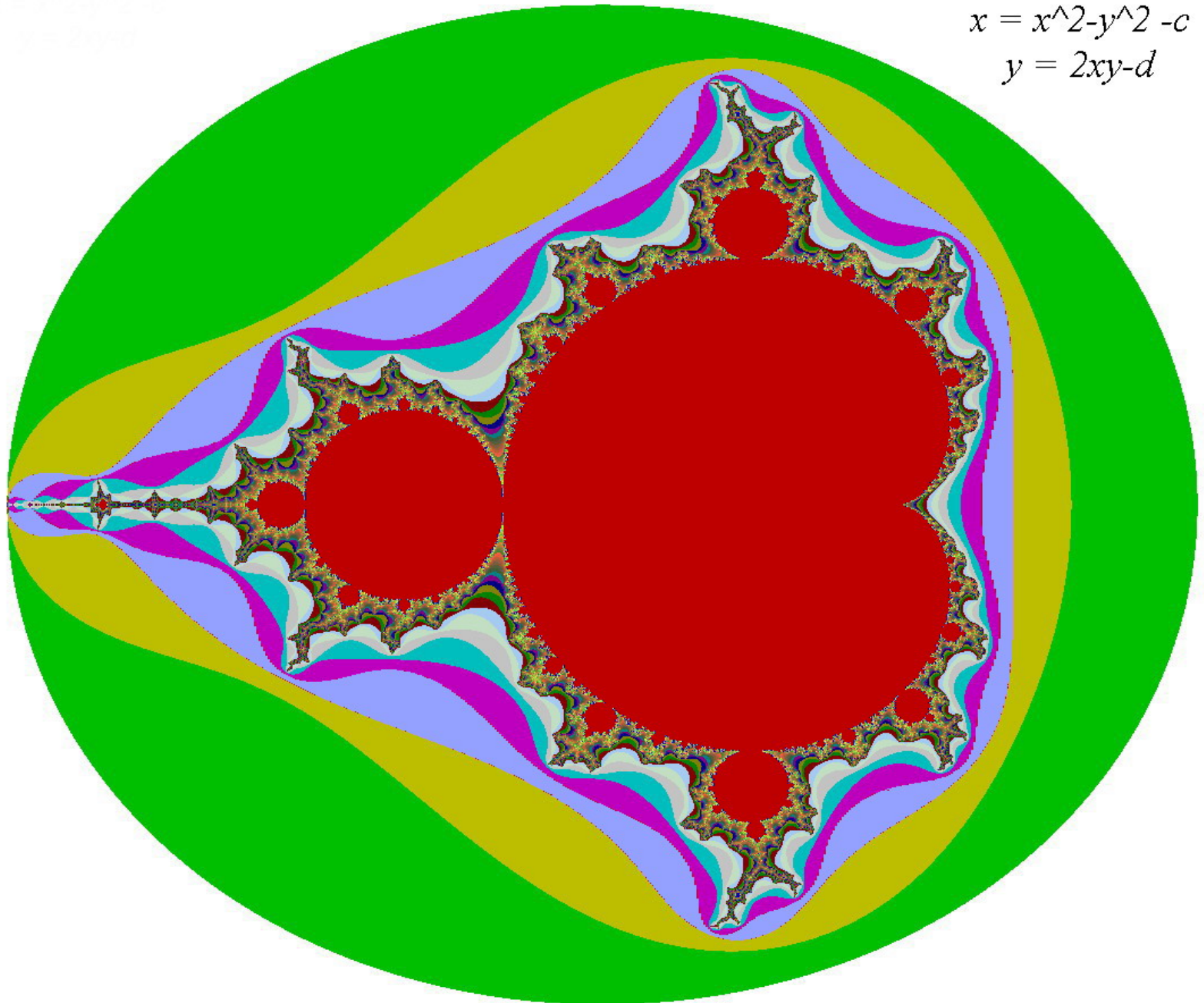
$$x = x^2 - y^2 - c$$

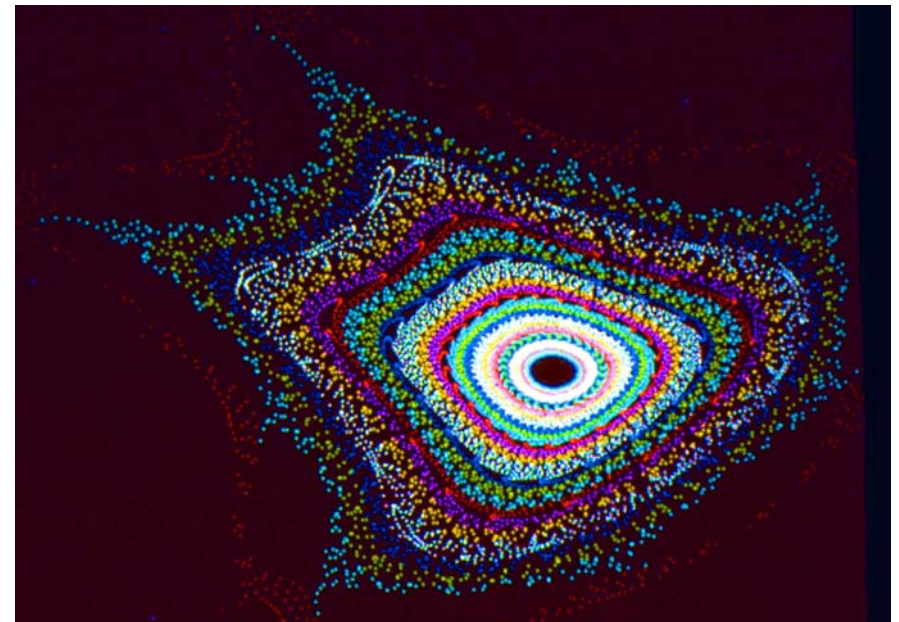
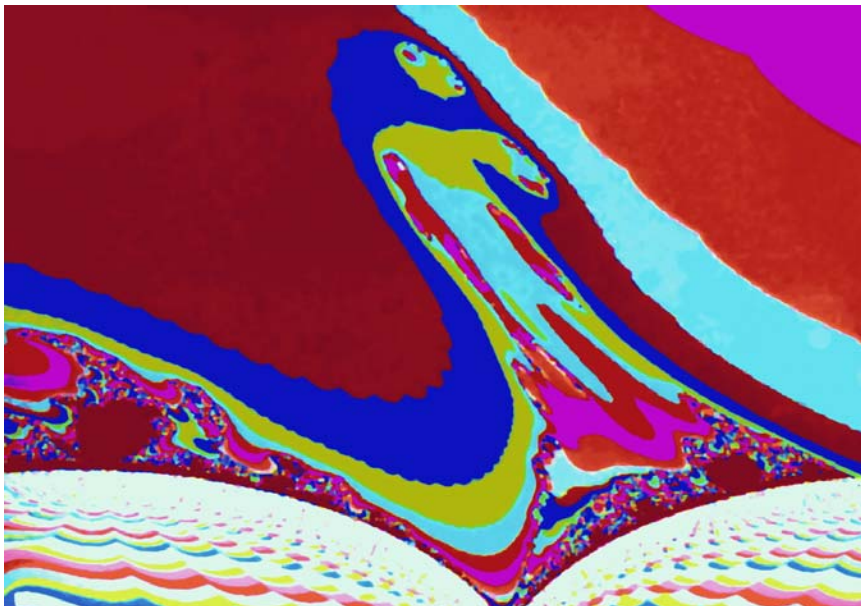
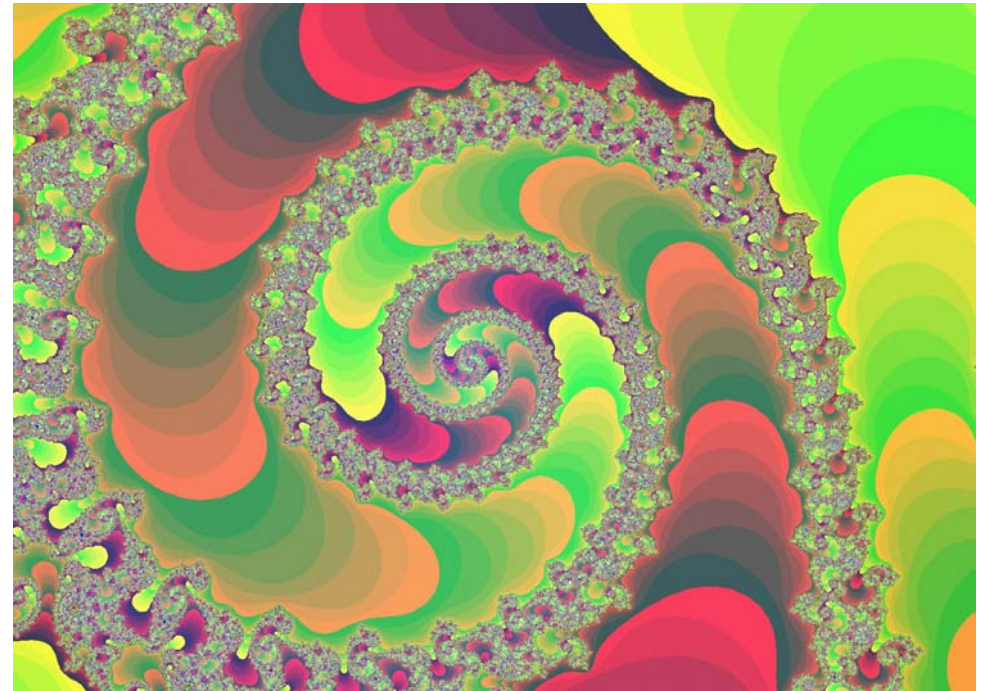
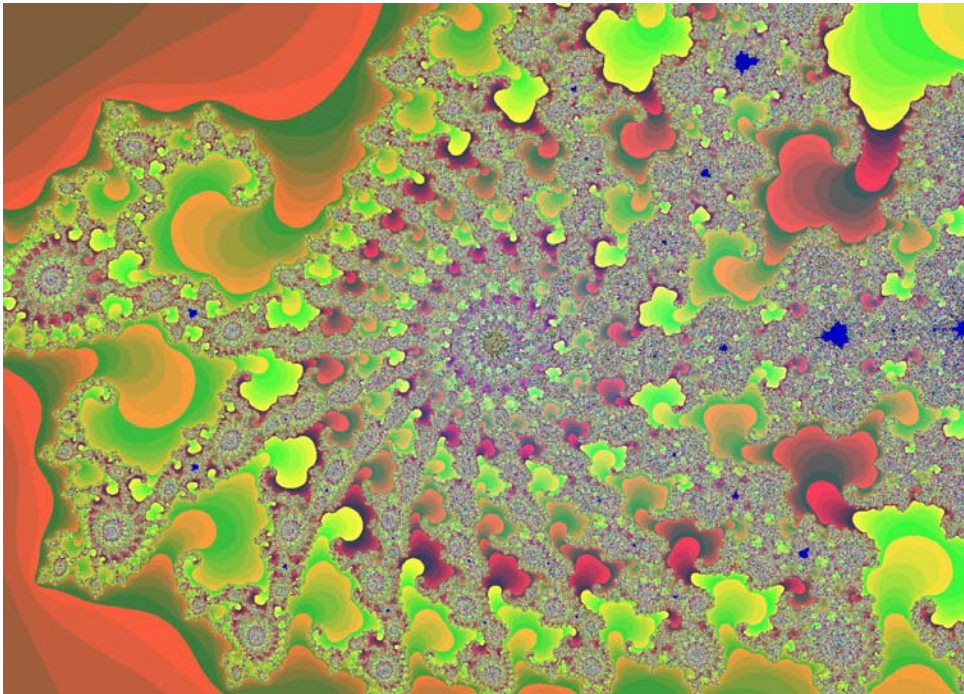
$$y = 2xy - d$$

