

Prof. Dr. Horst Völz
Vorlesungsmaterial Sommersemester 2005

Zur Geschichte der Komprimierungen Teil 2

Dieses Material wurde von meiner Homepage: horstvoelz.de heruntergeladen

Es ist für *privaten Gebrauch frei nutzbar*. Bei Publikationen, Vorträgen usw. ist die Angabe der Quelle notwendig.

Bei kommerzieller Nutzung ist eine Abstimmung mit mir erforderlich.

Die Bilder sind in höherer Qualität ca. 2000×3000 Pixel oder *.cdr Version X6 verfügbar.

Prof. Dr. Horst Völz, Koppenstr. 59, 10243 Berlin, Tel.: 030 288 617 08

Email: h.voelz (at) online.de

Überblick und Kurzfassung

Die Folien 1 gingen von den individuellen Grenzen beim Sehen, Hören (Wahrnehmung) und Handeln aus. Dem werden die hohe Informations-Komplexität unserer Gesellschaft, Umwelt und Welt gegenübergestellt. Schrittweise entstanden deswegen unterschiedliche Verdichtungsverfahren zur Senkung der Komplexität. Davon wurden die Varianten bis einschließlich der Sprache berücksichtigt.

Dieser 2. Teil betrifft hauptsächlich die nach der Sprache auftretenden nichtelektronischen Methoden. Also vor allem *Schrift, Speicherung, Zahlen und Rechnen*. *Elektronischen Methoden* werden anschließend im 3. Teil behandelt.

Am Ende auch dieses Teils befindet sich ein kurzes *Literaturverzeichnis*.

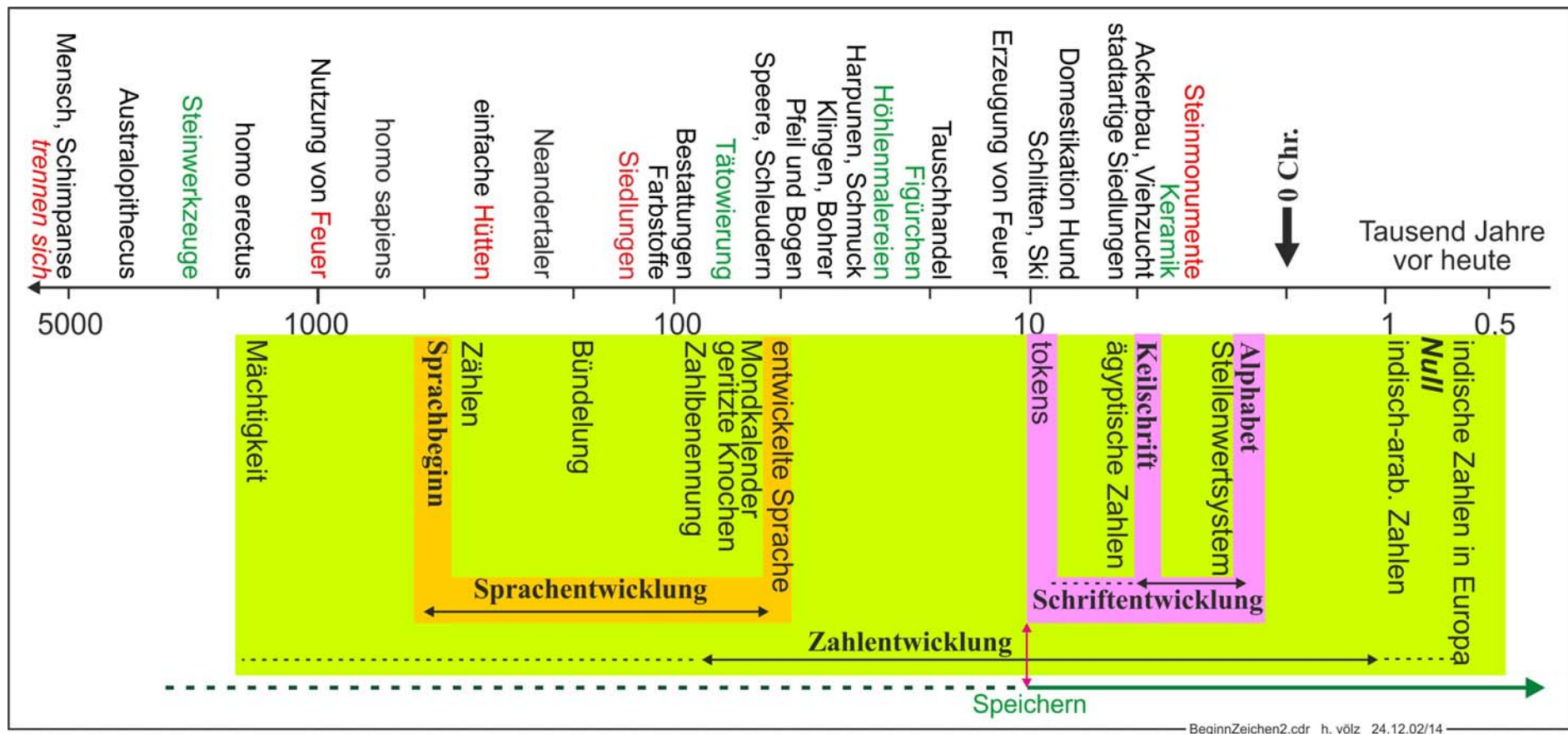
Inhalt

1. Rückblick und Zusammenfassung

2. Was Speichern ist
3. Vorstufen zur Schrift
4. Die Schrift
5. Die Zahlen
6. Die Mathematik
7. Ergänzungen
8. Literatur

Was nach der Sprache kommt

Im Bild sind ***vier wichtige Entwicklungen*** betont: Sprache, Schrift, Zahlen (incl. Rechnen) und Speichern. Die Entwicklung des ***Zählens*** beginnt zwar sehr früh, dauert aber bis zum ***krönenden Abschluss*** sehr lange. Deshalb werden die ***Zahlen*** und das ***Rechnen*** erst im ***übernächsten Abschnitt*** behandelt. Daher folgt zunächst die ***Schrift-Entwicklung***, dabei ist jedoch das ***Speichern*** eine wichtige Voraussetzung.



Inhalt

1. Rückblick und Zusammenfassung

2. Was Speichern ist

3. Vorstufen zur Schrift

4. Die Schrift

5. Die Zahlen

6. Die Mathematik

7. Ergänzungen

8. Literatur

Speichern – Etymologie

Lateinisch *spica*, die Ähre, *spicarium* Vorratshaus

Deutsch recht früh: der Kornspeicher (Gebäude)

später Speicher etwa synonym mit Lager/Lagerung für Waren und Gegenstände

neu: technische Einrichtungen: wie Warmwasserspeicher, Speicherbecken usw.

erst ab 50er Jahre mit **Informationstechnik** auch Information-, Daten-Speicher

verwandte Begriffe: Andenken, Archiv(ierung), Aufzeichnung, Denkmal, Erinnerung, Gedächtnis, Gedenken, Museum, Protokoll, Sammlung

Englisch: store Vorrats- und Warenhaus → storehouse, warehouse, storage Lager als Raum für Geld und Lagerung, storage battery = Akkumulator (Sammler)

verwandte Begriffe: amnesia, attic, cache, elevator, granary, lethe, loft, mem, memory, mention, mind, mnemonic, pantheon, recollection, record(ing), register, reminder, reservoir, retrospection, stockpile

Französisch: commémorative, entrepôts, grenier, mémoire, rappel, réminiscence, silos, souvenir

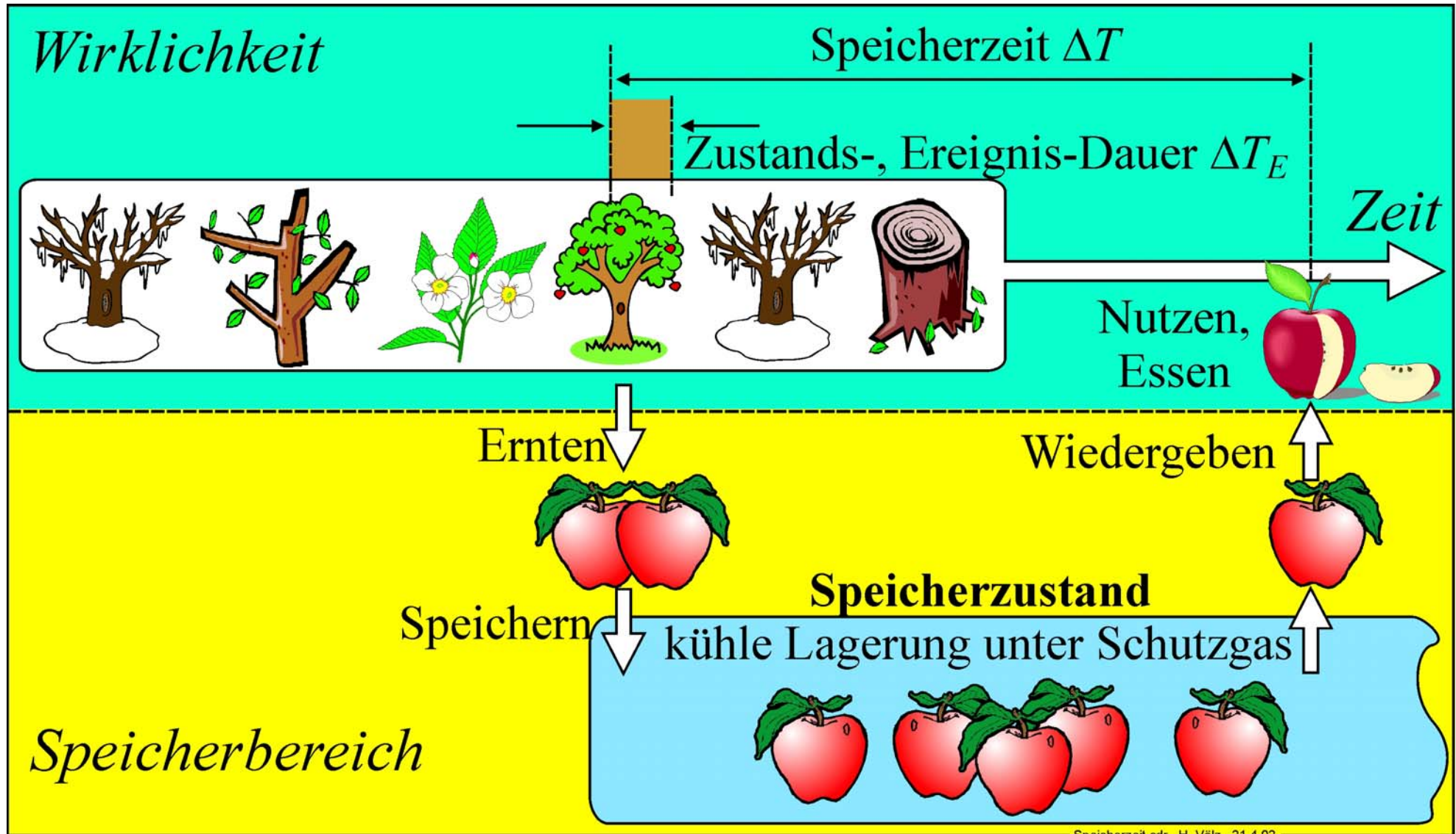
Italienisch: accumulare, deposito, memoria, memorizzare, reminiscenza, ricordo, rievocazione, rimessa, soffitti

Spanisch: acuerdo, conmemoración, desván, evocación, memoria, memorias, recordatorio, recuerdo, rememoración, reminiscencia, retentiva

Gespeichert wird u. a.