$$x = x^2 - y^2 - c$$

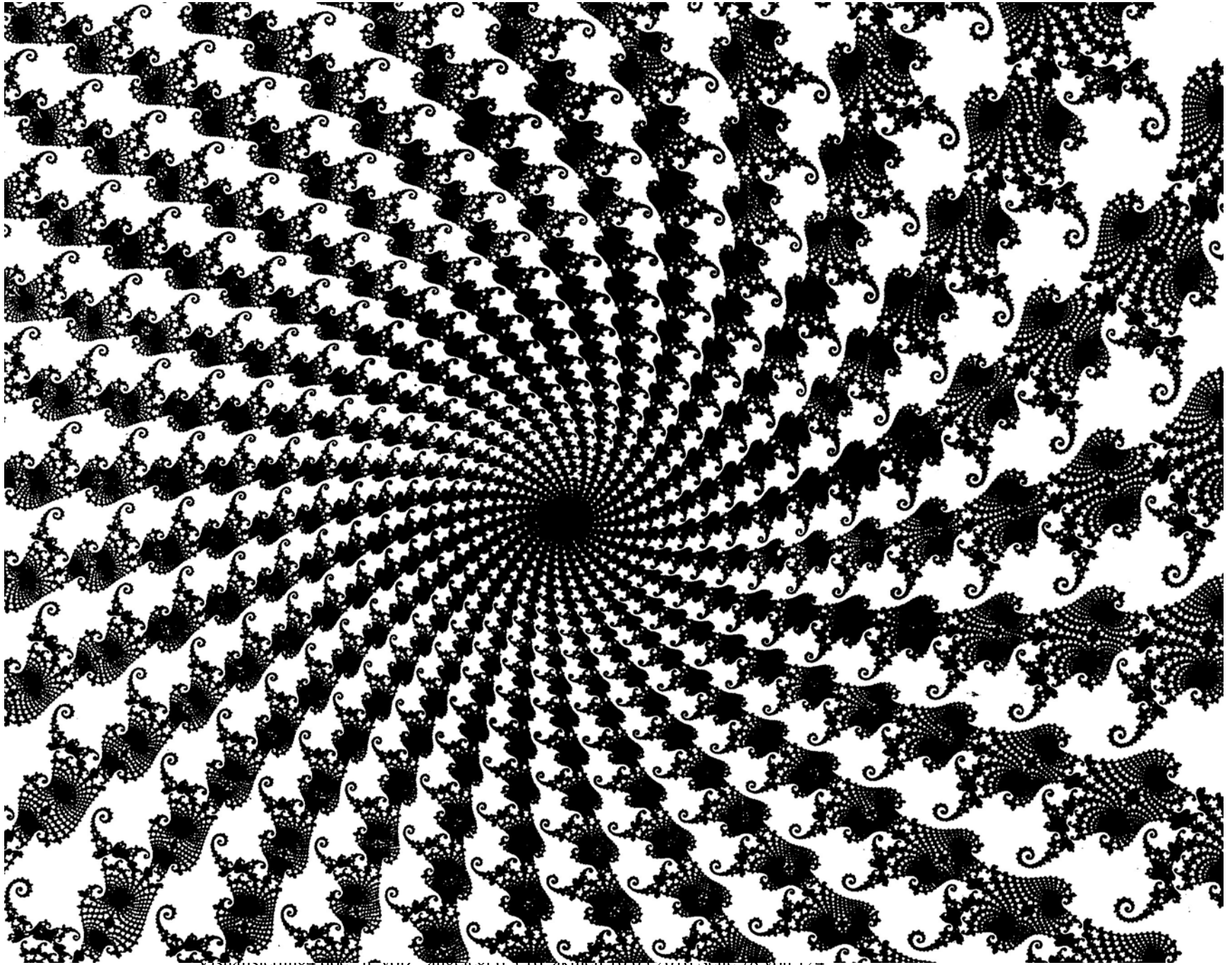
$$y = 2xy - d$$

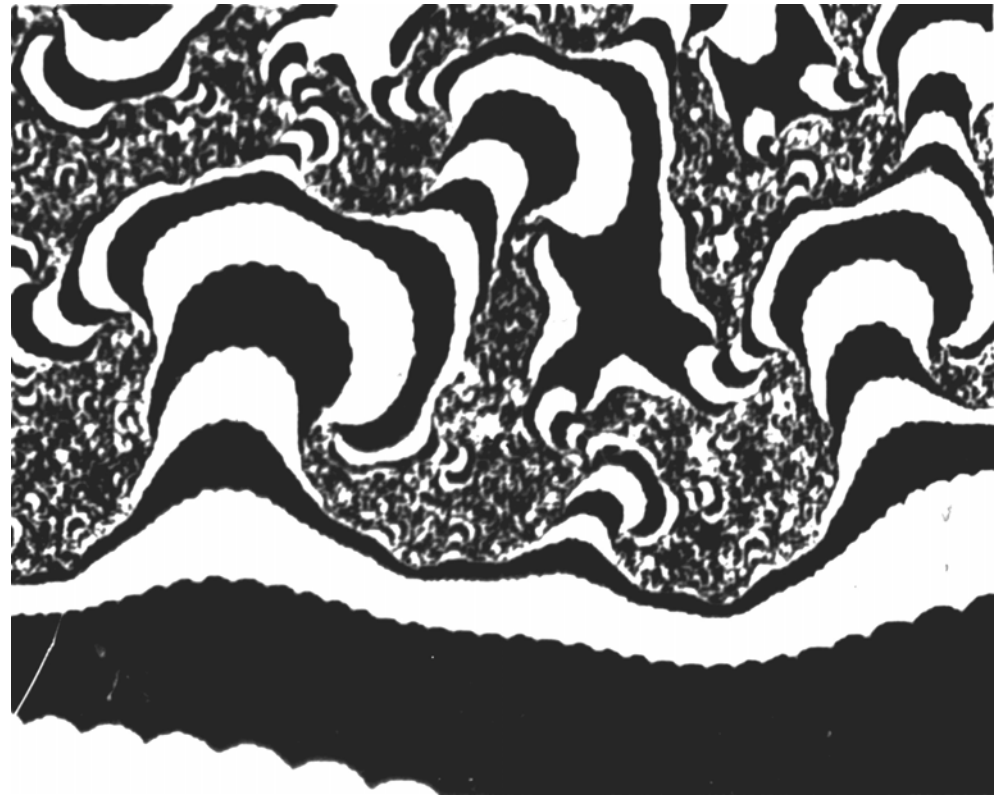
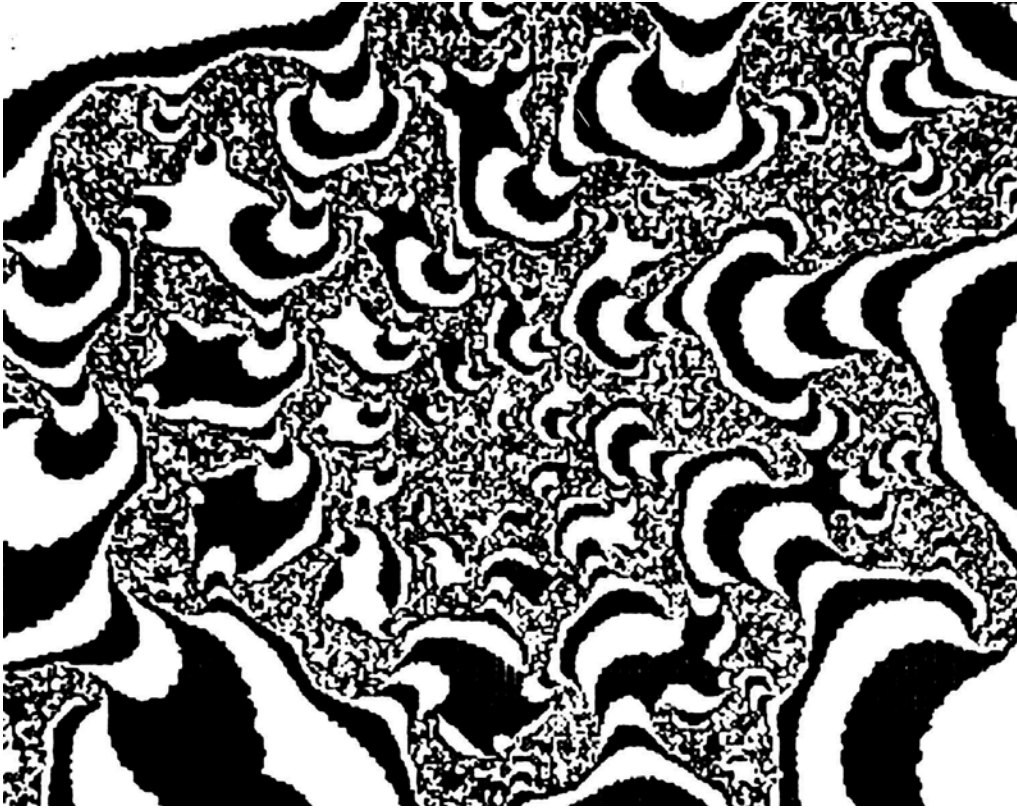
Die Farben zeigen an
wie viele Schritte
nötig sind, bis die
Divergenz sicher ist.





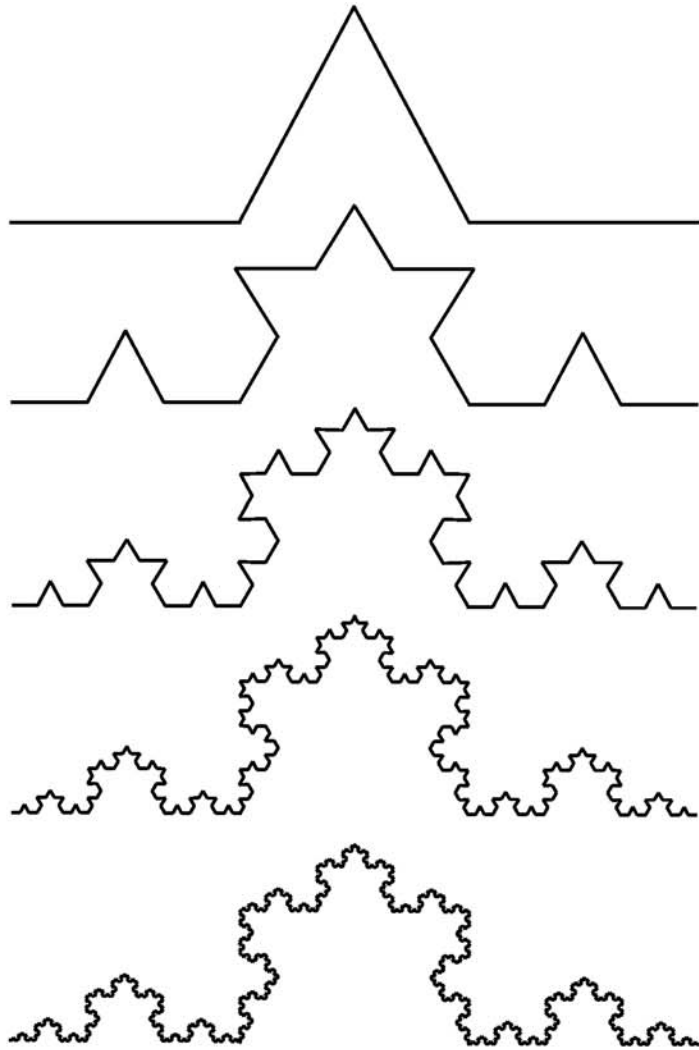
*Das
Seepferdchen-
tal*



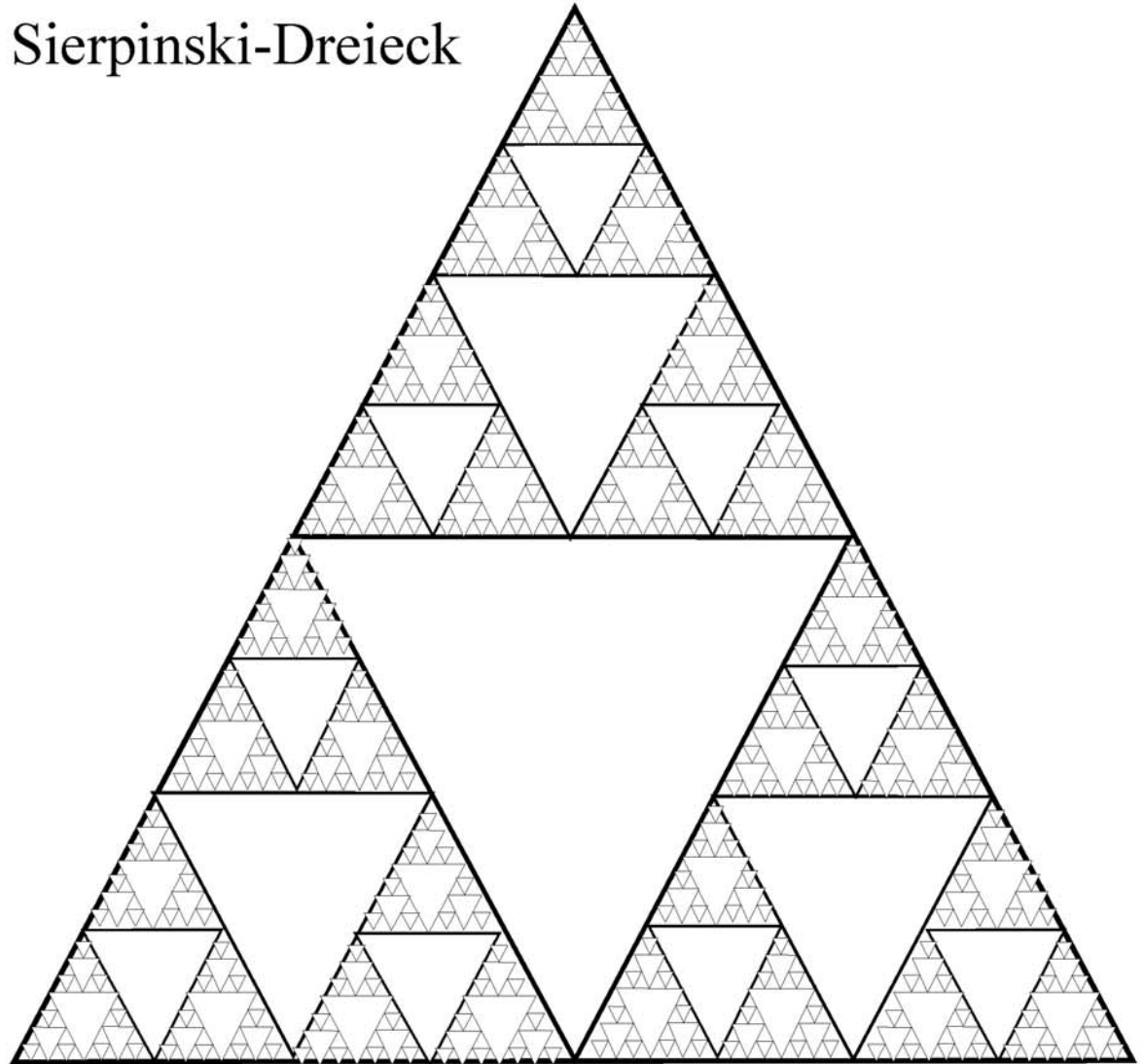


Weitere Ausschnitte vom Apfelmännchen

Koch-Kurve



Sierpinski-Dreieck



fraktal1.cdr h. vözl 95/00

Schritte der Iteration des Ersetzens

Ersetzungs-Methoden

Bereits um 1900 waren Fraktale bekannt, allerdings nicht unter diesem Namen.

Sie betrafen Ersetzungsmethoden, die im Grenzfalle unendlicher Wiederholung zu Kurven mit „ungewöhnlichen“ Eigenschaften führten. Sie besitzen eine unendliche Länge.

HELGE KOCH-Kurve (1870 – 1924)

= Schneeflocken-Kurve: unendlich lang und nirgends differenzierbar (oben)

Länge der Ausgangs-Gerade $L = 1$.

4 Strecken zu je $\frac{1}{3} \Rightarrow L = \frac{4}{3}$.

16 Teilstrecken zu je $\frac{1}{9} \Rightarrow \frac{16}{9}$

n Wiederholungen $\Rightarrow (\frac{4}{3})^n$

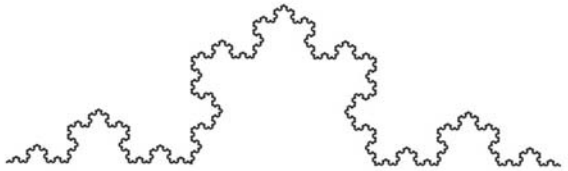
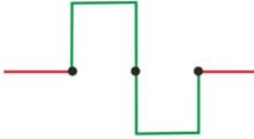
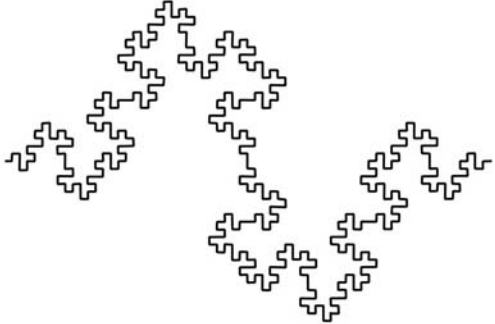
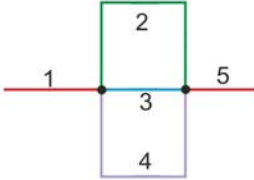
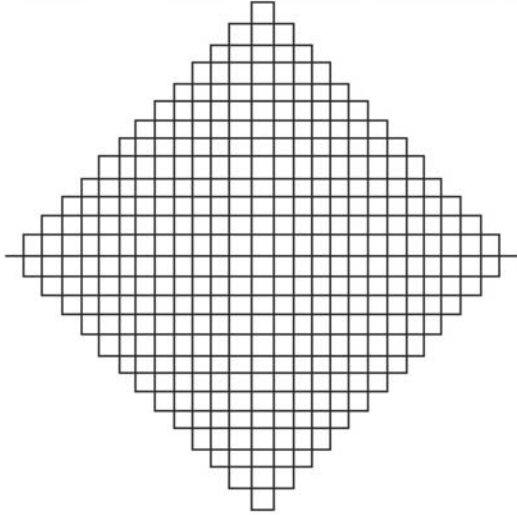
$n \rightarrow \infty$ Länge der Kurve $L \rightarrow \infty$

Äquivalenten „Messradien“ sinken auf $(\frac{1}{3})^n$.