1. **Stoff**, Material, Waren, Lebensmittel u.a.; im Getreidespeicher, Materiallager, Gebäude, Raum oder Behältnis
Dies erfolgt *unmittelbar*: Das Objekt wird selbst gespeichert
2. **Energie**, u. a. Feder, Schwungrad, elektrochemische Batterie, Treibstofftank für Benzin, Öl usw.
Nur *mittelbar* möglich, gespeichert wird der *Energieträger*.
Zur *Rückgewinnung* der Energie muss das *passende System* zu Verfügung stehen.
3. **Information** in zwei Varianten, als
 - *Zustände*, wie Daten, Fakten, Texte, Bilder (Funktionen) → beständig in der Zeit
 - *Abläufe*, wie Schall, Video, Prozesse, Geschehen → zeitlich veränderlich*Wiedergabe* kann nur *mittelbar* erfolgen, es muss das *passende System* zu Verfügung stehen

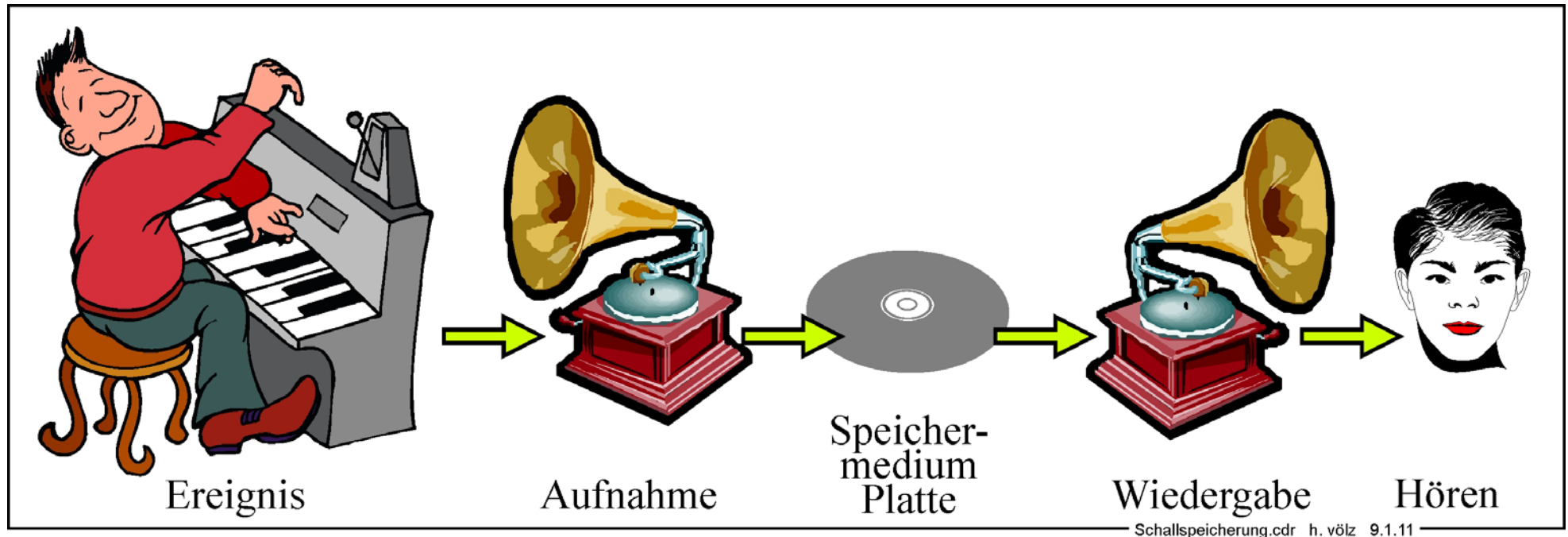
Ein anschauliches Beispiel



Speicherzeit.cdr H. Völz 21.4.02

Schallspeicherung

Als Beispiel für die Speicherung von Information



Die **Aufzeichnung** erfasst *nur den Schall* (an einem Ort) und nicht das vollständige Geschehen.
Es wird davon nur der **Informationsträger** in der **Schallrille** gespeichert. Speichern ist immer **unvollständig**.
Die Wiedergabe verlangt das *passende Wiedergabegerät*.
Die **Interpretation** gelingt nur einem *kompetenten Menschen*.

Voraussetzungen

Für die Speicherung müssen zunächst **Raum und Zeit** definiert werden
In diesem Fall genügt es gemäß IMMANUEL KANT (1724 - 1804) vorauszusetzen,
dass beide als dem Menschen *angeborene Formen der sinnlichen Anschauung* sind.

Beides sind typisch *deutsche* Wörter, die bereits im 8. Jh. nachweisbar sind:

Zeit als: zit Zeit, Zeit-, Lebensalter, Leben, Jahres-, Tageszeit, Stunde
und als tide Gezeit(en), Ebbe und Flut.

Raum tritt zunächst als Adjektiv auf: rum(e) geräumig
im 11. Jh. als Substantiv: rum, run, roun Raum, Platz zu freier Bewegung oder zum Aufenthalt.

Die **Zeit** t soll *kontinuierlich linear* ablaufen $t = a \cdot t - t_0$; a und t_0 sind Konstanten.

Die **Vergangenheit** steht fest, muss deshalb aber nicht bekannt sein! (Kriminalistik, Archäologie).
In der **Gegenwart** erfolgt die (dauerhafte) Speicherung von „Etwas“, z. B. als „Spur“ oder absichtlich
damit ist das Etwas in der **Zukunft** verfügbar.

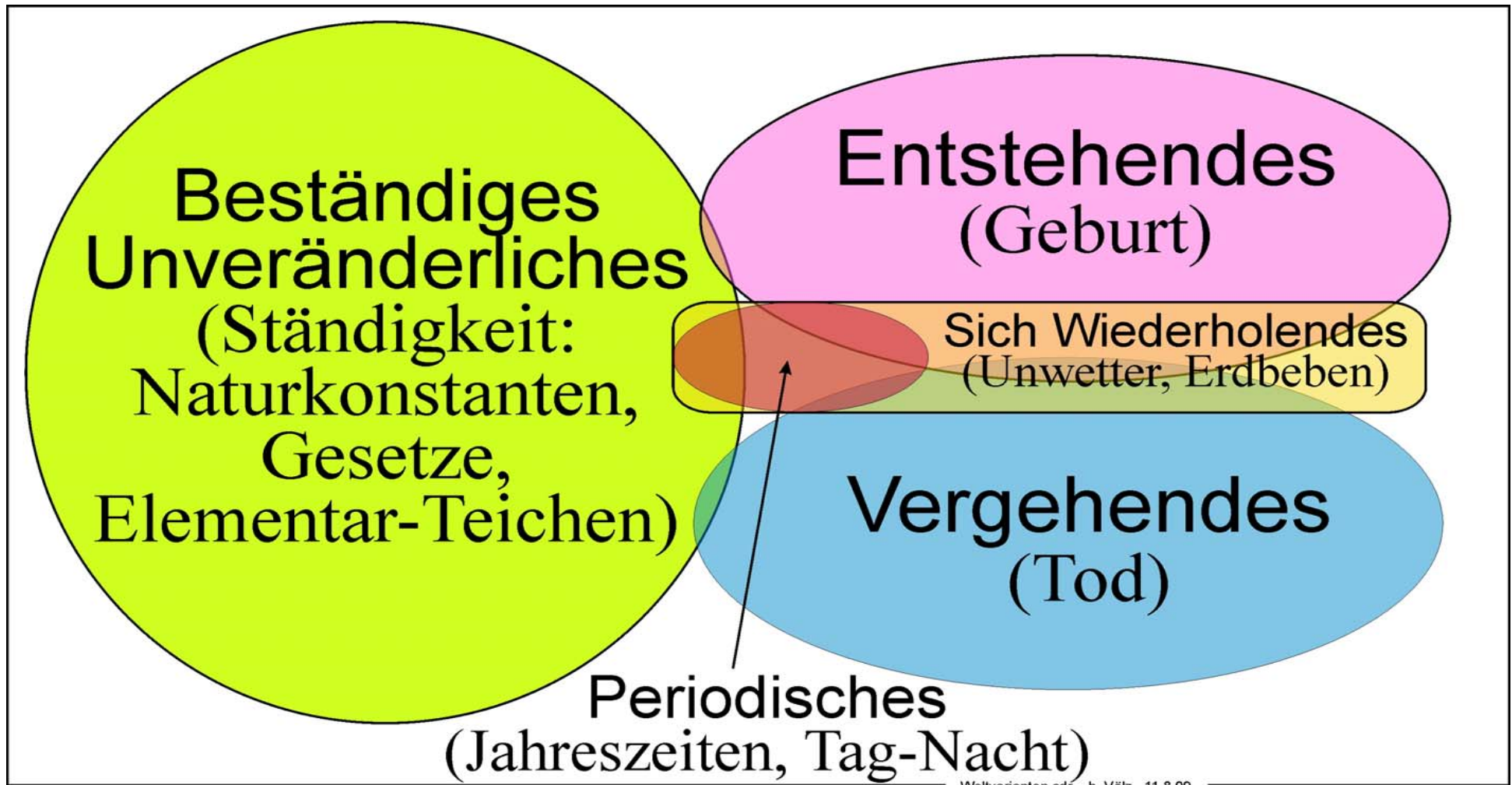
Beachte! Reise mit der **Zeitmaschine** 1895 von HERBERT GEORGE WELLS (1866 – 1946).

Der **Raum** $\mathcal{R}$ wird *geometrisch* euklidisch angenommen $\mathcal{R} = f(x, y, z)$

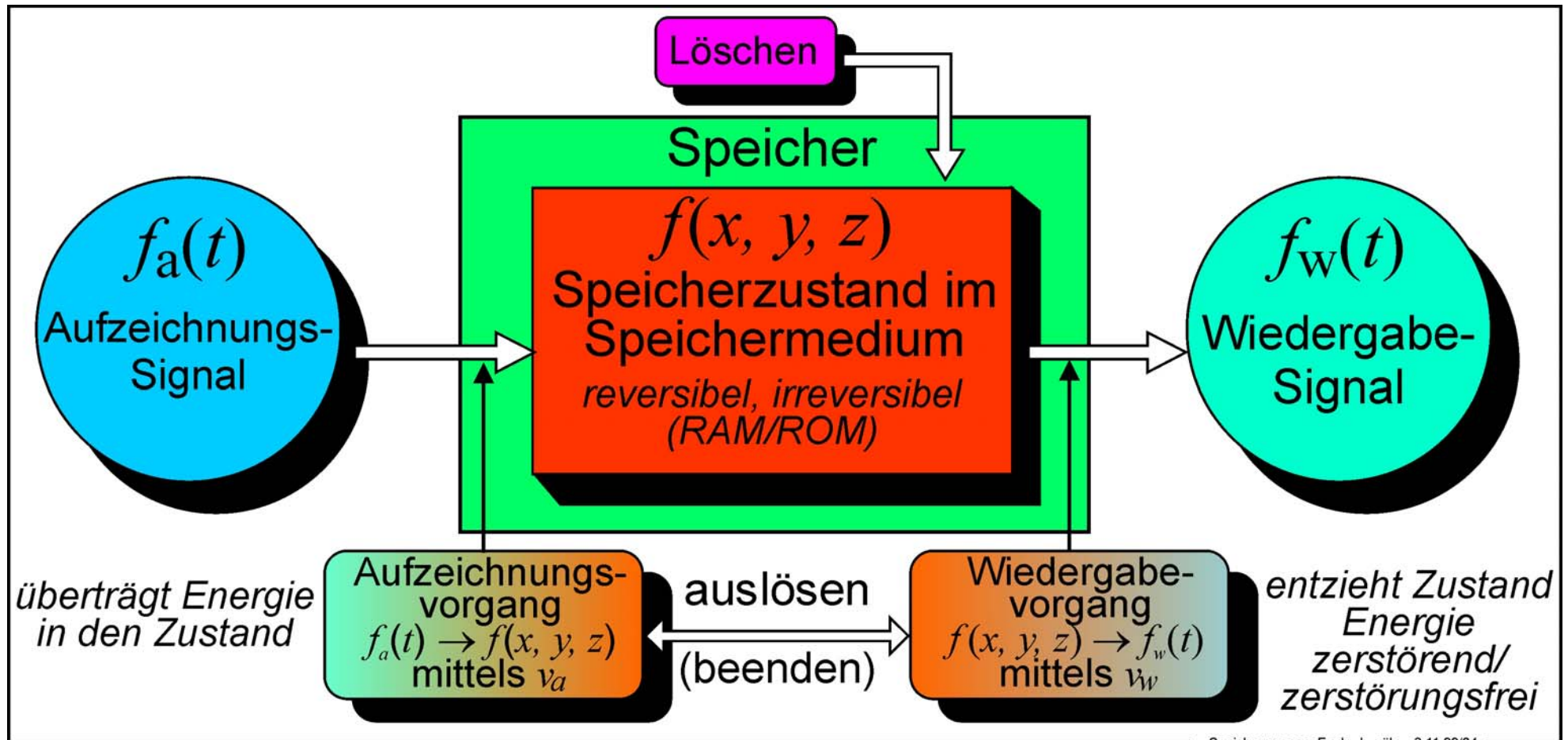
Dreierlei ist für Speichern erforderlich