HAUSDORFF-Dimension $D = \log(4)/\log(3) \approx 1,2618$

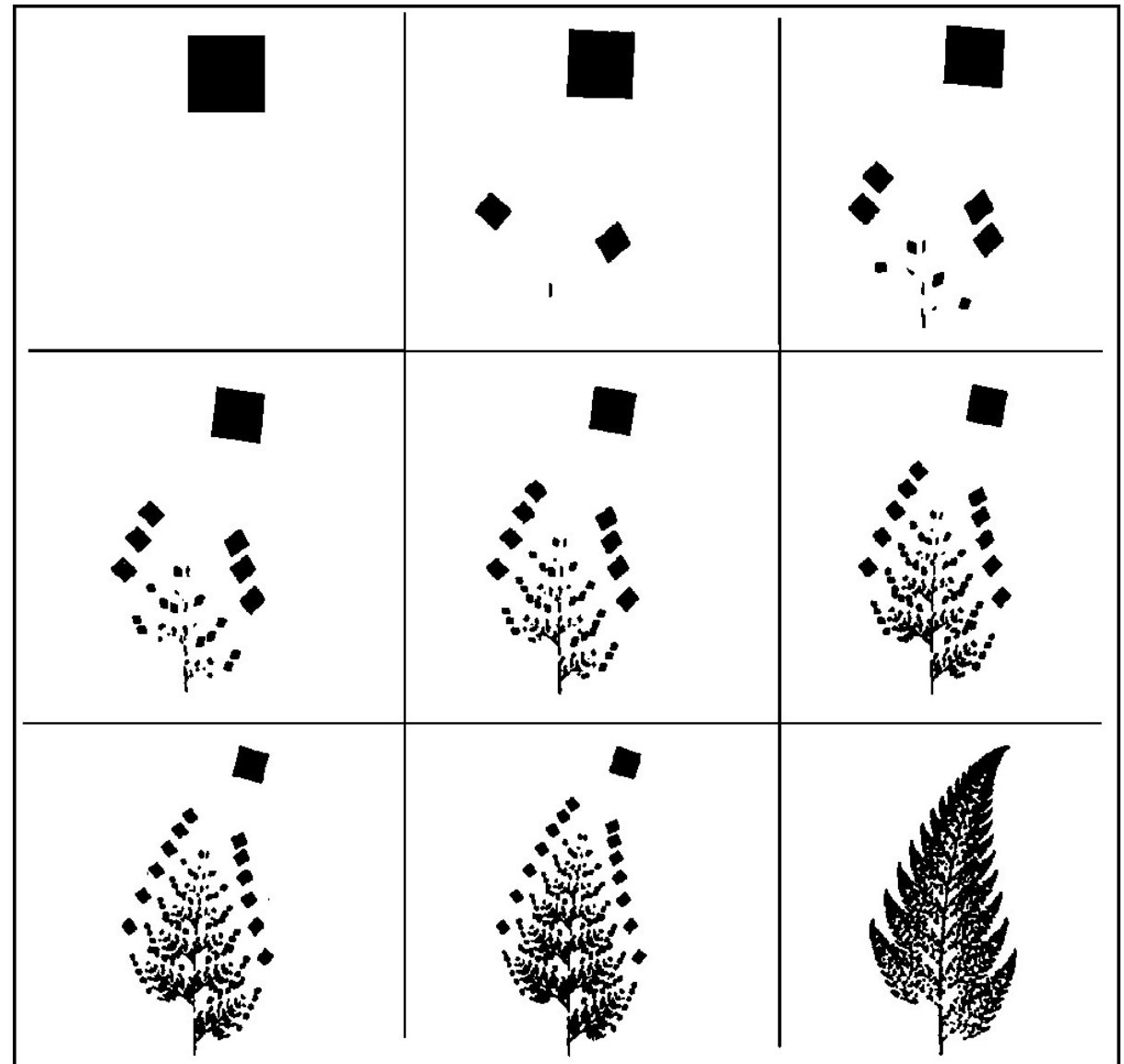
Die HILBERT-Kurve (untere) erreicht dabei zusätzlich sogar jeden Punkt der Ebene.

Weitere Details s. [10] 48 ff.

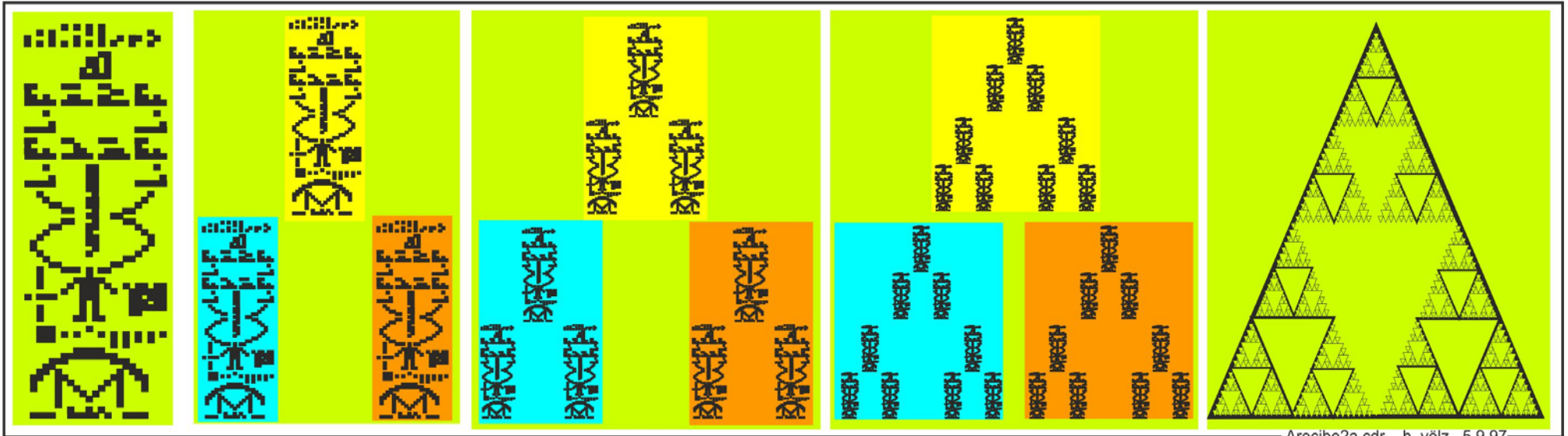
Ersetzen durch	nach einigen Iterationen
 $N = 4, r = 1/3$ $D = \log(4)/\log(3) = 1,26 \dots$	
 $N = 8, r = 1/4$ $D = \log(8)/\log(4) = 1,5$	
 $N = 9, r = 1/3$ $D = \log(9)/\log(3) = 2$	

ersatz.cdr h. völg 10.5.00

Allgemeine grafische Iterationen =
Kopiermethoden,
die zum Farn führen



Ergänzungen zur Kopiermethode



Diese Methode beginnt mit einem beliebigen Bild. Es wird verkleinert an drei Stellen in ein neues Bild kopiert.

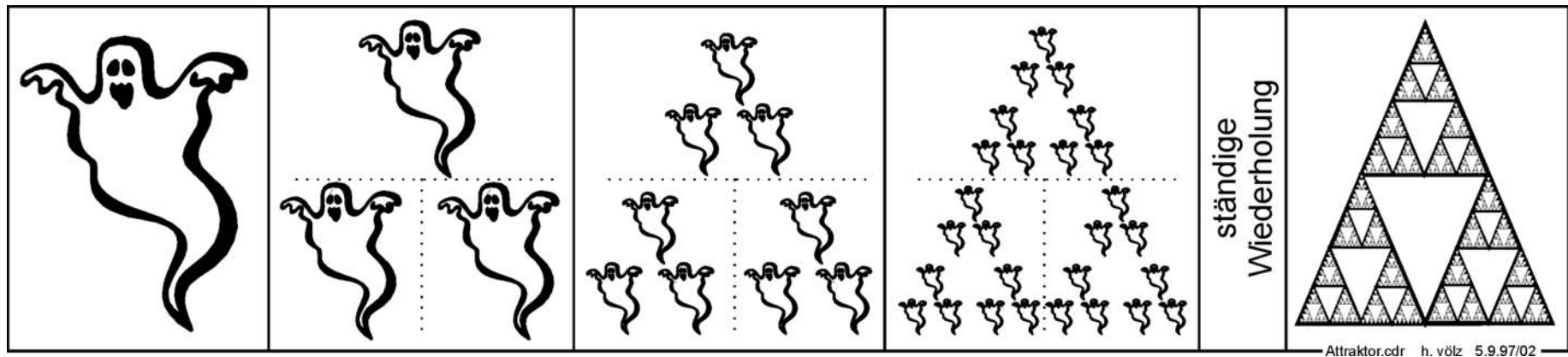
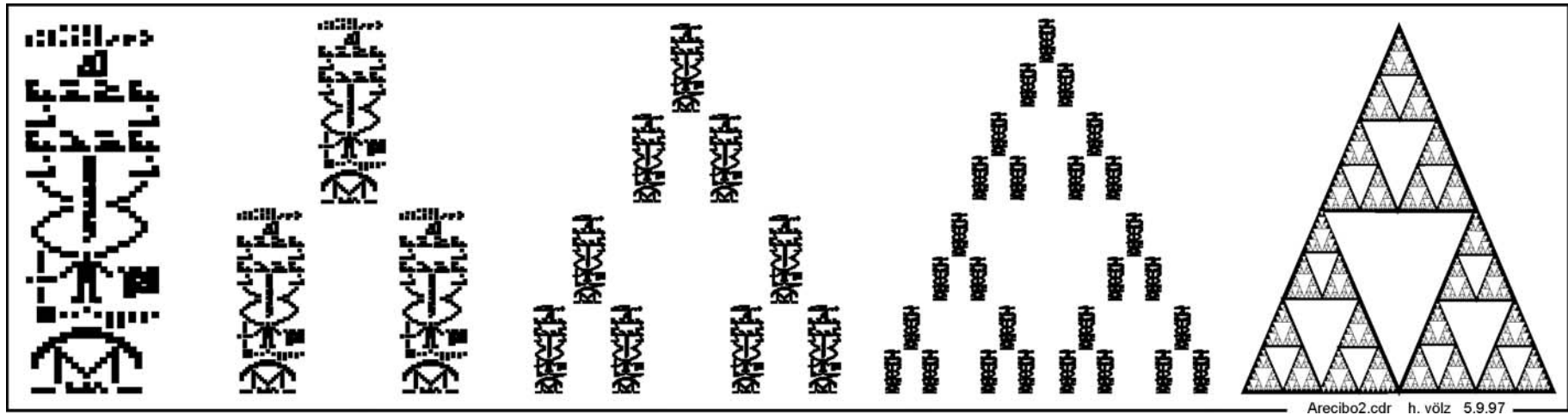
Dieser **verkleinernde Kopiervorgang** (Drehmultiplikation) wird fortlaufend wiederholt.

So entsteht schließlich das SIERPINSKI-Dreieck.

Entscheidend ist dabei, dass das **Anfangsbild** für das Ergebnis **ohne Einfluss** ist.

Nur der **Algorithmus des Kopiervorgangs** bestimmt das **Endbild**.

Durch Unterschiedliche Kopier-Algorithmen lassen sich fast alle heute bekannten Fraktale erzeugen.



Demonstration der Unabhängigkeit vom Ausgangsbild



Initialbild



1. Iteration



2. Iteration



3. Iteration



4. Iteration



50. Iteration

Drei unterschiedlich große und teilweise gedrehte Bilder sowie ein Strich ergeben schließlich den Farn.

Hierbei wird deutlich,
was zuerst
MANDELBROT
aussprach:

Eine beachtliche
Menge von Fraktalen
besitzt große
Ähnlichkeit zu
natürlichen Gebilden.

Das rechte Bild ist
durch Zufalls-Iteration
von drei Gleichungs-
systemen – eine weitere
fraktale Methode –
entstanden.



Formale L-Sprache

Bereist um 1968 entwickelte der Biologe ARISTID LINDENMAYER (1925 – 1989) eine spezielle formale Sprache. Die iterative Anwendung der Algorithmen erzeugt recht naturgetreue Bilder vieler „Pflanzen“. Hervorragende Bilder enthält [17].

Die Grundregeln lauten:

- | | |
|----------|---|
| F | Cursor vorwärts, Linie zeichnen |
| + | Richtung im Uhrzeigersinn drehen um n Grad |
| - | Richtung gegen Uhrzeigersinn drehen um n Grad |
| [| Speichert Ort und Winkel vom Cursor im Stack |
|] | Geht an gespeicherte Stelle und Richtung zurück |

Die Definition einer Pflanze lautet damit:

ANGLE 12 REM $360/12 = 30^\circ$

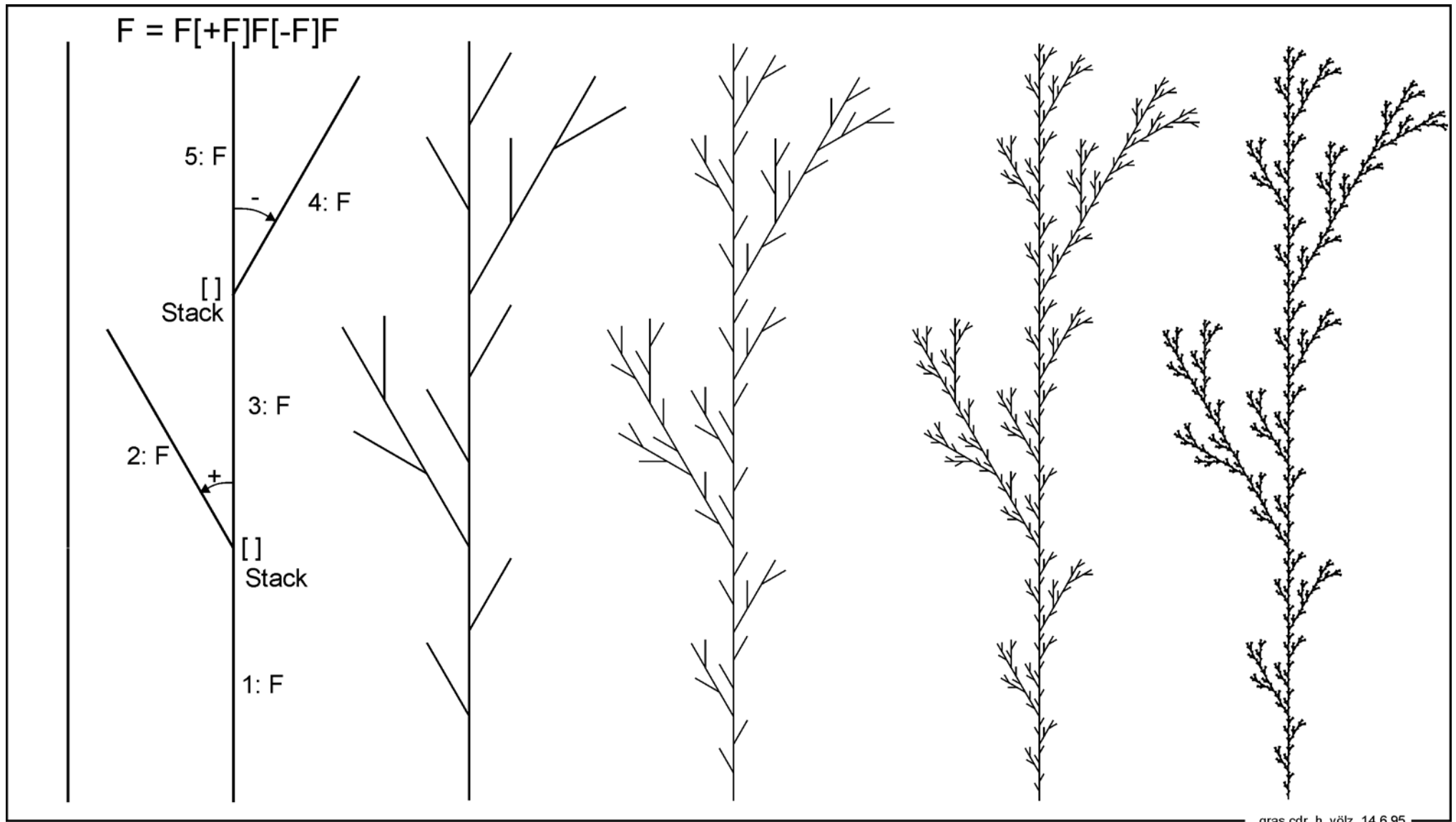
$$F := F[+F]F[-F]F$$

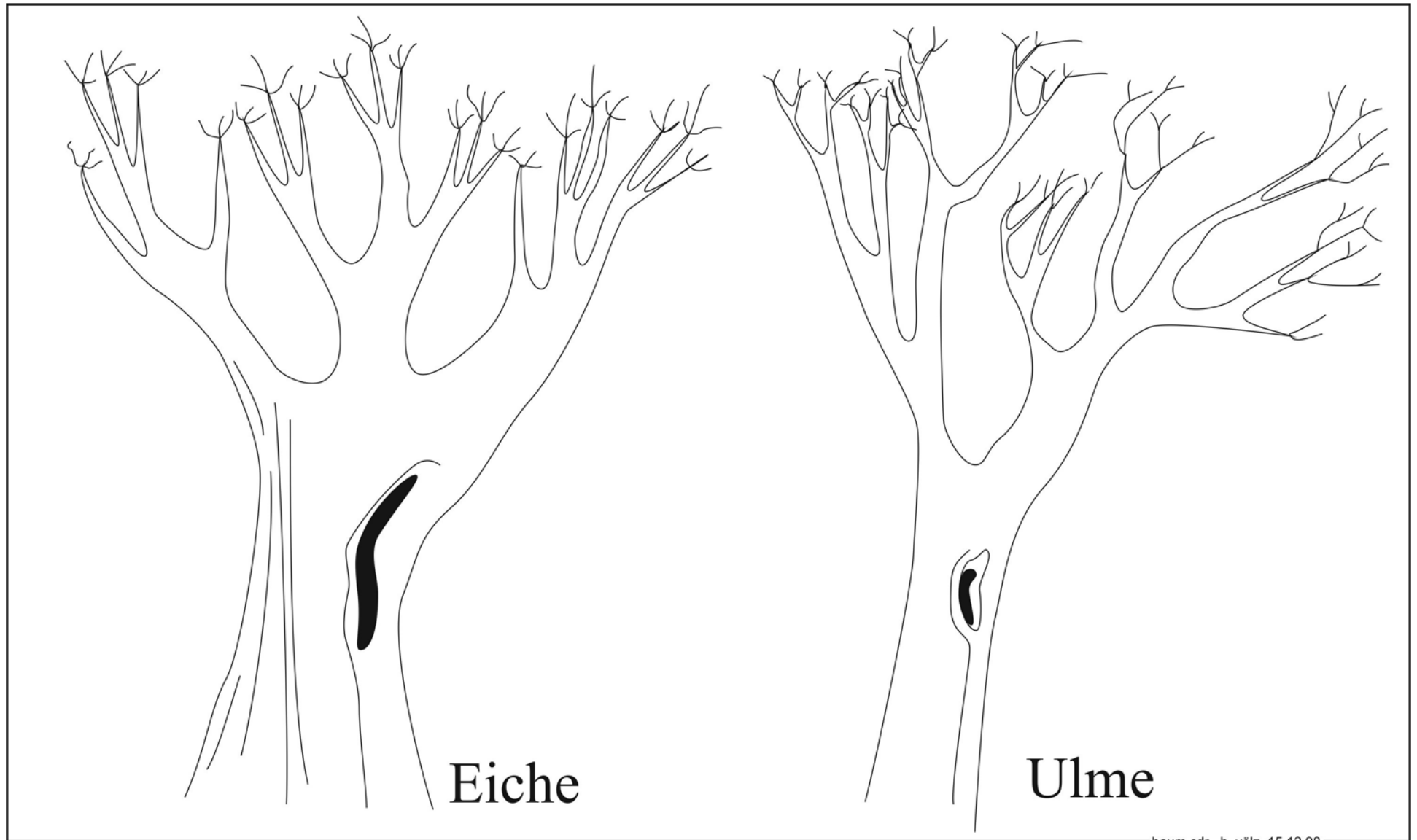
Der Iterationsprozess liefert dann

1. F
2. F[+F]F[-F]F
3. F[+F]F[-F]F[+F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[-F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F
4. F[+F]F[-F]F[+F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[-F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[+F[+F]F[-F]F[+F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F
[-F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[+F]F[-F]F[+F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[-F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[-F[+F]F
[-F]F[+F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[-F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[+F[+F]F[-F]F]F[+F]F[-F]F[-F[+F]F
[-F]F]F[+F]F[-F]F

Mehrdeutigkeit von Zeichenketten, mehrere erzeugen das gleiches Bild:

$$F = F[+F]F[-F]F = FF[+FF]FF[-FF] = F[+F][+F]F[-F]F$$





Auch im Winter erkennt man in der Natur an der *Verzweigungsart* den jeweiligen Baum.

Vier Fotos

1. Linde
2. Essigbaum
3. Kastanie
4. Eiche

Ein schematischer Baum



Ein Pflanzenbild aus [17]



MITCHELL JAY FEIGENBAUM (1944)

$$a := a \cdot (a - 1) \cdot x$$

Start z.B.: $a_0 = 0,5$; x bestimmt unterschiedliches Verhalten

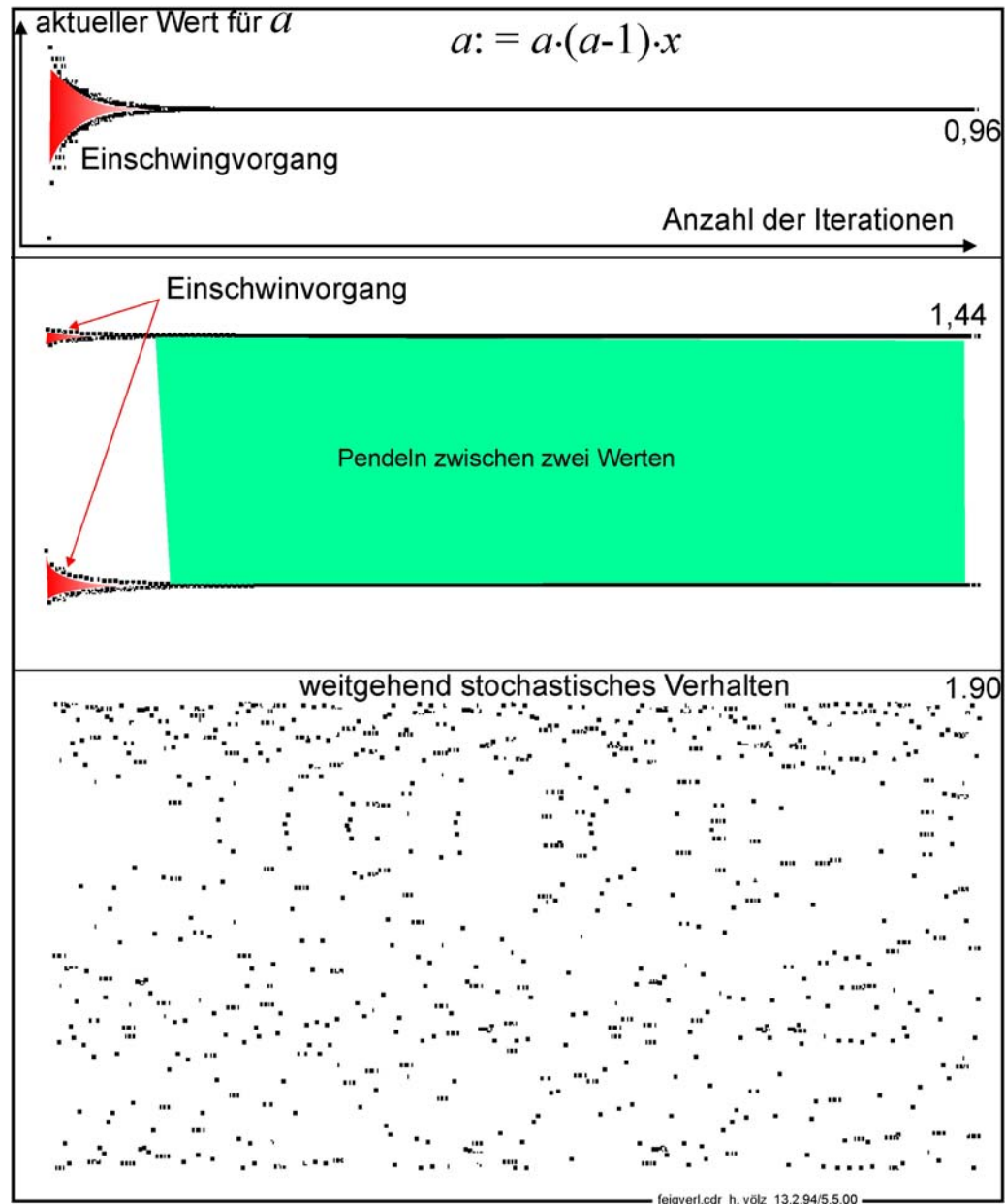
- a konvergiert gegen einen stabilen Wert
- a divergiert gegen unendlich
- a pendelt periodisch zwischen 2, 4, 8 usw. gilt nach einem Einschwingvorgang:
- a verhält sich weitgehend stochastisch

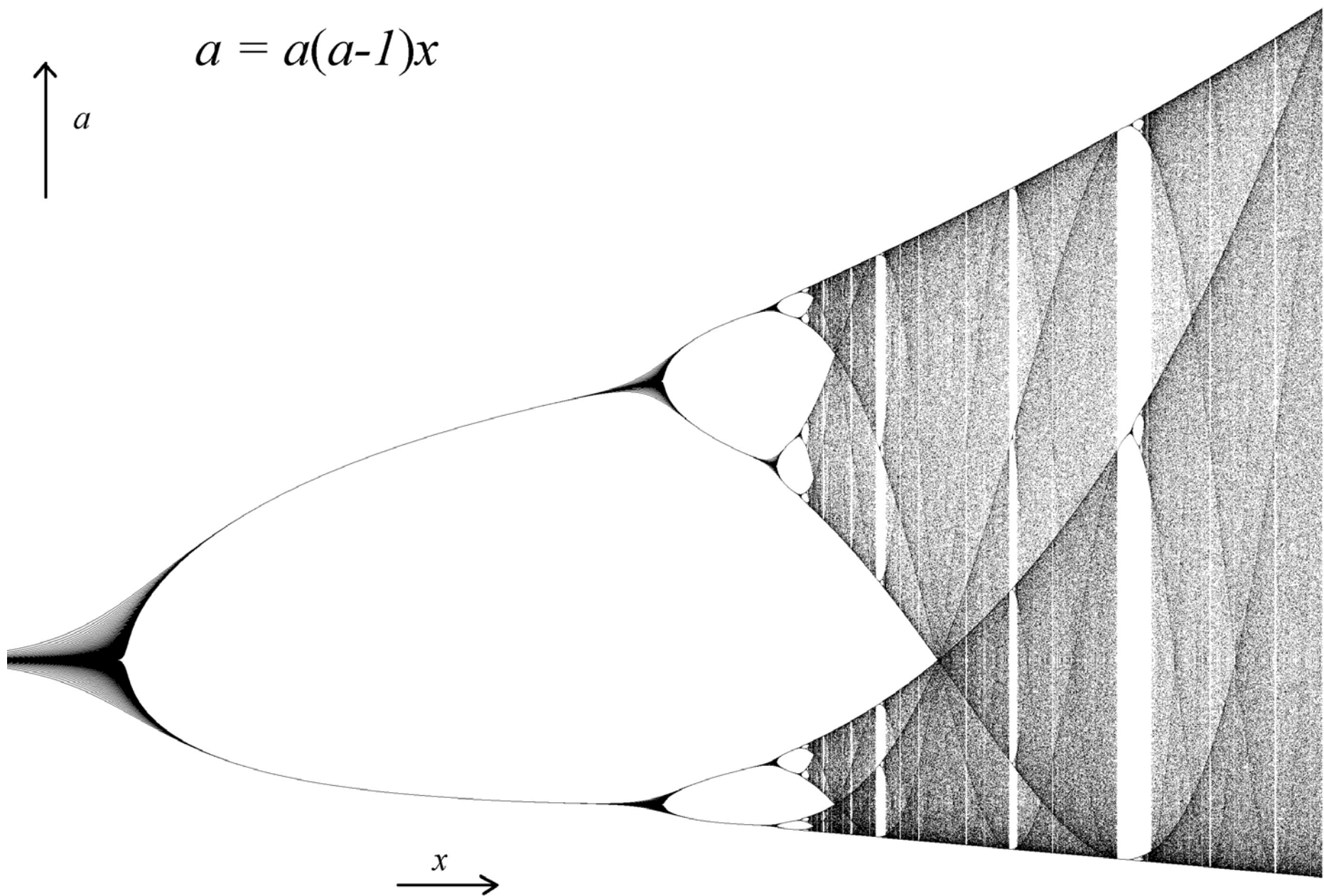
Viele Funktionen $y = f(x)$ führen zu ähnlichen Diagrammen

1978 Konstante für Periodenverdopplung $F=4,6692016090\dots$

Zuvor bereits von S. GROSSMANN (*1930) gefunden

Verhulst-Gleichung mit 460 Zyklen an unterschiedlichen Stellen





BARNSELEY-Hüpfen

statistische Codierung mit wechselnder, wiederholter Anwendung

$$x := A_n \cdot x + B_n \cdot y + C_n$$

$$y := D_n \cdot x + E_n \cdot y + F_n$$

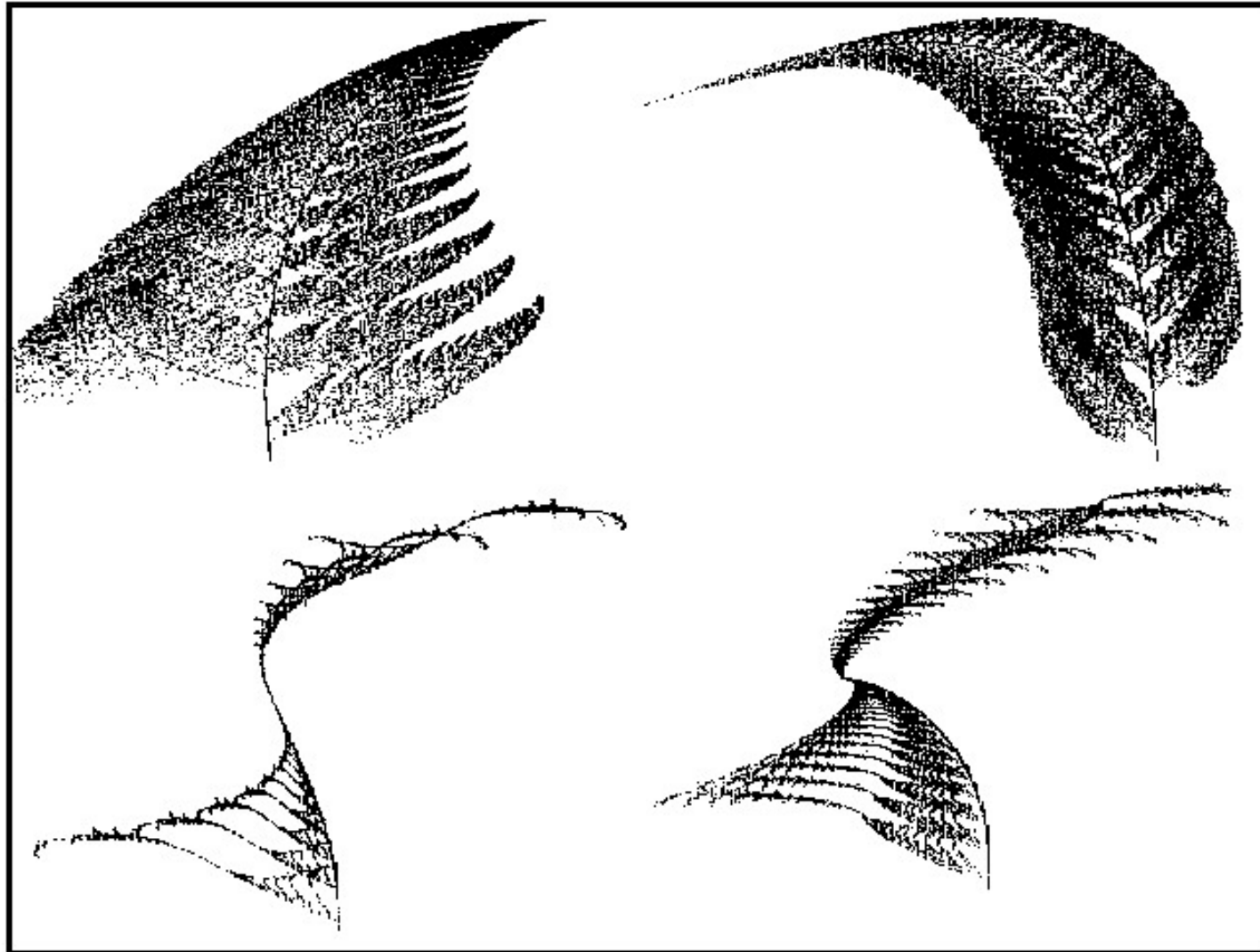
Daten für Farn

Gleichung	A	B	C	D	E	F
1.	0	0	0	0	0	0
2.	0,2	-0,26	0,23	0,22	0	1,6
3.	-0,15	0,28	0,26	0,24	0	0,44
4.	0,85	0,04	-0,04	0,85	0	1,6

Koeffizienten sind recht empfindlich bezüglich des entstehenden Bildes:

Farn₂: $A_4 = 0.99$; Farn₃: $A_2 = 0,7$, Farn₄: $F_2 = 16$, Farn₅: $F_2 = 16$; $A_4 = 0,65$

Führt ebenfalls zum Farn, jedoch sind die Faktoren im gengenstz zu Barnleys Meinung kritisch



Erzeugen von Fraktalen und fraktalen Methoden

1. Kurven-Linien

A) **Monsterkurven** der Mathematik: KOCH-Kurve, SIERPINSKI-Dreieck usw. WACŁAW FRANCISZEK SIERPIŃSKI (1882 - 1969)

Grundprinzip mit 3 Stufen:

- Ausgangslinie (-kurve)
- Generator-Kurve (Ersetzungsregel)
- Ergebnis nach unendlich häufiger Iteration (Rekursion)

B) **natürliche Grenzen**, Küsten, Blätter usw.