1. Ein *gerichteter Zeitablauf*, der – aber *nicht unbedingt* – *aus den Naturgesetzen folgt* (Zeitpfeil).
Er ist aber erfahrungsgemäß (anschaulich) vorhanden. Allgemein gibt es sogar mehrere Zeitpfeile.
2. Eine zeitliche *Veränderung der Welt*, sonst wäre nämlich Speicherung überflüssig.
Doch für jede Wissenschaft ist (Be-) *Ständigkeit* eine entscheidende Voraussetzung
Typisch sind *ewige Gesetze* mit dazu gehörenden *Konstanten* und *Teilchen*
3. Es sind *irreversible Veränderungen*, u. a. als ein *Werden* und *Vergehen notwendig*,
denn nur sie hinterlassen für eine Speicherung beständige Fakten.
Alle Gesetze der Physik sind jedoch bezüglich der Zeit voll umkehrbar (reversibel).
Sie bleiben auch dann voll gültig, wenn t durch $-t$ ersetzt wird.
Gäbe es nur sie, wäre keine Speicherung, kein Gedächtnis möglich!
Lateinisch *ir-* un-, nicht; *vertere* kehren, wenden, drehen; *revertere* umkehren, zurückkehren, sich wenden an.

Varianten des Geschehens in der Natur



Formale Darstellung



SpeicherprozesseF.cdr h. völg 3.11.99/04

Folgerungen

- Speichern ist ein *3- bis 4-stufiger Prozess*
- er bildet das „Etwas“ der Gegenwart auf beständige *Zustände* ab,
- die später *wiedergegeben* werden können

Löschen, Verlust, Vergessen sind nur z. T. unerwünschte Sonderprozesse.

Zwei Beispiele

Beispiel Fotografie	Aufzeichnung	Stabilisieren	Speicherzustand	Wiedergabe
Klassisch	Belichtung, Spaltung von AgBr	Entwickeln, Fixieren, Wässern	Silber- oder Farbbild	Papierbild oder DIA-Projektion
Elektronisch	elektrische Ladung der CCD-Zellen	Verstärkung und Umwandlung in elektrischen Strom	Werte im Flash-Speicher, z. B. einer SD-Karte	Wandlung in elektrische Signale

Die Teil-Prozesse

Eine **Systematik** aller Speicherungen und Dazugehörendes ist *äußerst schwierig*. Insbesondere machen das die *vielfältigen Medien* (magnetisch, optisch, elektrisch usw.) und *Verfahren* (bewegt, statisch, dynamisch usw.) fast unmöglich.

Dennoch gehören fast immer vier Hauptgruppen dazu:

- Aufzeichnungsvorgang $f(t) \rightarrow f(x)$
- Speicherzustand $f(x) \rightarrow f(x)$ (eventuell mit stabilisieren)
- Wiedergabevorgang $f(x) \rightarrow f(t)$
- Übertragung $f(t) \rightarrow f(t)$

Jede *Speicherung* ist dann eine *Abfolge* aus diesen *Prozessen*.

Mir ist lediglich eine brauchbare Systematik mit dem *morphologische Kasten* (1966) von FRITZ ZWICKY (1898 – 1974) gelungen.

Das führt hier jedoch zu weit vom Thema weg, Details s. [3] S. 1 ff.

Speichern ist fundamental

Es ist ähnlich *selbstverständlich* wie Raum und Zeit, wird daher *oft nicht bemerkt, berücksichtigt* jedoch ohne Speichern *gäbe es Vieles nicht*

- Ein Mensch, der sein *Gedächtnis verlor, lebt nur in der Gegenwart*, weiß nichts von der *Vergangenheit* und kann daher auch nichts über die *Zukunft* ahnen oder gar planen
jedoch selbst für *Alzheimer-Kranke* nur teilweise gültig, können nur nicht Neues speichern
- Wir könnten weder *andere*, noch *uns selbst erkennen*, es gäbe *kein Ich* und *Wir* (FREUD)
- Unmöglich wären *Tabus, Verhaltensregeln*, Sitten, Gebräuche und *Gesetze*
- Speichern ist folglich ein *tiefes menschliches Bedürfnis* (s. u.)
- Weil es keinen Vergleich mit der Vergangenheit geben kann, ist *keine Entwicklung, Evolution, Änderung* fest- und vorstellbar oder gar möglich; alles geschieht einfach
- Es wären *Genetik*, und damit *Lebewesen* unmöglich, sowohl bezüglich der Erhaltung des individuellen Lebens als der Art

Speichern nicht total

- Vieles **vergeht** einfach wie Schall und Rauch; es geschieht *ohne Spuren zu hinterlassen*
- Jede noch so gute **Photographie** ist kein detailgetreues Abbild, sondern bestenfalls ein auf das Bildliche begrenzter, *räumlich-zeitlicher Ausschnitt der Wirklichkeit*
- Analoges gilt für **Ton-** und **Film-**Aufnahmen, **Daten** usw.
- Hinzu kommen nachträgliche, z. T. unvermeidliche **Verluste** durch **Störung, Zerstörung** des Speicherzustandes
- Wir können Inhalte, Fakten usw. **vergessen**
- Von **uns** (leibliche Hülle) verbleibt vielleicht nur – und das auch nicht für ewig – ein **Häufchen Asche** und eine **Grabinschrift**
- Mit dem **Sterben** jedes Menschen geht viel Information verloren $\Rightarrow$ Vorsorge bzgl. Tod

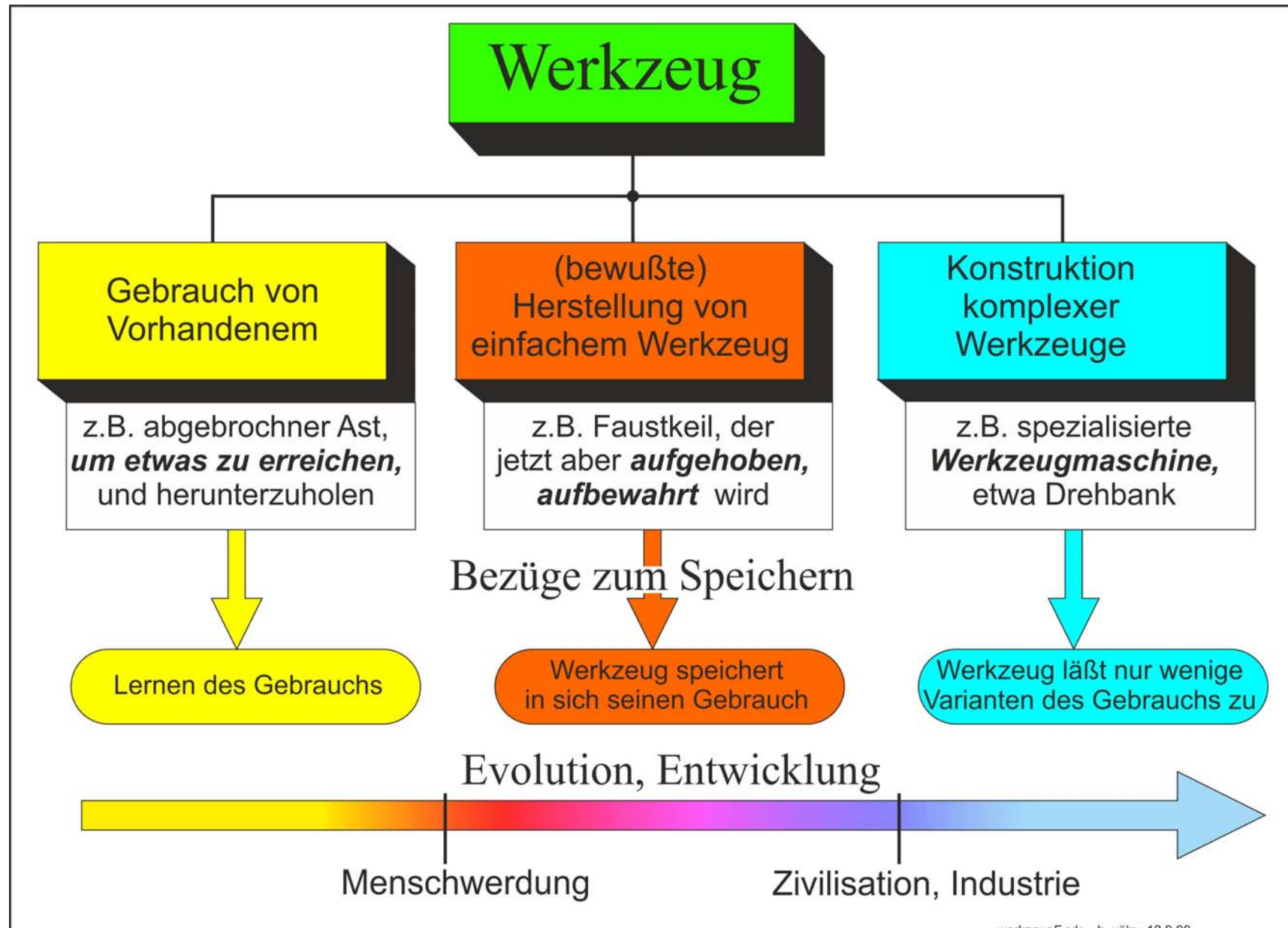
Werkzeug als Speicherung

Früher wurde angenommen, dass *nur der Mensch* Werkzeuge benutzt (bereits vor mehr als $2 \cdot 10^6$ Jahren). Doch seit langem ist bekannt, dass auch *Tiere* mit Hilfsmitteln ihre *Handlungsmöglichkeiten erweitern*.