2. Formale Sprachen

Im Gegensatz zum Algorithmus werden alle Fortsetzungen einer formalen Sprache und nicht nur eine Fortsetzung benutzt, entspricht Rekursion. *Beispiel* LINDENMAYER-Systeme, generiert vor allem Pflanzen

3. Iterations-Prinzipien

A) **FEIGENBAUM**: $x := f(x, a)$, Konvergenz, Pendeln, Stochastik, Divergenz

B) **BENOIT B. MANDELBROT** (*1924): $x = f(x, y, c)$ und $y = g(x, y, d)$; komplex $x = f(x + c)$
 c, d sind Startpunkt und durchlaufen die ausgewählte Ebene (Abbruch-Kriterien)

C) **GASTON MAURICE JULIA** (1893 -1978): Menge der Punkte, die sich auf sich selbst abbildet
Attraktor, seltsamer Attraktor (numerische Fehler bereiten Probleme)

4. Drehmultiplikation

Geometrische Muster auf sich selbst abbildend, drehen + Maßstab (Startbild unwesentlich)

5. Zufallsprinzipien

Hüpfer, Generator nach BARNSELY

6. Verwandt mit Fraktalen

Wirbeltheorie von PRANDTL. Umschlag laminarer $\leftrightarrow$ turbulente Strömung, REINOLD-Zahl

Chaos-Theorie (Katastrophe) sehr früh bekannt, meist (nichtlineare) Differentialgleichungen, plötzliche, meist irreversible Umschläge

Zellulare Automaten. Betonen mehr zeitliche Abläufe (Generationen), Gesetze und Nachbarschaftsbeziehungen, Spiele z.B. Life
Evolution, z. B.: EIGEN

Kybernetik: Multistabilität, Rückkopplung

Hysterese mit Gedächtnis

Quasikristalle nur Fernordnung

Eigenschaften von Fraktalen

- verkrüppelte Kurven, fraktale Dimension
- Hohe Komplexität, Strukturreichtum des Bildes
- einfacher rekursiver Algorithmus mit kleiner KOLMOGOROFF-Komplexität
- Selbstähnlichkeit
- Ähnlichkeit mit Gebilden und Geschehen in der Natur, anders als Euklidische Geometrie
- Sie sind eine eigene, abgeschlossene und typische Bild-Art
- Ähnlichkeit mit M. C. ESCHER: Unendlichkeit und unmöglichen Perspektiven
- Verquickung von Zufälligkeit und Gesetzmäßigkeit.
- Ästhetische Wirkung fraktalen Bilder, Beziehungen zur Computerkunst.

Katastrophe

Bereits weit vor Fraktalen untersucht

Unerwartetes Ereignis mit negativen Folgen, Ursache oft nicht erkennbar

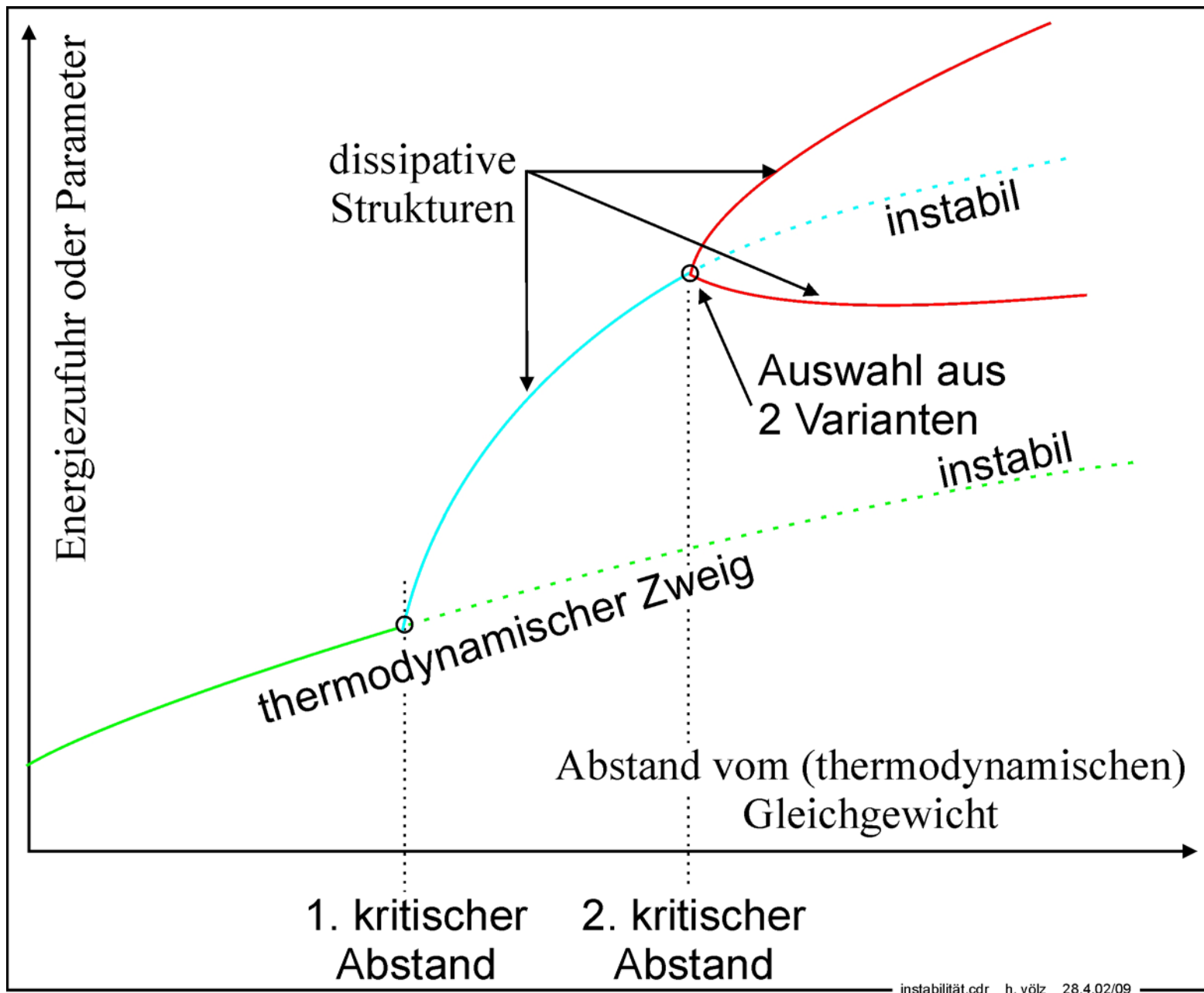
Bzgl. klassischer Wissenschaft → Widerspruch zum Rationalismus

Beispiele:

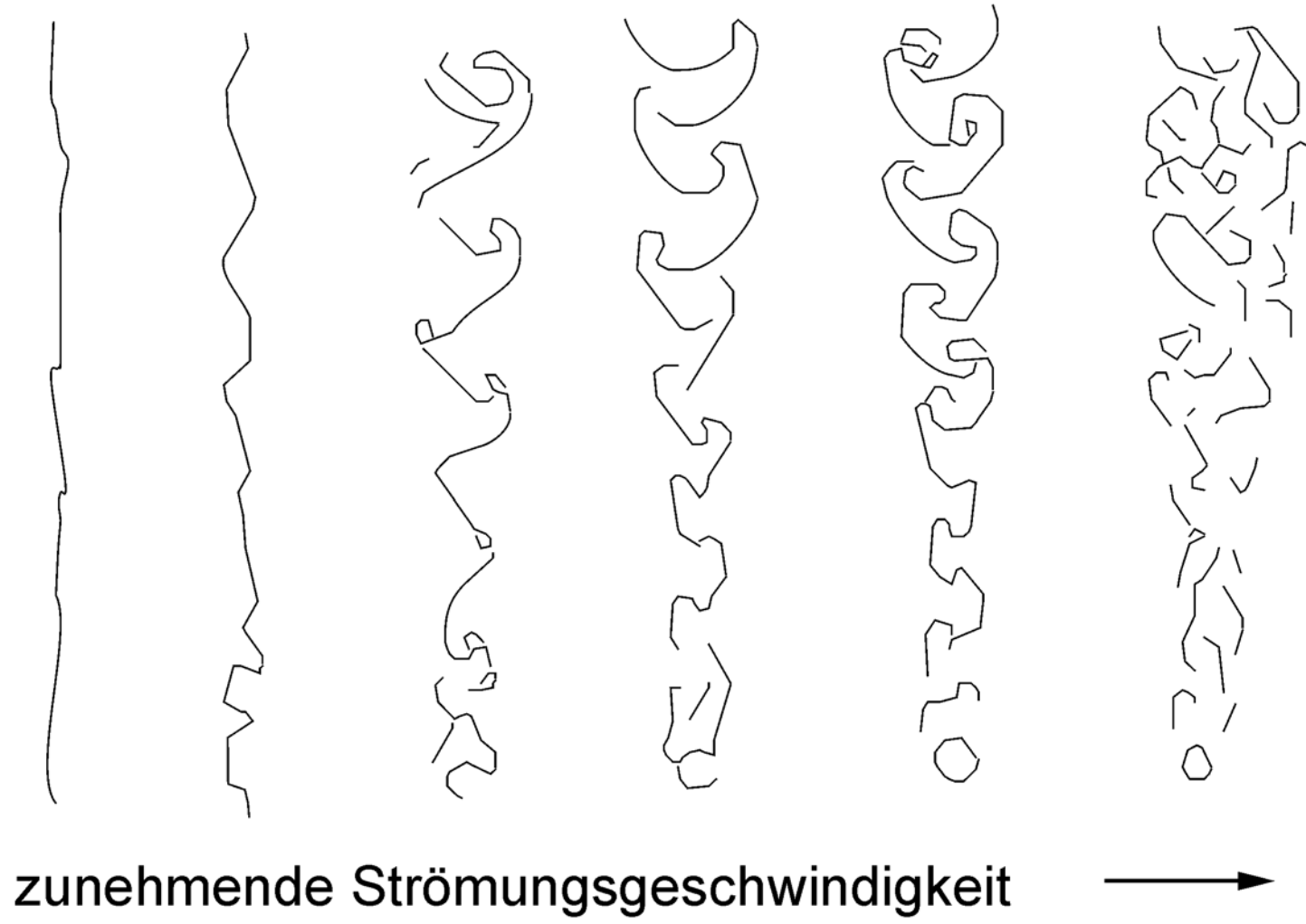
Auslöseeffekt der Kybernetik, Zerbrechen von etwas bei höherer Belastung Stabilität von Brücken (EULER-sches Knickmoment), E. LORENTZ: *Butterfly-Effekt*: Flügelschlag eines Schmetterlings in China kann morgen in Orkan in den USA bewirken, Radioaktiver Zerfall, Monsterfunktionen, Tragik bei Freud.

Folgerungen

- kleine Ursache → große Wirkung
- keine Wiederholbarkeit
- Rauschen und Quanteneffekte
- Differentialgleichungen, Aufspaltung der Fortsetzung; Unstetigkeiten
- Es existieren gleichzeitig mehrere Lösungen, mehrblättrige Funktionen
- Es gibt keine gleichen Anfangsbedingungen
- Statistik bei Messungen



Wirbelstraße an einem Widerstand (Stab) im Wasser



JULES HENRI POINCARÉ (1854 – 1912)

1887 schrieb der KÖNIG OSKAR II von Schweden einen wissenschaftlichen Wettbewerb mit einem Preis von 2500 Goldkronen aus. Beantwortet werden sollte die Frage: „Ist das Planetensystem stabil?“ Den Preis gewann 1903 trotz seiner Negativaussage HENRI **POINCARÉ**. Er stellte fest:

„Eine sehr kleine Ursache, die wir nicht bemerken, bewirkt einen beachtlichen Effekt, den wir nicht übersehen können, und dann sagen wir, der Effekt sei zufällig. Wenn die Naturgesetze und der Zustand des Universums zum Anfangs-Zeitpunkt exakt bekannt wären, könnten wir den Zustand dieses Universums zu einem späteren Moment exakt bestimmen. Aber selbst wenn es kein Geheimnis in den Naturgesetzen mehr gäbe, so könnten wir die Anfangsbedingungen doch nur annähernd bestimmen. Wenn uns dies ermöglichen würde, die spätere Situation in der gleichen Näherung vorherzusagen – dies ist alles, was wir verlangen –, so würden wir sagen, dass das Phänomen vorhergesagt worden ist und dass es Gesetzmäßigkeiten folgt. Aber es ist nicht immer so; es kann vorkommen, dass kleine Abweichungen in den Anfangsbedingungen schließlich große Unterschiede in den Phänomenen erzeugen. Ein kleiner Fehler zu Anfang wird später einen großen Fehler zur Folge haben. Vorhersagen werden unmöglich, und wir haben ein zufälliges Ereignis.“

Emergenz

*lateinisch **emergere** Auftauchen*

Es entsteht eine neue, das System wesentlich kennzeichnende Eigenschaft.