Jedoch bereits 1847 wies PIERRE JOSEPH PROUDHON (1809 – 1865) auf ihre (menschliche= *Doppelfunktion* hin. Sie sind *nützlich benutzbar* und gleichzeitig ist ihnen das *Wissen um ihre Funktion gespeichert*. Gerade deshalb *hebt nur der Mensch* ganz im Gegensatz zu den Tieren Werkzeuge auf.

Dies drückte wohl erstmalig MARTIN HEIDEGGER (1889 – 1976) mit seinem Werkzeugbegriff (*Artefakt*) aus. Er betont so, dass gerade dieses *Aufheben* wesentlich zur *Menschwerdung* beitrug.

Schrittweise hat dann der Mensch *immer leistungsfähigere technische Speicher* für sein *Wissen* geschaffen. So entsteht das folgende Bild.



Inhalt

1. Rückblick und Zusammenfassung
2. Was Speichern ist
- 3. Vorstufen zur Schrift**
4. Die Schrift
5. Die Zahlen
6. Die Mathematik
7. Ergänzungen
8. Literatur

Was Schrift ist

Lateinisch scriptum Geschriebenes, *scribere* schreiben, althochdeutsch *script*.

Schrift bzw. Geschriebenes ist im Wesentlichen eine *sichtbare Speicherung* von Sprache.

Meist befindet sie sich auf ein *papiernes Material* und betrifft *Dokumentartiges* oder ein Werk.

Doch heute es gibt eine so *große Vielfalt* von Schrift, dass eine *Definition schwierig* ist.

Im *rückläufigen Wörterbuch* von MATER [4] existieren bereits 166 Varianten, darunter u. a.:

Ab-, Anklage-, An-, Auf-, Bilder-, Blinden-, Dank-, Denk-, Druck-, Eil-, Flug-, Geheim-,
Hand-, Ideen-, In-, Keil-, Klage-, Knoten-, Lauf-, Nach-, Nieder-, Noten-, Rein-, Rund-,
Schmäh-, Schön-, Spiegel-, Über-, Um-, Unter- und Vorschrift.

Dabei *fehlen im Werk* sogar noch u. a. Magnet-, Zacken- (*Tonfilm*) und Zeitschrift.

Im großen *Duden* gibt es über hundert Wörter die mit Schrift beginnen, darunter:

Schriftfont, -gut, -lich, -rolle, -satz, -sprache, -steller, -tum, -type und -zug.

Die wichtigste Grundlage der heutigen Schrift ist ein *Alphabet*.

Doch es gibt auch Schriften ohne Alphabet, z. B. chinesisch, japanisch, Hieroglyphen, Bilderschrift usw.

Einige Schriften betreffen *nicht Sprache*, z. B. Knoten-, Noten-, Tanz- und Zackenschrift.

Von der Sprache zur Schrift

Für die Entstehung der *Sprache* gibt es *allgemeine Aussagen* (s. Teil 1), sie *fehlen* jedoch für die *Schrift*.

Sie *entsteht erst sehr mittelbar* über und aus den *Speicherungen andere Inhalte*.

Gemäß Folie 9 gab es vorher Körperbemalungen, Höhlenzeichnungen, Figuren usw.

Bildliches entsteht also vor Schriftlichem, es ist deutlich *einfacher der Realität* zuzuordnen.

Auch einfache „*Striche*“ *für die Anzahlen* von Vieh usw. haben gewiss etwas zur Schriftentwicklung beigetragen.

Das alles ist offensichtlich eine *Ursache* dafür, dass die Schrift erst recht spät nach der Sprache entsteht.

Die Speicherung anderer Inhalte war *sowohl einfacher* und *zunächst wichtiger*.

Sehr Wahrscheinlich bestand ursprünglich *nicht einmal das Bedürfnis Sprache* zu speichern.

Erst recht spät entstehen Bedürfnisse die Sprache aufzuschreiben.

Anlässe sind Denkmale, Gesetze, Nachweise für Herrscher über ihr „Geleistetes“ und teilweise auch Religion.

Die *komplexe Zuordnung* zwischen Gesprochenem und dessen Speicherung ist gewiss ein *weiterer Grund*.

Aufschreiben des Gesprochenen ist eben *sehr kompliziert*.

So waren bei den alten *Ägyptern* die *Schreiber besonders hoch angesehen*.

SOKRATES (470 – 399 v. Chr.) *schreibt absichtlich nichts auf* – aber PLATON (427 – 357 v. Chr.).

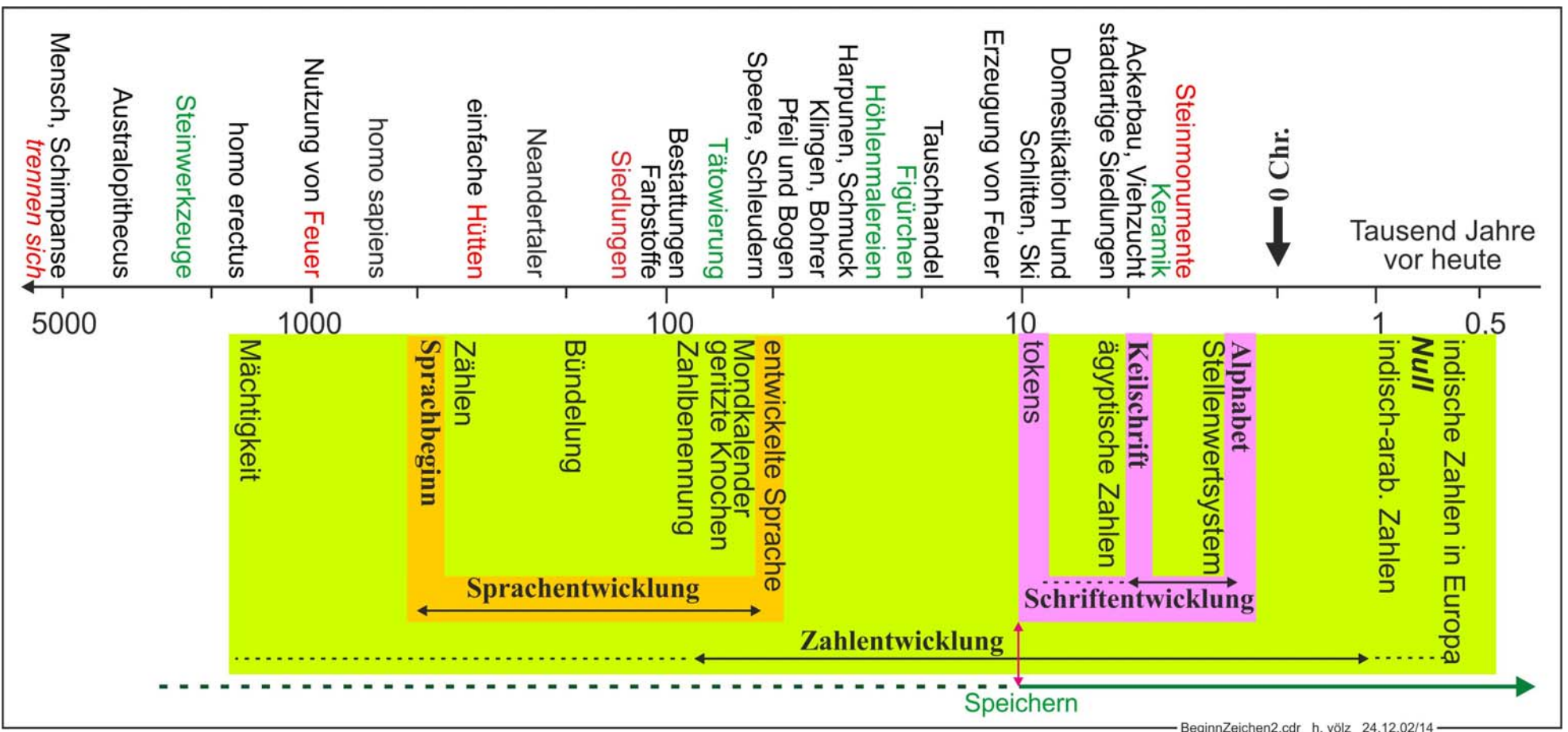
Noch im *Mittelalter* konnten auch in Europa die *meisten Menschen nicht lesen* und *schreiben*.

Erst der *Buchdruck* (1450) und die *Schulpflicht* (Preußen 1710) leiten Änderungen ein.

Dennoch gibt es auch *heute in Europa* noch viele Tausend *Analphabeten* – nicht nur Emigranten.

Z. B. Etwa 7 Millionen in Deutschland und 3% in Frankreich.

Ein *Kind* kann heute typisch etwa *ab 7 Jahren* schreiben und lesen.



Bilder-Geschichten

Mit der ***Sprache erzählten*** (und ersannen) die Menschen schon immer ***Geschichten***.

Da die Schrift lange Zeit nicht erfunden wurde, ließen sie sich mit ***Bildern*** leicht ***zeichnen***.

Zu den ältesten Varianten zählen wohl die ***Höhlenzeichnungen*** vor reichlich 50 000 Jahren.

Sie sind so bekannt, dass es sich erübrigt, hier weiter auf sie einzugehen

Doch noch ***einfacher und deutlich älter*** sind ***Körperbemalungen, Ritzungen auf Knochen*** (≈300 000 Jahre) usw.

Mehre ***typische uralte „Zeichnungen“*** mit Erklärungen zeigt (leicht vereinfacht) das nächste Bild.

Oben sind drei ***erzählende Steinzeitbilder*** gezeigt.

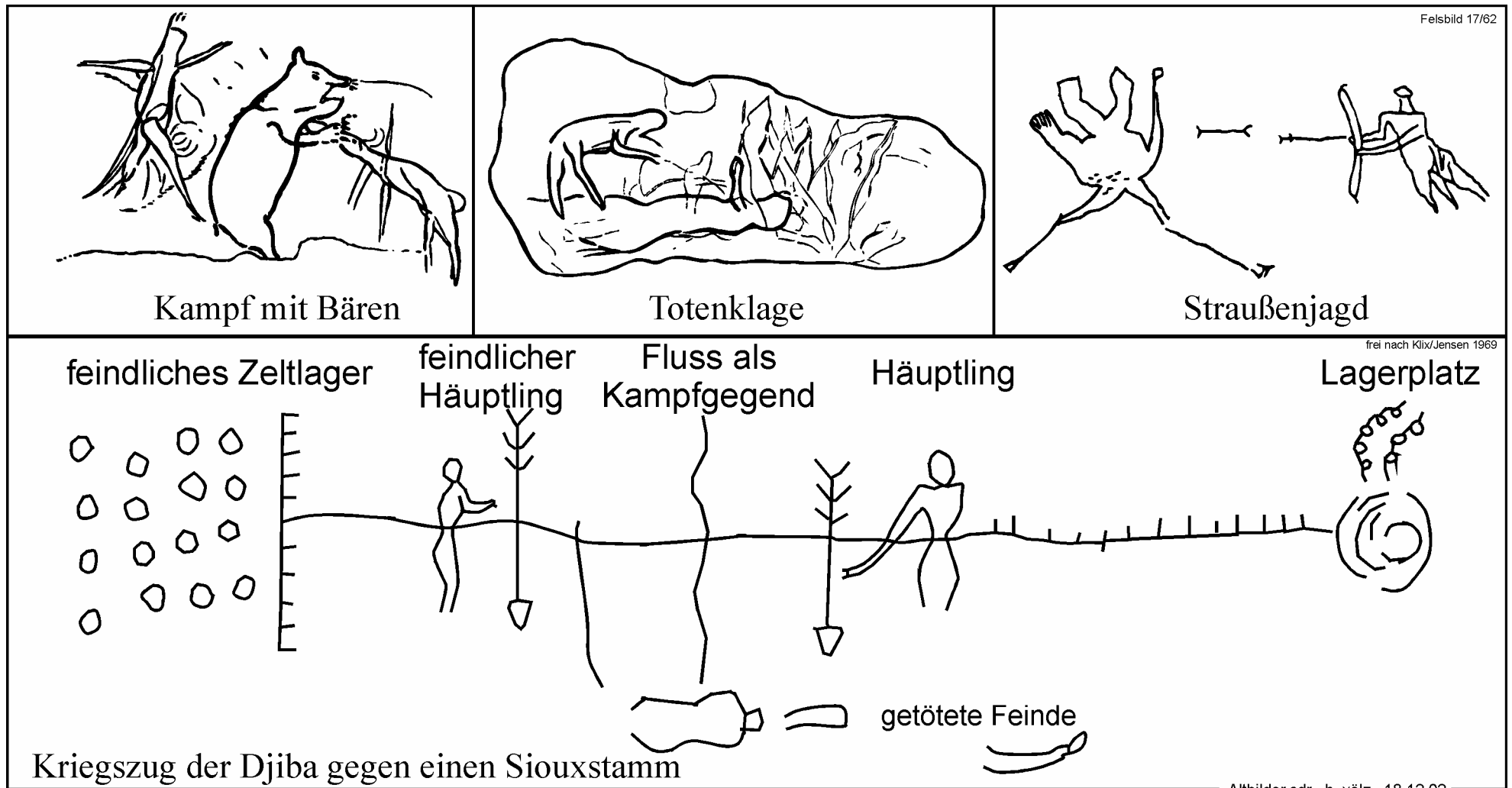
Darunter befindet sich zum Vergleich eine ***Bilderzählung der Sioux***.