Dabei tritt Singularität; Bifurkation an kritischen Punkten auf

Der Folgezustand ist nicht auf den vorhergehenden zurück zu führen (Rückrechnung)

Dissipation, Wärmebewegung, Bernard-Zellen

Synergetik

*griechisch: **synergein** Zusammenwirken*

Betrifft Selbstorganisation komplexer Systeme

Beschreibt die Entstehung neuer Eigenschaften des Systems

Unbestimmtheit im Kleinen bewirkt Bestimmtheit im Großen

Kleinste Ursachen haben große Auswirkungen

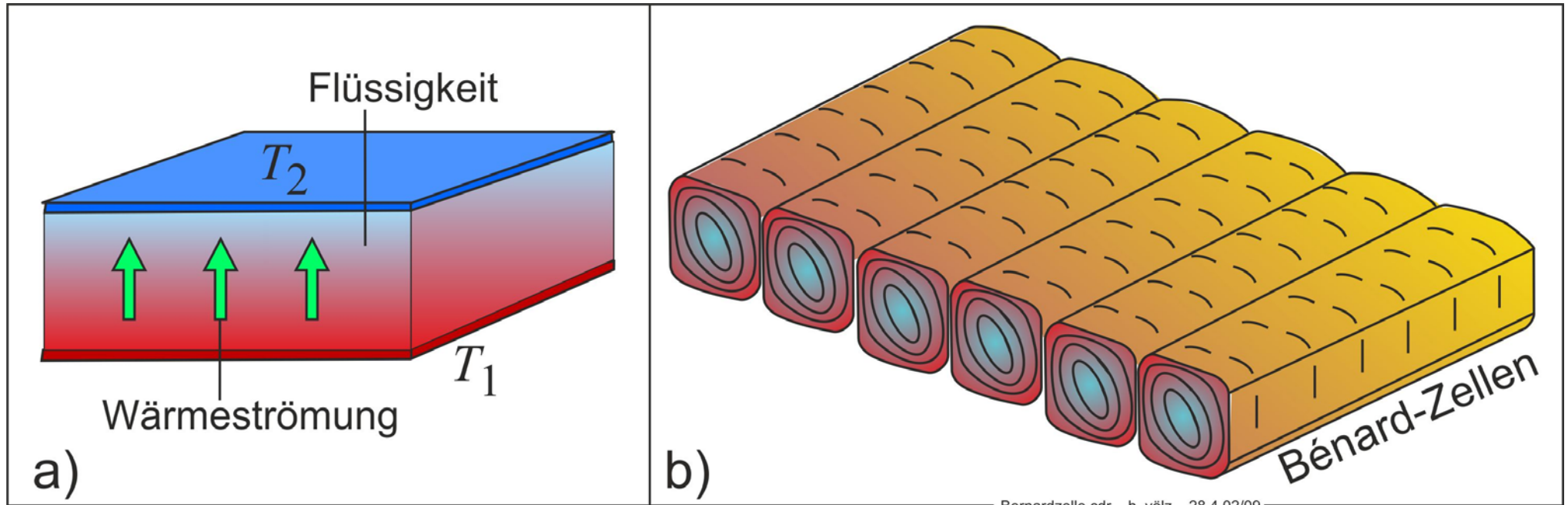
Z. B. wenn einzelne atomare Ereignisse in makroskopische Dimensionen verstärkt werden

Beispiele:

Keimbildungen bei Kondensationen von Tropfen oder Entstehung von Turbulenzen

Folgerung:

Vermutlich ist daher eine langfristige Wettervorhersage nicht nur praktisch, sondern auch grundsätzlich unmöglich.



Bernardzelle.cdr h. vözl 28.4.02/09

Klasse der fraktalen Bilder

Fraktale werden heute vielfach genutzt, u. a. zur **Generierung von Landschaften, Berge, Wolken, Pflanzen** usw. Wegen der extrem kleinen Erzeugungsdateien existieren auch erste Varianten für eine extrem hohe **Komprimierung von Bildern**.

Dabei wird vor allem die Selbstähnlichkeit genutzt; oft kann eine Pixeldatei **rund 1000-fach zur Formel** verdichtet werden.

Zur **Generierung** von Fraktalen existieren heute mindesten die folgenden iterativen (rekursiven) Methoden:

- Komplexe oder zwei reelle Gleichung(en) mit Test auf Konvergenz (Apfelmännchen).
- Ersatz von Geraden durch Linienzüge (Hilbert-Kurve).
- Drehmultiplikation = Kopiermethode (Farn).
- L-Systeme (Pflanzen).
- Statistische Iteration mehrerer Gleichungssysteme (BARNSEY-Hüpfer).
- Zellulare Automaten.

Dabei ist erstaunlich, dass prinzipiell mit **jeder Methode** auch die **Bilder der anderen** erzeugt werden können.

Es gibt daher eine ganze **Klasse fraktaler Bilder**

Sie **unterscheidet sich** deutlich von jenen Bildern, die mit Zirkel und Lineal, also **der Geometrie** bzw. mit Vektordateien erreichbar sind

Zur Rekursivität

Methoden der *Arithmetik und Geometrie* sind *tausend Jahre* erfolgreich benutzt worden.

Ihr Ergebnis liegt nach wenigen Rechen- oder Zeichenschritten vor, und es ist daher meist *intuitiv voraussehbar*.

Für die *Fraktale* sind jedoch (sehr) *viele rekursive* bzw. iterative Schritte notwendig.

Das ist erst seit der *leistungsfähigen Rechentechnik* mit Bildausgabe, also rund *fünfzig Jahre* möglich.

Die erste, allerdings rein theoretische Arbeit stammt 1936 von ALAN MATHISON TURING (1912 – 1954).

Deshalb haben wir für die Rekursion (noch) *kein intuitives* Verständnis entwickeln können.

An der TU haben wir hierzu *viele Versuche* durchgeführt.

Bei der anschaulichen *Drehmultiplikation* gelang es keinem, das sich endgültig einstellende Bild vorauszusagen.

Unser Denken ist offensichtlich z. Z. anders geschult, und das vielleicht sogar gegenüber der Arbeit unseres Gehirns.

Denn sehr wahrscheinlich arbeitet *unser Sehsinn* zumindest z. T. rekursiv.

Gesichter können wir nämlich in jeder Lage, Ansicht und Größe nahezu gleichgut und -schnell erkennen.

Auch die *3-Schichten-Sehrinde* (Area 17 bis 19) könnte hierfür ein Hinweis sein.

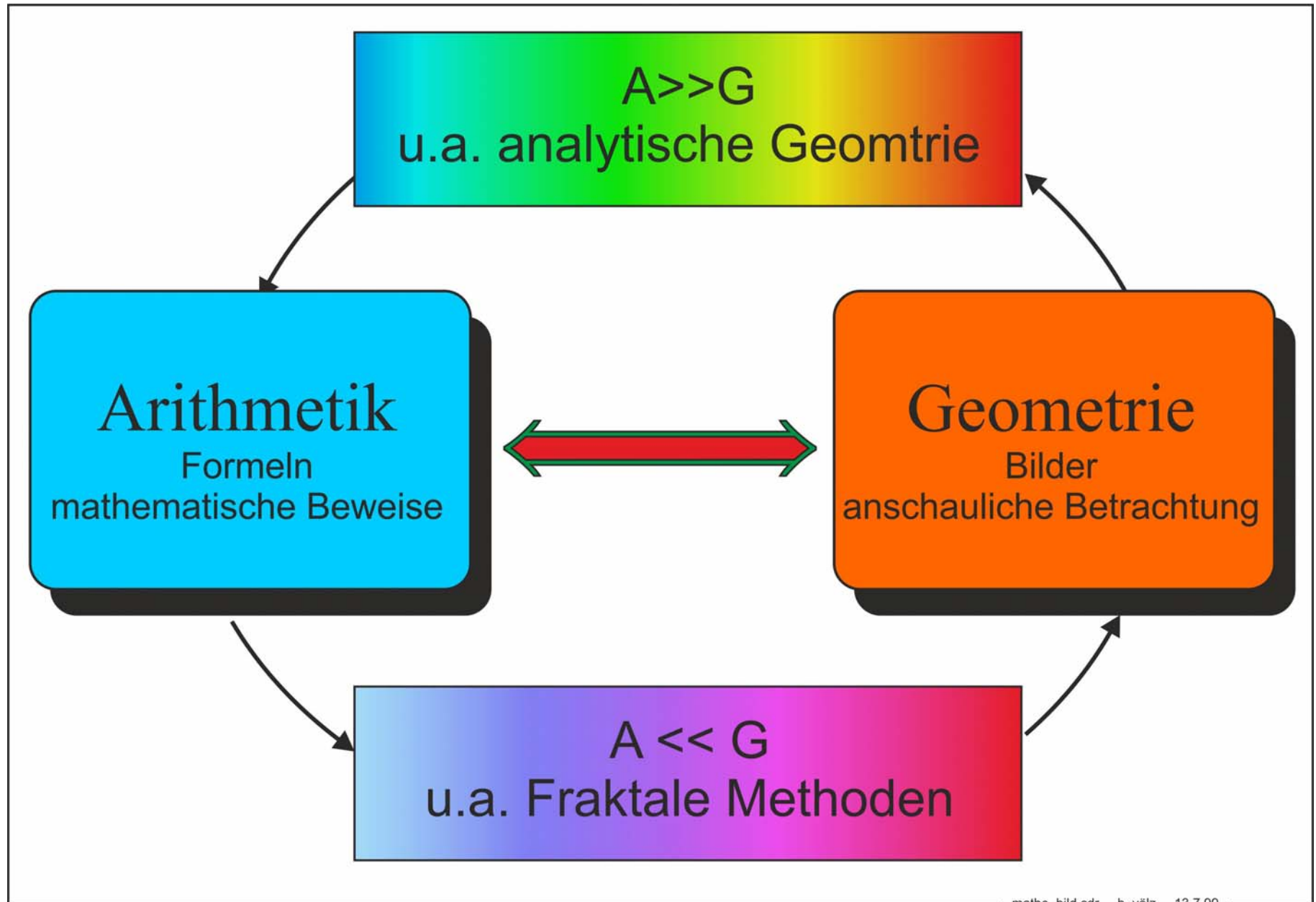
Formel $\Leftrightarrow$ Bild

Sowohl in der **Geometrie** als auch bei den **Fraktalen** sind die jeweiligen Bilder und die Mathematik inhaltsgleich. Dennoch handelt es sich um zwei sich nahezu **gegenseitig ausschließende** Verfahren.

Dadurch besitzen sie auch unterschiedliche **Vor- und Nachteile**.

Das versucht die folgenden **Gegenüberstellung** und das nächste Bild zu betonen:

euklidische Geometrie	fraktale Geometrie
• Bilder werden mit Zirkel und Lineal gezeichnet. • Sie zeigen, beschreiben Objekte, die von Menschen erzeugt wurden. • Für Rechnung genügen einfache arithmetische Formeln. • Es gibt Grundelemente (Kreis, Quadrat, Würfel usw.) bestimmter Größe. • Bilder sind über 2000 Jahre, Rechnungen etwa 500 Jahre alt.	• Erzeugt Bilder, die natürlichen Objekten recht ähnlich sind. • Es sind umfangreiche Rechnungen mit rekursiven Algorithmen notwendig. • Die Bilder sind gut skalierbar, drehbar. • Noch keine 100 Jahre alt.



Unterschiede von vorhandenen, vorgefundenen Objekten

In der Natur vorhanden	Von Menschen geschaffen
• Kugelförmige Objekte durch Abreibung entstanden • Fraktale Gebilde, durch <i>viele</i> (zufällige) Einflüsse entstanden (Gelände, Grenzen, Flüsse, Küsten usw.) • Fraktale Strukturen durch Evolution (rekursiv) insbesondere Leben • Gerade Flächen sind sehr selten, nur bei kristallinen Strukturen (spaltbar)	• Zielgerichtet systematisch Konstruiertes, aus Einfachen (<i>wiederholt oder mathematisch</i>) zusammengesetzt, im Großmaßstab oft recheckförmig (Zirkel und Lineal) • Objekte mit „Sinn“, u.a. Technik, Kultur, Kunst, Mystik, (deutlich) geringere Komplexität als in Natur • Kugelflächen mit einfachen Apparaturen, u.a. Linsenherstellung, eher selten

Determiniert $\Leftrightarrow$ gesetzmäßig $\Leftrightarrow$ Hierarchie

gilt für inhaltliche, oft strukturelle oder funktionelle Zusammenhänge

Determiniert: Ursache $\Rightarrow$ Wirkung ist eindeutig festgelegt. Gesetze, die eine Umkehr zulassen, Extremfall LAPLACE'scher Dämon

Gesetz ist umfassender als determiniert lässt auch Statistik und Zufall zu, Umkehrbarkeit ist dann nicht möglich, u.a. Quantenphysik und Zeitpfeil

Hierarchie betrifft den Zusammenhang zwischen dem Ganzen und seinen Teilen. Sie gilt vor allem für Systeme – teilweise auch für Funktionen – als **Ganzen**. Das Ganze enthält dann immer Elemente, die nach „oben“ (zum Ganzen) und teilweise auch untereinander durch **Relationen** (Beziehungen) verbunden sind. Hierarchien sind oft mehrstufig (Ebenen). Meist ist die Mächtigkeit der Beeinflussungen der jeweils höheren Ebenen größer.

lateinisch *determinare*, *de-* von, weg, *terminus* Ziel, Ende, eigentlich Grenzzeichen, Grenze

griechisch *hierarchía* Priesteramt, *hierós* heilig; gottgeweiht *árchein* der Erste sein, Führer sein

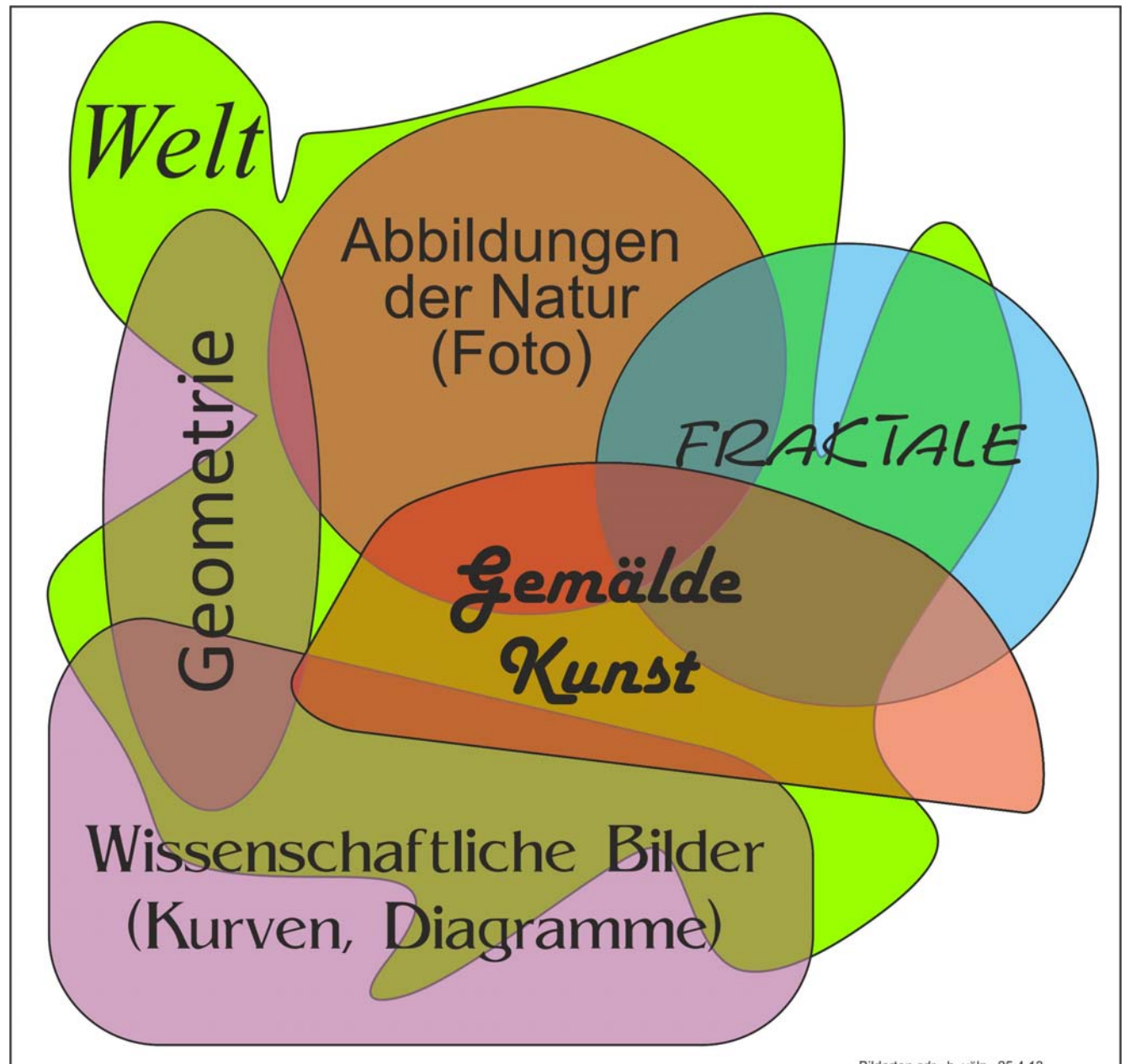
Bereiche der Abbildung von Welt

Diese Darstellung versucht die fünf wichtigsten Bildarten in Bezug zu unserer Welt einzuordnen.