Die nordamerikanischen Indianer der Sioux-Sprachfamilie waren zwischen Mississippi/Missouri und Rocky Mountains ab dem 17. Jh. ansässig.

Details hierzu und zu Höhlenbildern enthält u. a. [2] S. 87 ff., 92 ff.

Es sei betont: Bilder werden ***nicht gelesen***, sondern müssen ***interpretiert*** werden.

Meist sind sie dabei auch gleichzeitig eine ***Komprimierung*** der Fakten und des Geschehens.



Landkarten

Bilder sind im Gegensatz zur Sprache zwei-dimensional.

Das ermöglicht landschaftliche Darstellungen und damit *Landkarten*.

Eine 20 000 Jahre alte Landkarte befindet sich als *Schnitzerei auf Mammutelfenbein* (Bild d)

1958 wurde die Stadt *Çatal Hüyük* (türkisch gegabelter Hügel) in der heutigen Türkei entdeckt.

Ihre Anfänge reichen bis ins 8. Jt. v. Chr. zurück. [1] S. 43ff. 91 ff.

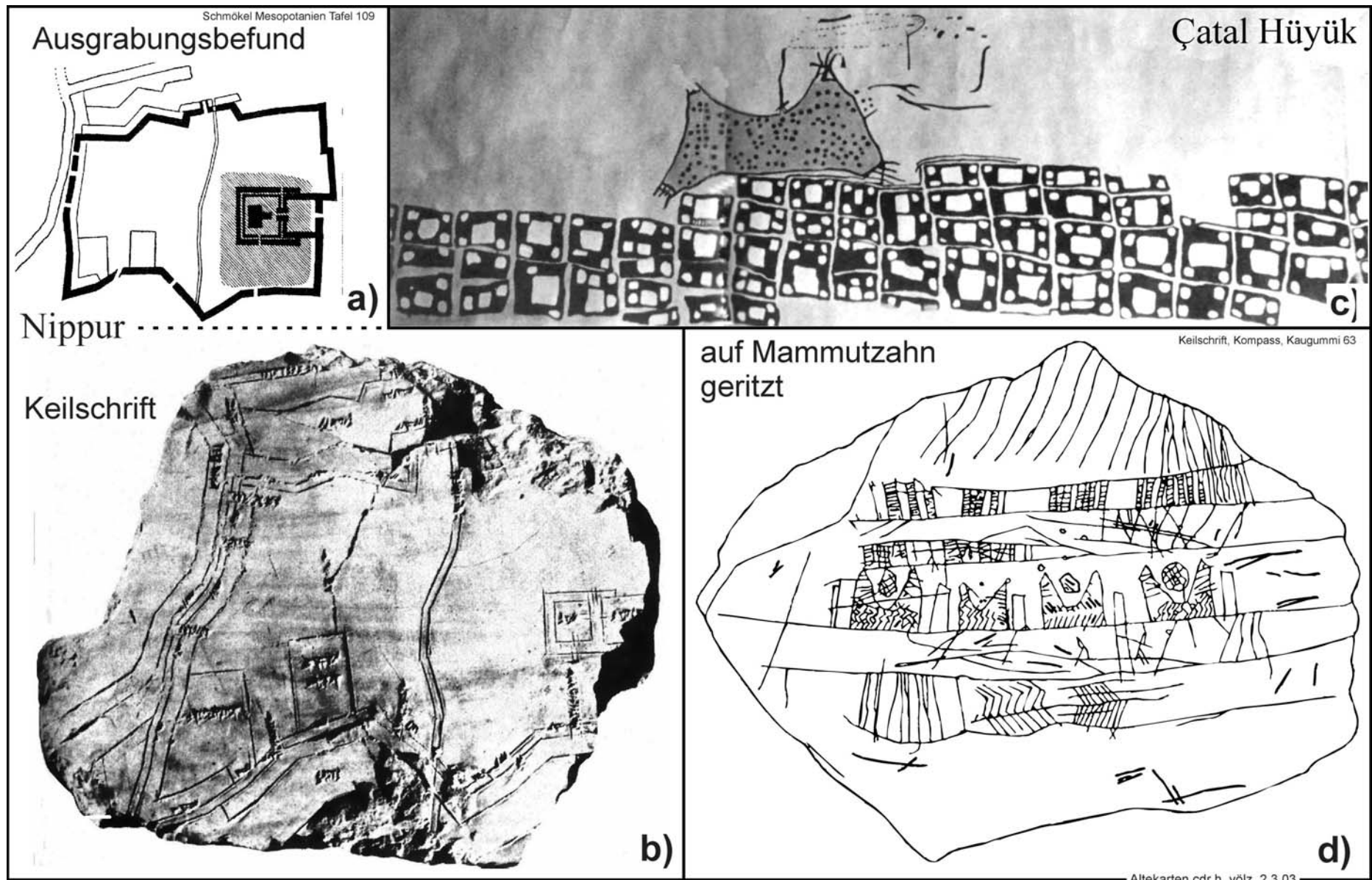
Auf etwa 100 000 m² existieren 18 übereinander liegende Siedlungsschichten.

Die Häusergröße variiert von 11 bis 48 m² (Bild c).

Von ihr existiert das wohl *älteste Wandgemälde* (um 6 200 v.Chr.), das mit zu den ersten Stadtpläne zählt.

Es zeigt die Anordnung der Häuser und Straßen sowie im Hintergrund einen Feuer und Asche speienden Vulkan.

Das Stadtbild von *Nippur* (1500 v. Chr.) zeigen die Bilder a) und b).



Botschaften an die Außerirdischen

Schon sehr früh haben mögliche „Außerirdische“ Interesse erregt.

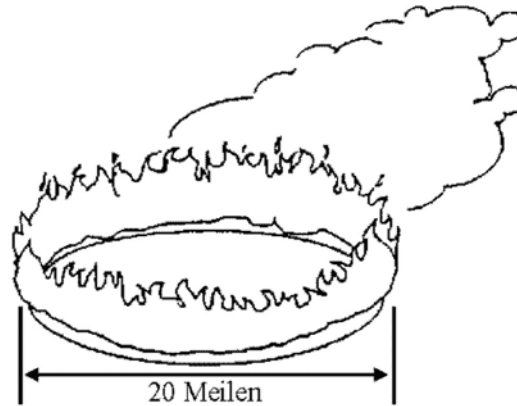
Doch mit ihnen kann man wohl kaum mit der menschlichen Sprache kommunizieren.

So wurden schon recht früh versucht, ihnen ***bildliche Information*** von ***unserer Existenz*** zu übermitteln.

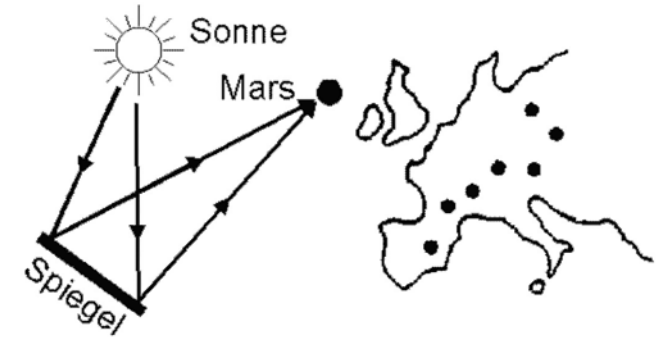
Einige typische Beispiele zeigt das folgende Bild.



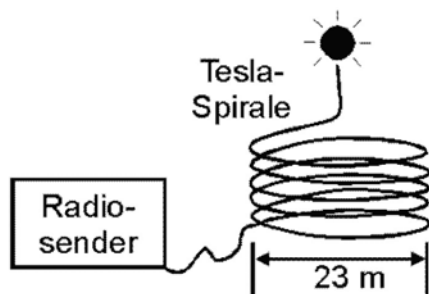
1820: Vorschlag von **Gauß**
große (brennende) Pinienwälder
mit Satz Pythagoras in Sibirien



1840: Vorschlag Joseph von **Littrow**
in der Wüste Sahara einen großen
Kerosinkreis zu entzünden



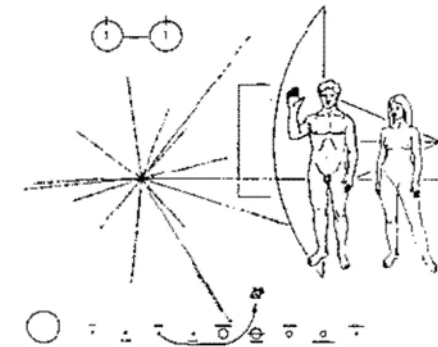
1869: Vorschlag von Charles **Cros**
den großen Wagen über Spiegel
an die Marsbewohner zu senden



1899: Vorschlag von Nicolo **Tesla**
in Colorado Springs einen großen
Sender zur Übermittlung aufzubauen



Vorschlag von Barney **Olivers**
für das von Aerocibo
zu sendende Signal



Nachrichtenplatte, die mit Pioneer 10
1973 in die Tiefen des Alls
mitgenommen wurde

Suche nach Außerirdischen

Die Übermittlungen von geben jedoch *keine Rückantwort*, so wurde nach Signalen der Allianz gesucht.

Die Ionosphäre ist für Wellenlängen kleiner als *20 m bis in den mm-Bereich durchlässig*.

Bereits 1932 fand KARL G. JANSKY *Rauschsignale*, die von einem *Zentrum in der Milchstraße* ausgingen.

Später zeichnete GROTE REBER die *galaktischen Radio-Emissionen* mittels einer 9,5-m-Parabolantenne auf.

Ab etwa 1950 wurden Quellen aus weit entfernten *Galaxien* gefunden.

Sie konnten im Wesentlichen ab 1963 *Quasaren zugeordnet* werden.

1965 fanden ARNO PENZIAS und ROBERT W. WILSON die *3K-Reststrahlung* vom *Urknall*.

Intensiv erfolgte das „*Lauschen*“ mit dem großen Teleskop der Cornell University ($\varnothing = 305 \text{ m}$).

Es befindet sich 15 km südlich von *Arecibo* an der Nordküste von Puerto Rico besonders leistungsfähig.

Durch Veränderung von 40 000 reflektierenden Platten kann 43° nördlich und 6° südlich beobachtet werden.

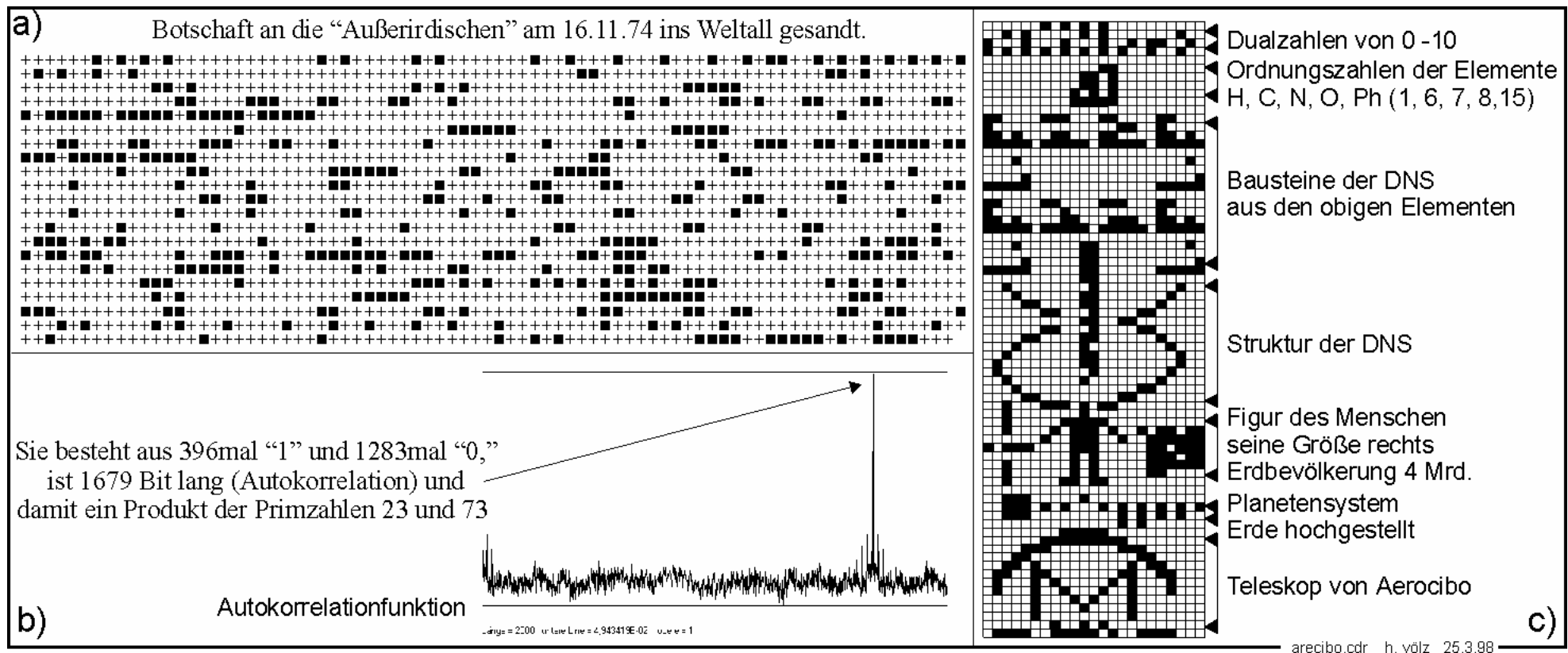
Doch alles *blieb bisher erfolglos*. So wurde wieder einmal an die Allianz am *16.11.1974 eine Botschaft* gesendet.

Sie zeigt das *Bild*, wobei allerdings *unklar* ist, ob es wirklich ohne menschliche Vorkenntnis *dekodierbar* ist.

Wegen der sehr groß anfallenden Datenmessungen wurde 1996 *SETI@home* von DAVID GEGYE gegründet.

Seit dem 17.5.1999 werden zusätzlich kleine Abschnitten auf Millionen Rechner als „Bildschirmschoner“ überprüft.

Details s. [0] 82ff.



Das 1/0-Signal wurde fortlaufend wiederholt gesendet, die *Autokorrelation ergibt 1679 Bit*.
Diese Zahl lässt sich in zwei Primzahlen zerlegen: 23×73 . Was ist *Zeile, Spalte*? Richtig ist Bild c).
Verlangt aber bereits ein *menschenähnliches Sehen*, das schon beim Frosch nicht mehr gegeben ist.
Denn der verfolgt nur typische Bewegungen, die fliegenden Insekten zuordenbar sind.
Selbst bei richtiger Anordnung, dürfte die *Interpretation der Daten* weitaus schwieriger sein.
Doch bereits vorher gilt: kein Naturgesetz überträgt die Unterscheidung *links - rechts*.
Was werden also die Außerirdischen verstehen und was können wir eventuell aus dem Signal entnehmen?

Entwicklung der Schrift

Hier wird die Entwicklung nur sehr stark verknappt wiedergeben.

Eine deutlich ausführlichere Beschreibung enthält u. a. [2] S. 40 - 57, [5].

Die entscheidenden Entwicklungen erfolgten in den **fünf Gebieten** gemäß dem folgenden Bild.

Gut bekannt ist die Entwicklung im

1. **Zweistromland** und

2. Ugarit und Byblos

a) **tokens** 8 000 bis 2 000 v. Chr.

b) **Keilschrift** 3 400 v. Chr. bis kurz n. Chr.

3. Die ägyptischen **Hieroglyphen** entstanden etwa 3 500 v. Chr.

Daneben gibt es noch die hieratische und demotische Schrift (des Volkes).

Aus beiden entstand dann in **Griechenland** ca. 200 n. Chr. das endgültige und vollständige **Alphabet**.

Weniger bekannt sind die ausgestorbenen und kaum geklärten Entwicklungen

4. der **Vinça-Kultur** 5 500 bis 3 000 v. Chr. und

5. auf **Kreta** von 3 000 bis 1 200 v. Chr.

Die **chinesische** Schrift ist über 3000 Jahre alt. Aus ihr gehen die japanisch, koreanisch und vietnamesisch hervor.

Sie besteht aus ca. 87 000 Schriftzeichen, wovon aber nur weniger als 5 000 zum Verstehen notwendig sind.

Sie ist vorwiegend **bildlich** und **silbenbezogen**. Sie wird hier nicht weiter erklärt.



Vinçakultur

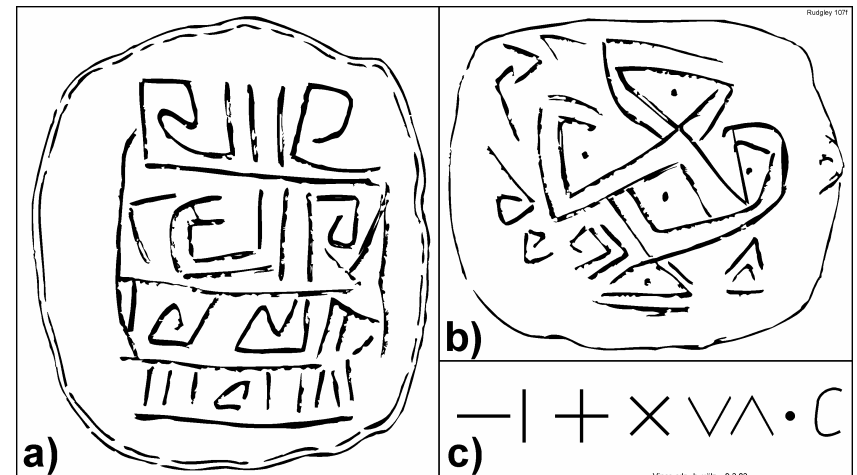
Überall in *Europa* sind *schriftartige Zeichen* gefunden worden, die *bis zum Neandertaler* zurückreichen.

Die *Kreuzen, Spiralen, Punkten, Rauten* usw. befinden sich u. a. auf Knochen, Steinen, Holz und Lehm.

Viele damit verzierte Objekte betreffen offensichtlich *Kulte*, als *rituelle Gefäße und Lampen*.

Hypothesen nehmen an: das *Kreuz* steht mit seinen *4 Ecken* für die Richtungen bzw. Enden der Welt darstellt
Spiralen können die Universum-Schlange, ihre Dynamik, Lebenskraft, sich ständig erneuernde Kraft betreffen.
Eine *Zickzacklinie* steht vielleicht für das lebenswichtige Wasser.

Von *5 500 bis 3500 v. Chr.* entstand auf der oberen Balkanhalbinsel eine Ackerbauer- und Viehzüchter-Kultur
Sie ist nach dem aus 8 - 11 m hohen Siedlungsschichten bestehenden Hügel von *Vinča (heute Belgrad)* benannt.
Dörfer besaßen mehrstöckige Tempel und grob 40 Häusern mit bis zu 5 Räumen (s. Folie 31; Çatal Hüyük).
Für Amuletten, Altäre, Figurinen, Gefäßen usw. gab es eine *rote, verzierte Keramik*.
Darauf befanden sich *einfache symbolische Zeichen*, deren Sinn bisher nicht erkannt ist.



Ihre weitgehende Abstraktion lässt vermuten, dass ihr eventuell eine einfache *Bilderschrift* vorausging.

Diese Zeichen der Vinča-Kultur sind von der Ukraine bis nach Frankreich nachgewiesen.

Typisch sind die so genannten Tartaria-Tafeln, Beispiel nebenstehendes Bild.

Ihre *Innenseite (b)* wurde als menschenähnliche Figur in ritueller Pose mit erhobenen Armen interpretiert.

Die *Außenseite (a)* enthält vier durch Linien getrennte Zeilen, in denen sich je 3 „*Schrift-“ Zeichen* (c) befinden.

Ähnliches gilt für die Orakelknochen mit Inschriften aus der Shang-Dynastie (2. Jt. v.Chr.) als gesichert.

Kreta-Kultur

Auf **Kreta** gab es bereits im 3. Jt. v. Chr. einfache *schriftartige Zeichen*.

Sie existieren als Siegel, Töpfermarken oder Steinmetzzeichen.

Zu Beginn des 2. Jt. v. Chr. entstand eine *Hochkultur* mit einem ausgeprägt *bildhaften Schrift-System*.

Die Zeichen betreffen *sprachliche Silben*, Ideogramme und Zahlzeichen im Dezimalsystem.

Es ist keine Verbindungen zu den damals existierenden Schriften in Ägypten und im Zweistromland bekannt.

Im 18. Jh. v. Chr. entstand im *Palast von Phaistos* ein betont *abstraktes System linear* angeordneter Zeichen.

MICHAEL GEORGE FRANCIS VENTRIS (1922 - 1956) konnte 1953 diese *Silben-Schrift (Linear-A)* entschlüsseln.

Geschrieben sind diese Tafeln in einem archaischen, griechischen Dialekt.