Jede Bildart betrifft infolge ihrer Vor- und Nachteile weitgehend andere Bereiche der Welt.

Teilweise wird auch etwas dargestellt, was ursprünglich, eigentlich in der Welt nicht existiert.

Die Überlappungen betreffen nur kleine Bereiche, in denen dann mehrere Bildarten wirksam werden können.



Bildarten.cdr h. vözl 25.4.13

Fraktale und Kunst

Im vorangehenden Bild ist zu erkennen, dass sich *Fraktale*, *Kunst* und *Abbildungen der Natur* überlappen. Fraktale bewirken relativ häufig *ästhetische Wirkungen*. Das hat wesentlich zu ihrer Verbreitung beigetragen. Zuweilen wurde sogar angenommen, dass sie *Kunst sein könnten*. Hierzu wurde ich 1988 um Aussage gebeten [18]. Etwas vereinfacht müssen hierfür *drei Gegensätze* der Kunst betrachtet werden:

Erhabenes $\Leftrightarrow$ Niedriges; Tragisches $\Leftrightarrow$ Komisches sowie Schönes $\Leftrightarrow$ Hässliches

Die ersten beiden Gegensätze können Menschen geschehen und betreffen und scheiden daher für Fraktale aus. Kunstwerke sind ausschließlich *von Menschen für Menschen* geschaffen. Das kann wohl kaum für Fraktale gelten.

Ästhetik ist betrifft dagegen Empfindungen (Emotionen) bezüglich schön $\Leftrightarrow$ hässlich.

Diese *Wahrnehmung* kann auf beliebige Objekte und Abläufe zutreffen, z. B: Schönheit von Landschaften, Blumen, Bäumen oder Mineral.

Daher können Fraktale – und auch Formeln – durchaus schön bis hässlich sein.

So ergibt sich das folgende Bild.

Zuweilen wird gefragt, ob Fraktale auch *unabhängig von uns existieren* oder erst von uns erzeugt werden müssen

Dies ist eine *Grundsatzfrage der Mathematik*: Ist sie von uns geschaffen, sind ihre Aussagen absolut (naturhaft)?

Vielfach wird sie dahingehend beantwortet, dass sie der Mensch *ähnlich wie Naturgesetze findet*.

Hinzu kommt noch dass wir den Formeln nicht unmittelbar alle ihre *Möglichkeiten „ansehen“*.

Sie sind objektiv *vorhanden*, müssen aber zu unserem Verständnis erst „*ausgewickelt*“ werden.

Ähnliches gilt daher auch für die Fraktale.

[18] Völz, H.: Fraktale - Ästhetik - Kunst. Spectrum 19 (1988) 8, 16 - 19

Spontan in der Natur entstanden, vorhanden

(Bewusst) von Menschen (für Menschen) geschaffen

Ästhetik

im Sinne des Erhabenen, Schönen

Fraktale

Kunst

Technik

Kultur,
Zivilisation

fraktal_kunst2.cdr h. Völz 88/00

Versuch einer Systematik

Mit dem nebenstehenden „Bild“ ist versucht, die Vielfalt heutiger *zeitloser* Bilder in Bezug zur 3D-Welt (x, y, z , aber ohne t) nach inhaltlichen Kriterien zu ordnen. Rechts befinden sich die auf einer 2D-Fläche (x, y) dargestellten Bilder; links die dazu gehörende 3D-Realität.

1. Meist (**grüne**, Mitte) wird die 3D-Realität nach 2-D abgebildet.
2. Es ist auch möglich (**violett**, oben), aus 2D-Bildern 3D-Realitäten zu erzeugen. Das muss nicht immer zum Erfolg führen; Dabei können auch widersprüchliche Bilder entstehen.
3. Wir verfügen über innere Bilder (Vorstellungen, Ideen, **gelb**, unten), die wir aber eigentlich nicht „richtig“ sehen. Aus ihnen können wir aber Zeichnungen anfertigen oder mittels Mathematik 2D- oder gar 3D-Bilder konstruieren.

Im Folgenden kann jedoch nur auf einige Aspekte eingegangen werden. Umfassend sind sie im [4] behandelt.

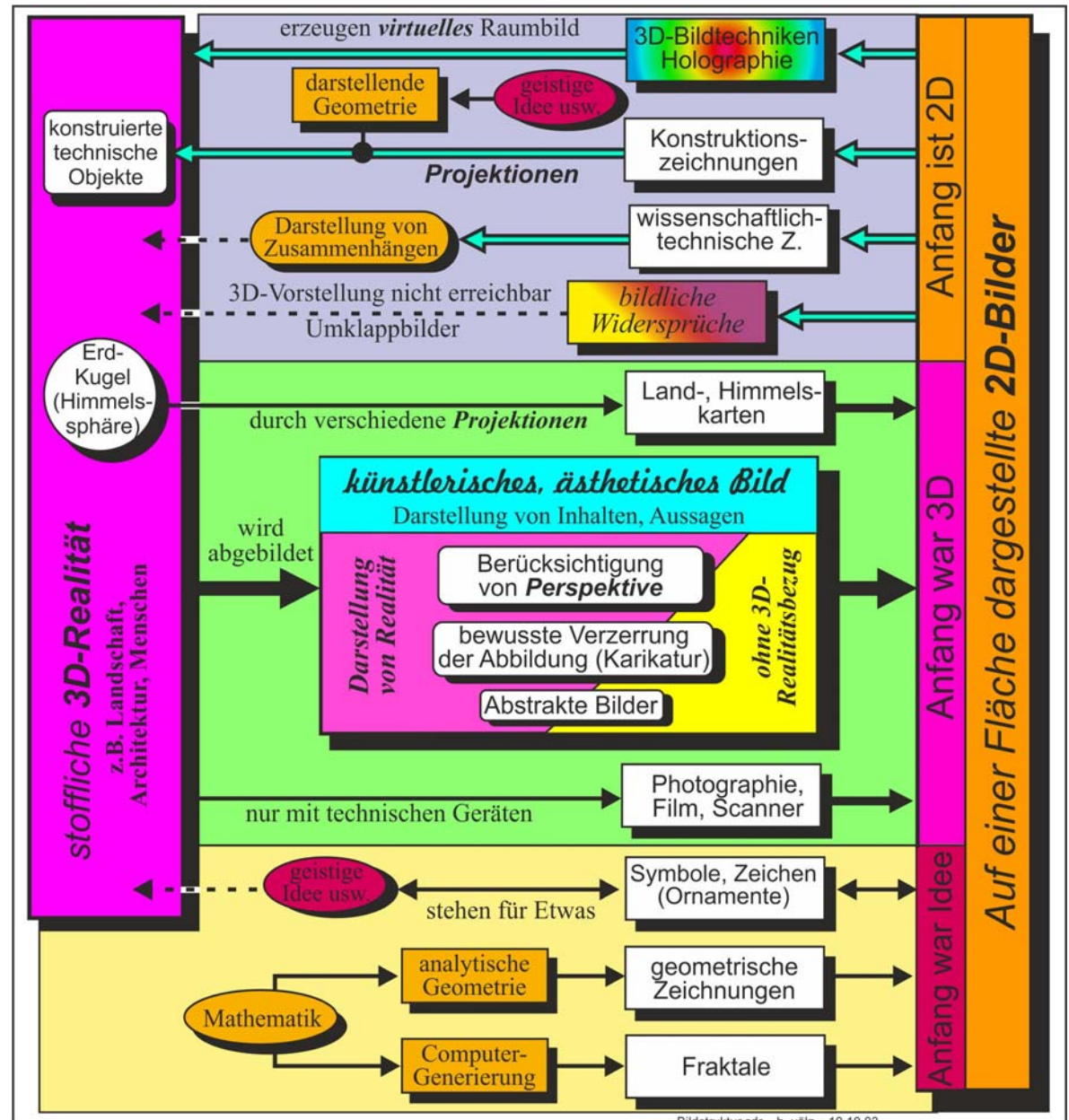


Bild etymologisch

althochdeutsch seit dem 8. Jh

Bild (bilden): *bilidi, bilodi, biladi* Vorbild, Muster, Nachbildung, Gestalt, Gebilde, später Abbild, zeitweilig auch Wunderbild

Silbe **bil** u. a.: *unbilidi, unbilde, biliden, billich* $\approx$ Unförmigkeit, Unrecht, maßlos, einer Sache Gestalt geben, passend, angemessen, gerecht

1. **Als Dargestelltes** ($\approx$ Vorhandenes; besitzt eine Struktur oder Gestalt): **Abbild, Abbildung**, auf einer Fläche Dargestelltes, **Bildnis**, Figur, Fotografie, Gemälde, Holografie, Illustration, Schinken (salopp, abwertend), Skizze, Studie, Zeichnung.
2. **Als Geschehen** (hat Anfang und Ende): Akt, Auftritt, Szene, Vorstellung₁, Ausblick, malen, schreiben, zeichnen, sich ein Bild machen von, sich etwas vorstellen, **Einbildung**.
3. **Im übertragenen Sinn** ($\approx$ Analogie): Allegorie, Anblick, Anschauung, Ansicht, Anzeichen, Eindruck, figürlich, Gleichnis, Inbegriff, inneres Bild, mathematische Zuordnung (**Abbild** einer Funktion), Metapher, Parabel, Sinnbild, **sinnbildlich**, Tropus, Vergleich, Vorstellung₂.

Bild in anderen Sprachen

- **Lateinisch** imago, imaginis (Bild, Ebenbild) descriptio, descriptionis (Abbildung), formatio, formationis (Bildung) und cultus (Bildung, Ausbildung)
- **Englisch** figure, image, tableau, effigy, frame, icon, pattern
- **Französisch** illustration, image, tableau
- **Italienisch** dipinto, figura, immagine, pittura, quadro
- **Spanisch** cuadro, efigie, estampa, figura, imagen, imago, pintura

Eingedeutscht folgen speziell: **Figur, Ikone, Illustration und Imagination.**

Bild in Raum und Zeit

Die **Welt** existiert im **Raum** mit den **3 Koordinaten** x , y und z sowie in der **Zeit** t .

Hier ist die Vielfalt der Bilder einzuordnen:

Zeit	Raum			
	Ohne Koordinaten	x	x und y	x , y und z
ohne	Zahlen, Naturkonstanten, Begriffe, Wörter	Werte längs eines Weges, z. B. Feldstärke $E \sim 1/r^3$	Bild sowie zusätzliche Anwendungen, z. B. Diagramm	Perspektive, Stereobild, Hologramm, Statue, Modell,
mit	Signale, z. B. Sprache, Musik	grafische Darstellung zeitlicher Funktionen $y = f(t)$	Daumenkino usw., Film, Fernsehen	Geschehen, Theater, Stereofilm

Das „übliche“ **Bild** ist anders als die Welt, nämlich **zeitlos beständig** und verfügt nur über **2 Koordinaten**.

Dieses Manko wird mehrfach durch Varianten, z. B. Stereobild und Film umgangen.

Die zwei Koordinaten können aber auch anders genutzt werden, nämlich nicht im Sinne einer Abbildung.

Die Tabelle klassifiziert die Erweiterungen farblich mit einigen Beispielen.

Bildhaftes

Der hier eingeführte Begriff ergibt aus einer Dreiteilung von allem, was wir sehend wahrnehmen können:

1. **Natürliche Bilder** als **abbildend** gesehene Realitäten von Natürlichem, wie Gegenstände, Landschaften, Pflanzen, Tiere, Menschen usw. Sie werden direkt von unserem **Auge** aufgenommen oder zuvor **fotografiert, gescannt, skizziert, gemalt** usw. Auch **Hologramme** und entsprechende **3D-Bilder** gehören hierzu.
2. **Bildhaftes**: hierzu gehören **sichtbare Zeichen**, die auf etwas **anderes verweisen**, das sind u. a. Buchstaben, Symbole, Piktogramme, Schriften, Formelzeichen, wissenschaftliche und technische „Bilder“, die **nicht abbildend** sind, z. B. Kurven, Diagramme und topologische Darstellungen,. Eine beachtliche Teilmenge sind **Fraktale**, auf die noch genauer einzugehen ist.
3. **Filmhaftes** macht zusätzlich 1. und 2. die **zeitlichen Veränderungen** deutlich sichtbar. Beispiele sind Film und Video, die dann häufig durch Sound ergänzt werden.

Gespeicherte Bilder

Bilder sollen *jederzeit verfügbar* sein. Sie sollen in der *Zeit beständig* sein. Unser *Gedächtnis* ist unzureichend. Daher müssen sie irgendwie anders gespeichert sein. Hierfür gibt es drei sehr unterschiedliche „Wege“

- **stofflich**, es ist natürlich als Gegenstand, Gebilde, Substrat usw. zum direkten Betrachten vorhanden.
- **mittelbar**, indem es auf eine Unterlage (z. B. Papier) gezeichnet (Portrait, Skizze) oder geschrieben (Schrift, Zeichen) wird. Dabei gibt es viele Sonderfälle. Im erweiterten Sinn gehört hierzu auch die Holografie.
- **informationsmäßig**, vor allem als elektronische Datei, aus der es technisch reproduziert (Bildschirm, Papier usw.) wird. Hierbei sind hauptsächlich Pixel- Vektor- und Drucker-Dateien sowie Fraktale zu unterscheiden.

So ergibt sich die folgende Tabelle:

Bildart	Beispiele	Vorteile	Nachteile
Natur, Realität	Das, was wir direkt betrachten können, Landschaft, Gegenstände	Real vorhanden	muss nicht beständig sein
Herkömmlich	klassische (chemische) Fotografie, Gemälde	realitätsnah	muss erst geschaffen, erstellt werden
Sonderfälle	Verkehrzeichen, Landkarte, Konstruktion, Symbol, Formel	der Anwendung gut angepasst	als Zeichen nur Verweis auf anderes, bedarf einer speziellen Interpretation
Pixel-Datei	Elektronisches Foto, (Pixel-) Druck	annähernd fotorealistisch	große Datei, Bild erst „sichtbar“, wenn Pixel nicht mehr erkennbar
Vektor-Datei	CAD, Technische Zeichnungen, Skizzen, Plotter	meist recht kleine Datei	schlechte Farbverläufe, nur sehr bedingt feine Strukturen möglich
Fraktal	Apfelmännchen, L-System	sehr kleine Datei, aber oft naturähnlich	sehr großer rekursiver Rechenaufwand

Aspekte der Bilder

Es sind viele Einteilungen der Bilder möglich. Hier werden zunächst drei Aspekte erwähnt, die sich natürlich überlappen:

- **Ort** des Vorkommens: Heute sind sie nahezu anzutreffen; als Bierdeckel, Briefmarke, Diagramm, Druck, Exlibris, Foto, Gemälde, Höhlenzeichnung, Kleidung, Körperschmuck (Body Painting), Monogramm, Pin-Up-Bild, Poster, Serviette, Streichholzschachtel, T-Shirt, Verpackungspapier, Zeichnung.
- Bezüglich einer **Anwendung**, als Diagramm, Eigenerzeichen, Kartenspiel, Landkarte, Markenzeichen, Maske, Ornament, Schaltbild, Schema, Schminke, Strukturplan.
- Mit einer **Aussage**: Bildnis, Fahne, Flagge, Heraldik, Karikatur, Prospekt, Rebus, Satire, Wasserzeichen, Wappen, Werbung. Gemäß der Rhetorik soll dabei das Bild Wirkungen hervorrufen also (be)lehren, ermahnen, bewegen und erfreuen. Hierzu folgen weitere, ausführliche Betrachtungen.

Bildinhalte und Wirkungen

Eine umfangreiche systematische Analyse wurde von PETRA SCHUCK-WERSIG (*1952) durchgeführt [19].