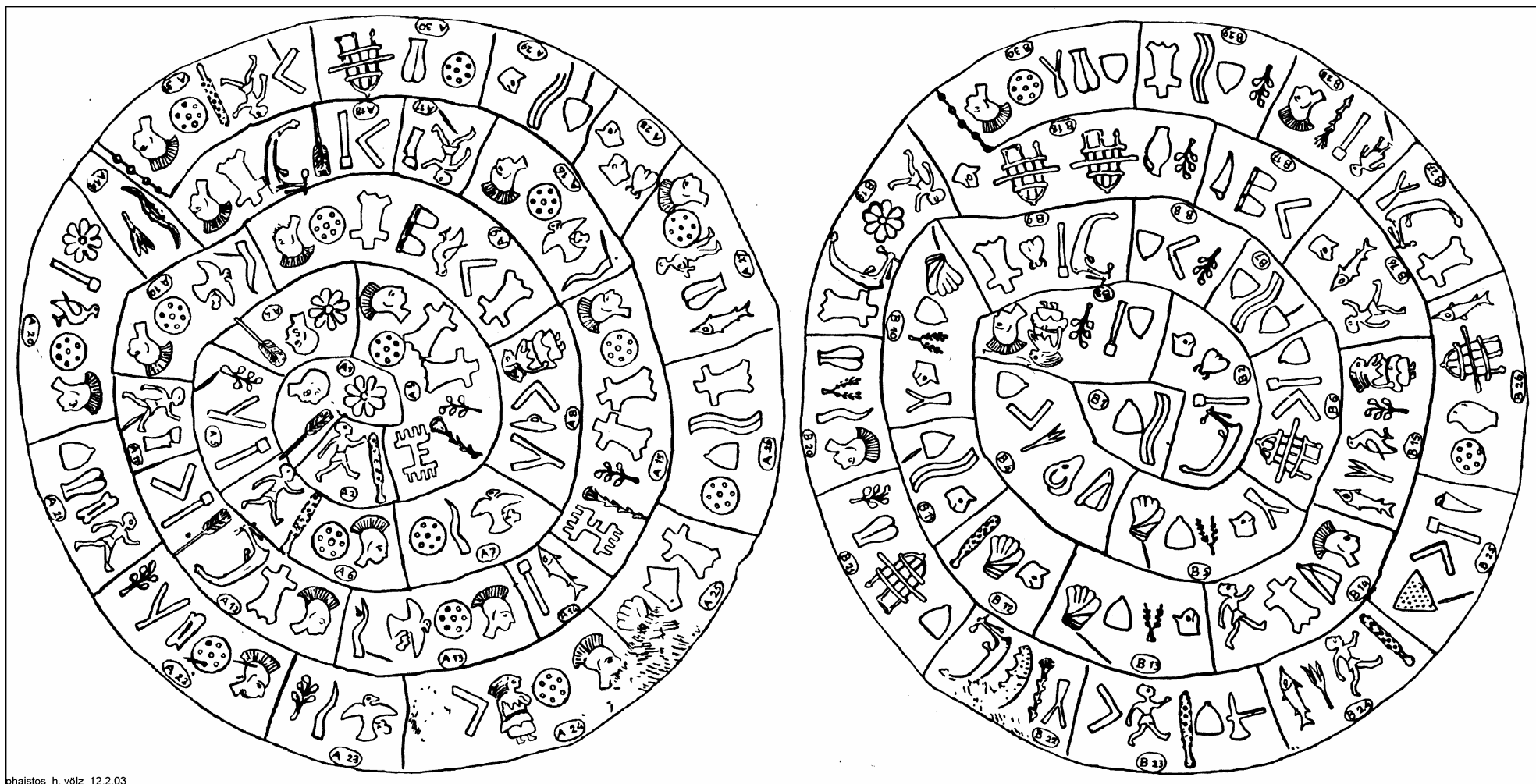
Diese Schriften trugen mehr *mystischen, religiösen* Charakter und dienten *nicht der Palastverwaltung*.

Auf Kreta hat es *zusätzliche lokale Schriftsysteme* gegeben.

Ein Beispiel dafür ist der 1908 gefundene und noch *nicht entzifferte Diskus von Phaistos* (Bild).

Um *1 200 v. Chr. brach* das kretische Sozial- und Staatssystem aus unbekannten Gründen *zusammen*.

Damit war auch diese Schriftentwicklung zu Ende.



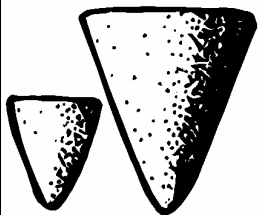
phaistos_h_völz 12.2.03

Die Vorder- und Rückseite des Diskus von Phaistos mit etwa 16 cm Durchmesser (Kreta).

Die Tokens

Im Zweistromland fanden Archäologen *tausende Tonobjekte* relativ einfacher Gestalt von 1 bis 5 cm Größe. Sie wurden 8 000 - 4 300 v.Chr. mit *großer Sorgfalt* aus Lehm hergestellt und dann im *Feuer gehärtet*. Sie besitzen immer die *gleiche Form* (Bild a). Typisch sind Kegel, Kugeln, Scheiben, Pyramiden und Zylinder. Erst die Archäologin DENISE SCHMANDT-BESSERAT beschäftigte sich mit ihnen genauer, taufte sie *tokens*. Sie wurden wahrscheinlich *an einem Ort* zu Beginn des Neolithikums *erfunden* und relativ *schnell verbreitet*. Dieses System ist sprachunabhängig und daher leicht von anderen Ländern zu übernehmen. Es zeigte sich, dass die tokens *für gezählte Güter* stehen, wie Korn, Öl, Haustier und Arbeitseinheit. Nach 4 300 v.Chr. tauchen die *komplexen tokens* auf (Bild b). Mit ihnen konnte für jedes hinzugekommene Wirtschaftsgut ein neues token abgelegt werden. Das System wurde immer komplexer und z. T. bekamen einige tokens *spezielle abstrakte Bedeutung* (Bild c). Bei den komplexen tokens existieren *Löcher*, durch die sie *aufgefädelt* wurden. Ab etwa 3 500 v.Chr. werden die tokens in *Lehmbehälter* gelegt, die anschließend *verschlossen* wurden. Dann wurde die Form und Anzahl der tokens *außen eingedrückt*. Später entstanden *Tafeln* dafür (Bild d; 2. Jt.) z. B. von 46×62×50 mm³ aus Nuzi (nördlicher Irak). Sie machen den *Übergang zur Schrift* deutlich.

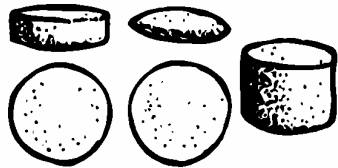
Einfache tokens



a) Kegel



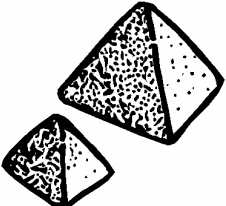
Kugeln



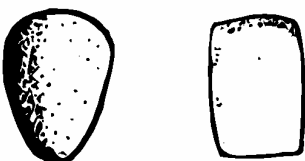
Scheiben



Zylinder



Vierkant-
pyramiden



Eiformen Rechtecke

Zahlen- wert



1



10



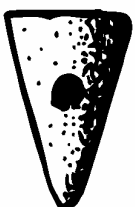
100



1000

c)

Komplexe tokens



b) Kegel



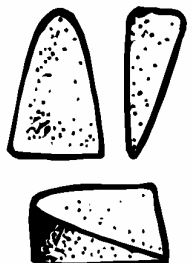
Vierkant-
pyramiden



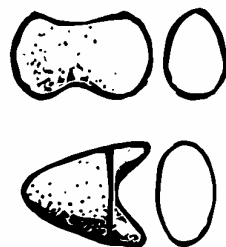
Eiformen



Dreiecke



Parabel-
formen



Tiere

neuer Rosettestein



d)

tokens.cdr h. vözl 26.2.03

Inhalt

1. Rückblick und Zusammenfassung
2. Was Speichern ist
3. Vorstufen zur Schrift
- 4. Die Schrift**
5. Die Zahlen
6. Die Mathematik
7. Ergänzungen
8. Literatur

Notwendigkeit der Weiterentwicklung

Zwischen 3 400 und 2 500 v. Chr. wuchs in Uruk die Größe der Städte auf reichlich **50 000 Einwohner**.

Das erforderte eine **hierarchische Organisation** mit genau festgelegte Kompetenzen, Verpflichtungen usw.

Sie mussten die zuvor vorhandene **Mythen ergänzen und ersetzen**.

Eine genauere **Aufzeichnung außerhalb des menschlichen Gedächtnisses** wurde so notwendig.

Dazu waren die **tokens „nur“ weiter zu entwickeln**; es entstand die **Keilschrift**.

Deshalb betreffen etwa 80% aller gefundenen Keilschrift-Tafeln die Wirtschaftsverwaltung.

Erfasst wurden Einlieferungen von Gütern in zentrale Speicher, ihre Verteilung, Entlohnung für Aufseher,

Einnahmen, Ausgaben, Haltung von Viehherden und Berechnung der notwendigen Gerste für die nächste Saat.

Lexikalische Listen enthielten Bezeichnungen von Rindern, Schweinen, Vögeln, Fischen, Bäumen und Städten.

Über Jahrhunderte erfolgten **zahlreiche Abschriften**, z. T. auch von Anfängern, aber dennoch Eliten angefertigt.

Offensichtlich genossen diese **Texte** eine besondere **Hochachtung**.

Allgemein Bekanntes brauchte **nicht schriftlich** festgehalten werden.

Zunächst, wie z. B. Beugungsformen von Verben.

Das Gilgamesch-Epos

In den Texten *fehlte jegliche Grammatik*

Bis auf eine Ausnahme sind uns auch keine literarischen oder kultischen Texte bekannt

Höchstens gab es ganz nebenbei Verweise darauf.

Die einzige, uns bekannte Ausnahme ist das **Gilgamesch**-Epos um/ab 2 000 v. Chr.

Es existiert zudem in mehreren altorientalischen Sprachen.

Es befindet sich auf zwölf Keilschrift-Tontafeln mit rund 3 600 Versen:

Gilgamesch ist ab etwa 2 600 v. Chr. König von Uruk und galt als rigoros hartherziger Herrscher.

In dem Naturmenschen **Enkidu** erwächst ein ihm gleichwertiger Gegner.

Nach einem unentschiedenen Zweikampf wählt er ihn zum Freund.

Doch von den Göttern ist Enkidu der baldige Tod bestimmt.

Dadurch wird Gilgamesch zum rastlosen Wanderer.

Dabei dringt er bis an die letzten Geheimnisse der Welt und des Todes vor.

Die Keilschrift

Dokumente in Keilschrift sind heute in großer Fülle bekannt.

Anfangs befinden sich auf Tontafeln, spätere sind in Stein geritzt.

Auf den Tontafeln sind *zwei „Schreibarten“* vorhanden:

1. Anfangs, vor reichlich 5 000 Jahren, wurden die tokens in den noch *weichen Ton eingedrückt*.

2. Mit einem spitzen *Griffel* aus Schilfrohr, Knochen oder Elfenbein wurden *Ergänzungen gezeichnet*.

Dieser Teil hat manchmal *bildhaften Charakter*, zeigt Körperteile, Tiere, Pflanzen, Sterne oder Werkzeuge (a).

Oft wurden auch *abstrakte Zeichen* verwendet: Z. B. Kleinvieh = Kreis mit eingeschriebenem Kreuz.

Die Tafeln wurden an der *Luft getrocknet, im Ofen gebrannt* und erlangten so eine große Haltbarkeit.

Aufbewahrt wurden sie in *Körben oder Töpfen in Tempelarchiven*, Palästen oder in Privathäusern.

Selbst bei *Feuersbrünsten* blieben sie daher erhalten oder erlangten dadurch sogar noch bessere Haltbarkeit.