Zur Klassifikation wählte sie fünf – nicht vollständig isolierbare – Gesichtspunkte in der folgenden Reihenfolge aus:

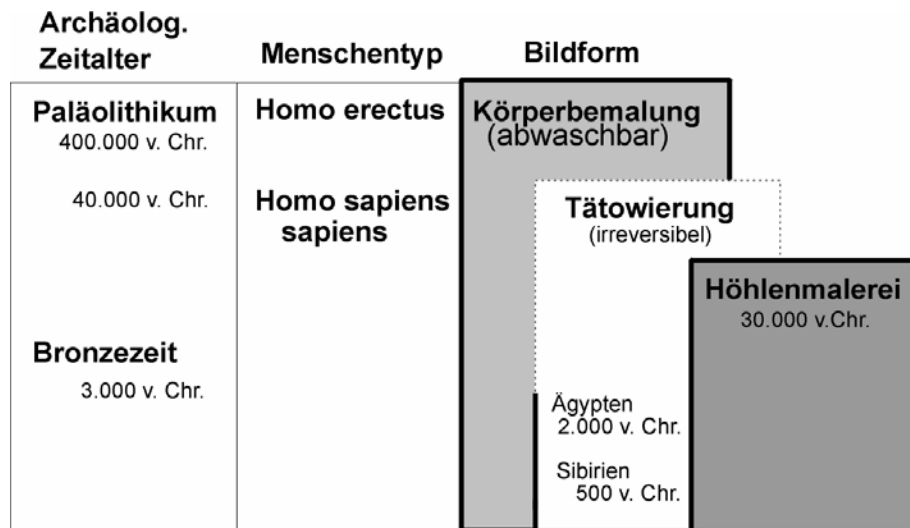
- Mit ihrer **Magie** können Bilder Wirklichkeit und Transzendenz verschmelzen
So vermitteln sie dem Menschen Kontakt zu Natur, Kosmos und Gottheiten
Historische Beispiele sind die frühen Höhlen- und Felsmalereien sowie Körperbemalungen bis zu Tätowierungen.
Ähnlich sind auch Bilderstürmer einzuordnen, die vor allem die magische Macht der Bilder fürchten.
- Die **Orientierungsfunktion** soll Anleitungen und Anweisungen fürs Leben in der sozialen Gemeinschaft geben
Zur sozialen Orientierung bedarf es bildhafte Leitbilder; Kirchen-Bilder liefern christliche Handlungsanleitungen.
Auch Verkehrszeichen, bei der Olympiade oder für Toiletten usw. bewirken Ähnliches.
- Die **Identifikations-** und **Projektionsfunktion** entstand erst mit der allmählichen Erstarkung des Individuums
Hierzu war das Entdecken des eigenen Ich und das aufkeimende Selbst-Bewusstsein notwendig.
Kennzeichen sind der Wandbilddruck, Portraits, Orden, Abzeichen, Schmuck, besondere Kleidung usw.
- **Erkenntnis und Wissen** (Wissensrepräsentation) erfordern vielfältige Bilder wie: Konstruktionsplänen, Darstellung von Instrumenten; Stadtansichten, Architekturzeichnungen, Reiseskizzen, Landkarten usw.
Alltagswissen betrifft ähnlich Sitten, Lebensumstände und Stand der Technik.
- Bilder besitzen auch ein **sinnliches Potential**, das durch Farbe, Formenvielfalt, Komposition und Muster ausgedrückt wird. Sie erzwingen unsere unmittelbare Aufmerksamkeit und erreichen so eine direkte Beeinflussung.

Zwei Gesichtspunkte sollten vielleicht **ergänzt** werden (siehe auch [1] S. 24 ff. + 85 ff.):

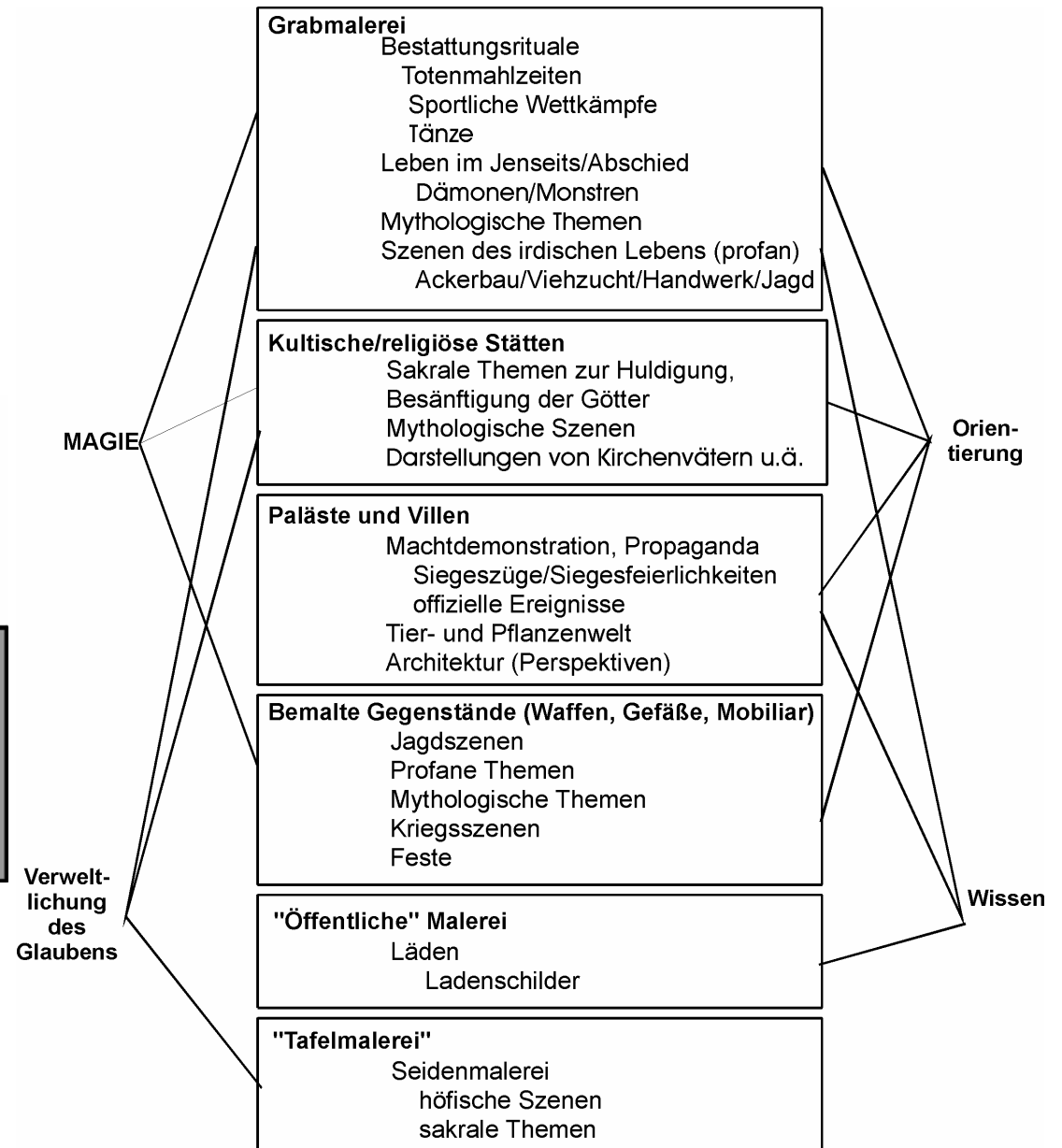
- Das Bild als **Speicher für Vergangenes**, Vielleicht zeigen deshalb Menschen so gern Fotos.
- **Fraktale** sind völlig neuartige Bilder, die sich einer Einordnung zu widersetzen scheinen.

Aus SCHUCK-WERSIG [19] zu den von ihr eingeführten Klassen von Bildern (rechts).

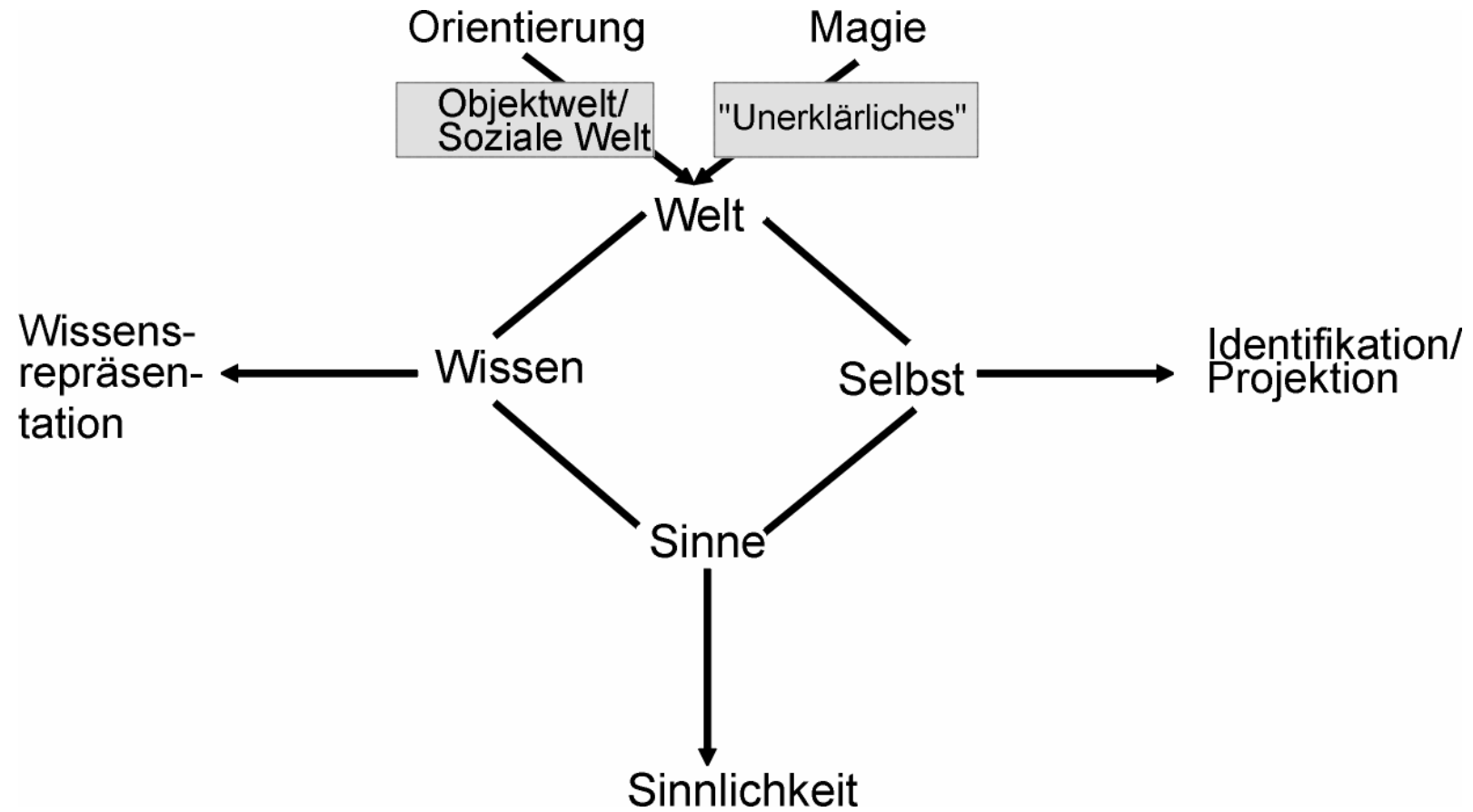
Zur Entwicklung der ersten „Bilder“



Es folgen weitere



wersig3.cdr



Bildfunktionen		Weltsegmente		Rationalisierungsformen
Magie	—	transzendente Welt	—	Reformation
Wissen	—	objektive Welt	—	empirische Wissenschaft
Orientierung	—	soziale Welt	—	Bildung
Identifikation/ Projektion	—	subjektive Welt	—	Aufklärung
Sinnlichkeit	—	Kernkomplex: Affekte	—	Schriftentwicklung

Literatur

- [1] Zemanek, H.: Das geistige Umfeld der Informationstechnik. Springer Verlag, 1992
- [2] Zemanek, H.: Der Geist in der Flasche. Warum der Computer nicht ausschaut. Informationstechnik 30(1988) 1, 3-10.
- [3] Bronstein, I. N. u.a.: Taschenbuch der Mathematik. 3. Aufl. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt/M. 1997
- [4] Völz, H.: Handbuch der Speicherung von Information Bd. 2 Technik und Geschichte vorelektronischer Medien. Shaker Verlag Aachen 2005
- [5] Frank, H.: Kybernetische Grundlagen der Pädagogik. 2. Aufl. Bd. 1 + 2. Agis - Verlag Baden-Baden 1969
- [6] Beutelspacher, A.; Petri, B.: Der Goldene Schnitt. BI, Mannheim - Wien - Zürich 1988
- [7] Völz, H.: Computer und Kunst. Reihe akzent 87. 2. Aufl. Urania - Verlag Leipzig Jena - Berlin 1990
- [8] Seckel, Al.: Optische Illusionen. Bd 1 und 2. Tosa Wien, 2001
- [9] Elffers, J., Schuyt, M., Leeman, F.: Anamorphosen. DuMont, Köln 1981
- [10] Quiroga, R. Q, Fried, I, Koch, C.: Wie das Gehirn die Großmutter erkennt. Spektrum der Wissenschaft H. 3/2013, S. 29 - 33
- [11] Völz, H.: Diskussionsbeitrag zur Information und Emotion. In: Philosophische und ethische Probleme der Biowissenschaften. Akademie - Verlag Berlin 1976, S. 269 - 277 (s. auch Speicher; Bd. 1)
- [12] Völz, H.: Kontinuierliche Digitaltechnik. Shaker-Verlag. Aachen 2008
- [13] Völz, H.: Handbuch der Speicherung von Information Bd. 1 Grundlagen und Anwendung in Natur, Leben und Gesellschaft. Shaker Verlag Aachen 2003
- [14] Sellenriek, J.: Zirkel und Lineal. Kulturgeschichte des konstruktiven Zeichnens. Callwey, München 1987
- [15] Miller, G. A.: Wörter - Streifzüge durch die Psycholinguistik. Spektrum der Wissenschaften, Heidelberg 1993
- [16] Mandelbrot, B. B.: Die fraktale Geometrie der Natur. Birkhäuser, Basel - Boston, 1987
- [17] Prusinkiewicz, P. u. Lindenmayer, A.: The Algorithmic Beauty of Plants. Springer-Verlag, New York, 1990
- [18] Völz, H.: Fraktale - Ästhetik - Kunst. Spectrum 19 (1988) 8, 16 - 19
- [19] Schuck-Wersig, P.: Expeditionen zum Bild - Beiträge zur Analyse des kulturellen Stellenwerts von Bildern. Peter Lang Verlag, Frankfurt a/M - Berlin - Bern - New York - Paris - Wien 1993.
- Barnsley, M. F.; Hurd L. P.: Fractal Image Compression, AK Peters Ltd., Wellesley, MA, 1993
- Briggs, J.; Peat, F. D.: Die Entdeckung des Chaos, Hanser-Verlag 1990
- Herrmann, D.: Algorithmen für Chaos und Fraktale . Addison - Wesley. Bonn u.a. 1996

Jürgens, H., Peitgen, H. - O. und Saupe, D.: Fraktale eine komplexe Sprache für komplexe Strukturen. Spektrum der Wissenschaft; (1989) S. 106 - 118
Lauwerier, H.: Fraktale I/II, Wittig-Fachbuch, Hückelhoven 1989/1992
Lerbinger, Kl.; Kuchenbuch, M.: Faszination Fraktale. Systema. München 1992
Mandelbrot, B. B.: Die fraktale Geometrie der Natur, Birkhäuser 1987
Peitgen, H. O. u. Richter P. H.: The Beauty of Fraktals. Springer - Verlag, Berlin - Heidelberg - New York - Tokyo 1986
Peitgen, H. O., Jürgens, H., Saupe, D.: Chaos - Bausteine der Ordnung, rororo, Reinbeck bei Hamburg