Um etwa 2 700 v. Chr. waren die *Tontafeln so groß geworden*, dass sie nicht mehr *in der Hand zu halten* waren.

Sie mussten *vor den Schreibern aufgestellt* werden. Dadurch wurde *Schreibrichtung geändert*.

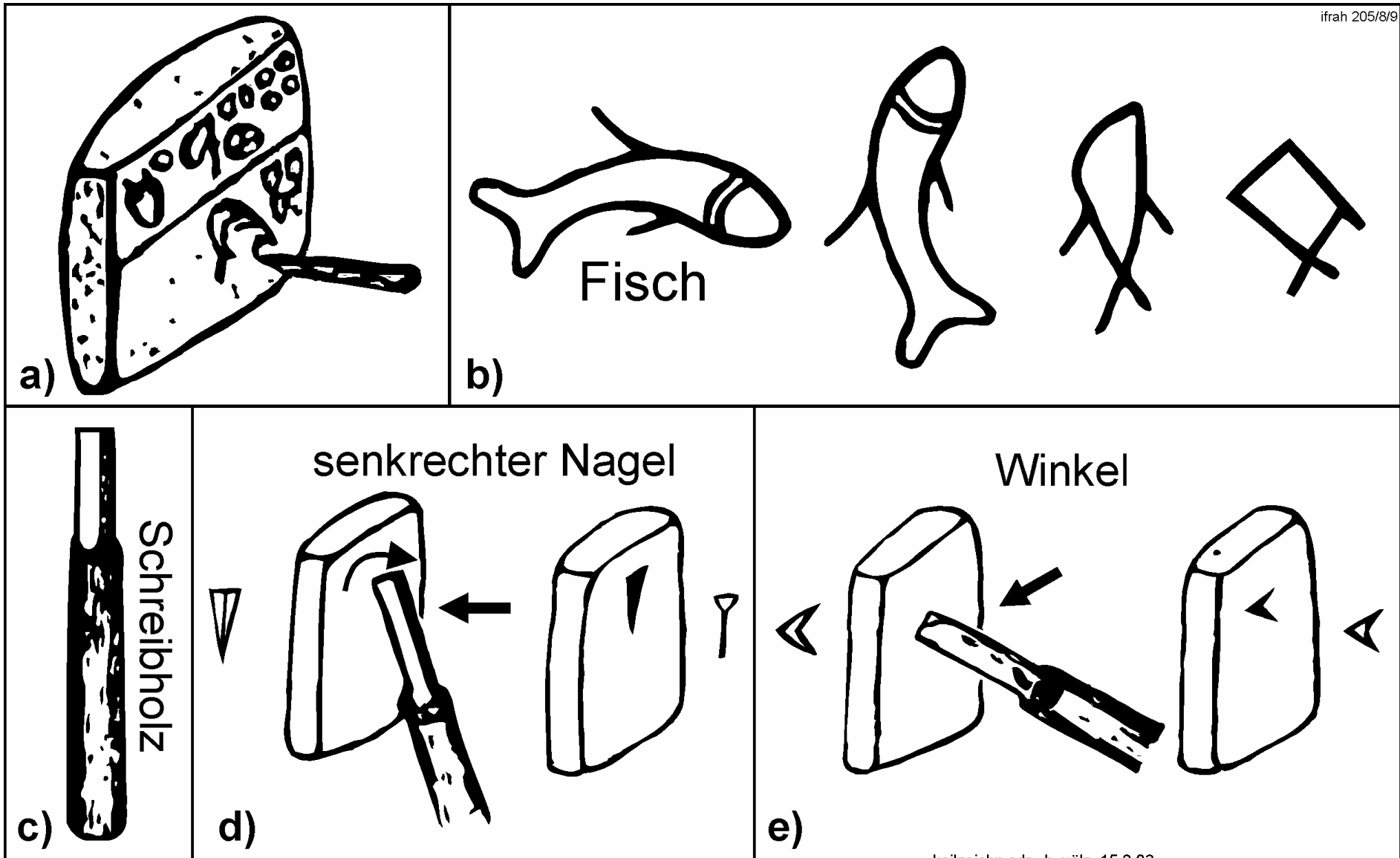
Außerdem trat eine *radikale Vereinfachung* der Aufzeichnung ein:

Die klaren Linien bekamen *zitterige Furchen und Ausbuchtungen*.

Daher wurde der *Griffel* jetzt stilettartig einseitig zugespitzt (c) und nur *in den Ton gedrückt*.

Dabei entstand ein runder Abdruck oder eine *Kerbe*, die der Schrift den *heutigen Namen* gab

Schrittweise *verloren die Zeichen* dabei die *Ähnlichkeit* mit den realen, zunächst abgebildeten Gegenständen.



Weiterentwicklung

Bei der Keilschrift der Sumerer stand zunächst für einen einzelnen Begriff genau ein Zeichen.

Daher entstanden im Laufe der Zeit **über tausend verschiedene Zeichen**.

Zur Vereinfachung entstanden Varianten für **einzelne Anwendungsgebiete**, z. B. Wirtschaft oder juristisch.

So waren bald nur noch **reichlich 500 Zeichen** übrig geblieben.

Die Schreiber waren spezialisiert und die Leser wussten den Bezug.

Das hat aber die heutige Entschlüsselung erheblich erschwert.

Im Summerischen gab es zahlreiche **gleich oder ähnlich klingende**, ein- und zweisilbige Wörter.

Sie ermöglichten es, von den Bildzeichen eines Wortes zur **lautgebundenen Silbenschrift** überzugehen.

So konnten auch **Wörter** geschrieben werden, für die es **kein Logogramm**, kein Bild gab.

Ab dem 3. Jt. v. Chr. entwickelte sich so immer stärker ein **Silbensystem** mit einige hundert Zeichen.

Beispiele dieses Zustands zeigt das folgende Bild links.

Das **Siegel** des Hethitischen Königs TARKUMUWA besitzt innen eine Bilder- und außen herum die Keilschrift.

Es war ein wesentlicher Ausgangspunkt für die Entzifferung der Keilschrift.

Zeichen und Laut				Ideogramme
 a	 dscha	 ba	 wi	 schajathija König
 i	 dachi	 fa	 ra	 dahju Provinz
 u	 ta	 na	 ru	
 ka	 tu	 nu	 la	
 ku	 da	 ma	 sa	 bumi Land
 ga	 di	 mi	 za	
 gu	 du	 mu	 scha	 Aharamasda Name eines Gottes
 ha	 tha	 ja	 s/ra	
 tscha	 pa	 wa	 ha	

Bodner: Sprachen der Welt 10, 23
Doblhofer 142, 192



Tarkumuwa-Siegel
war Ausgangspunkt
der Entzifferung
der hethitischen
Hieroglyphen

Keilschrift.odr h. völg 23.12.02/03

Die Entschlüsselung

Die Bezeichnung **Keilschrift** wurde 1712 von dem Arzt und Reisenden E. KÄMPFER (1651 - 1716) geprägt. Sie wird auch ***Kuneiform*** genannt (*lateinisch **cuneus** Keil und **forma** Form*).

1802 begann der Göttinger Gymnasiallehrer GEORG FRIEDRICH GROTEFEND (1775 - 1853) als Außenseiter mit ihrer Entzifferung.

Doch erst nach Jahrzehnten ließen sich Keilschrifttexte mit einiger Sicherheit lesen.

Hierzu trugen E. BURNOUF, CH. LASSEN und vor allem Sir HENRY CRESWICKE RAWLINSON (1810 - 1895) bei.

So wurde erstmals der Beweis erbracht, dass Texte eines schwierigen, seit Jahrtausenden nicht mehr benutzten und vergessenen Schriftsystems wieder lesbar werden können.

Probleme und Ende der Keilschrift

Keilschrift ist sprachenabhängig und wurde daher von den Babyloniern, Assyriern und Hethitern übernommen. Dabei waren *nur geringfügige Abwandlungen* erforderlich.

Aber die *semitischen Akkader* hatten um 2 600 v. Chr. eine völlig anders geartete Sprache.

Während die *Zeichen* im Sumerischen *nur einen Lautwert* hatten, besaßen die semitischen mehrere verschiedene. Es mussten *Determinative* (Deuterzeichen) angehängt werden, die sich ebenfalls aus der Keilschrift ableiteten. So bestand die Keilschrift aus *Wort- und Silbenzeichen sowie Determinativen*.

Die nächste *Weiterentwicklung* erfolgte um die Mitte des 2. Jt. v. Chr.

Vielleicht gab es dabei eine *Querbeziehung* zu den *ägyptischen* Hieroglyphen (s. u.).

Im *nördlichen Syrien* entstand eine »*Alphabet*«-Schrift, die mit *30 Keilschriftzeichen* auskam.

Sie führte u. a. zu Tontäfelchen von Ugarit mit 30 Zeichen und den Tafeln von Byblos.

Der *letzte bekannte* Keilschrifttext ist eine astronomische Tafel, die kurz nach Christi Geburt geschrieben wurde. Danach war die Keilschrift ausgestorben, bis sie vor etwa 200 Jahren wieder entdeckt und entziffert wurde.

Altägyptische Hieroglyphen

Griechisch *hieros* heilig und *glyphhein* einmeißeln, einritzen

Der Begriff wurde von CLEMENS ALEXANDRINUS (? - 210 n. Chr.) gemäß „heiliges Zeichen“, geprägt. Über ihr Entstehen fast nichts bekannt. Für uns sind sie von Anfang an perfekt und vollständig vorhanden. Sie wurden von etwa 3 500 v. Chr. bis 300 n. Chr. in Ägypten und Nubien benutzt; und zwar für die früh-, alt-, mittel- und neuägyptische Sprache sowie das ptolemäische Ägyptisch. Mit etwa 7 000 Zeichen gehören sie zu den umfangreicheren Schriftsystemen. Eine Reihenfolge ähnlich einem Alphabet existierte ursprünglich nicht.

Sie sind keine reine Bilderschrift, sondern basieren auf einer Kombination von

- **Phonogramme** (Lautzeichen) dienen dem Sprachklang. Da Vokale nicht geschrieben wurden, können Ein-, Zwei- und Drei-Konsonantenzeichen unterschieden werden.
- **Determinative** (Deutzeichen) bezeichnen Sinnklassen, werden nach Ideogrammen angeordnet und beseitigen eventuelle Mehrdeutigkeiten (letzte Zeile in Bild).
- **Ideogramme** (Bildzeichen) betreffen das Wort, dessen Bedeutung sie darstellen. Es können dabei Zeichen für sichtbare Dinge der materiellen Welt und für Handlungen unterschieden werden (beide oberen Zeilen in Bild).

Generell fehlen der Hieroglyphenschrift Wörter für *abstrakte Begriffe* wie Raum, Zeit, Bewegung usw.

Daher ermöglichen die *Determinative* Begriffsbildungen, die als Wörter in der Sprache nicht vorhanden sind.

Ein typisches *Beispiel* ist das Zeichen für Krokodil.

Die Ägypter schrieben ihm zu: hnt (Gier), 3d (Aggressivität) und wn-jb (Habgier).

Daher war sein Zeichen nicht als ein Wort vorhanden und entsprach etwa „Krokodilhaftigkeit“.

Die Schrift besitzt so einen Bedeutungsüberschuss gegenüber der Sprache.

Wortzeichen für Sichtbares								
	Soldat	Giraffe	Auge	Käfer	Blume	Berg	Bogen	Flöte
	Sandale	Pflug	Brot	Schwalbe	Horn	Winkel	Sonne	
Wortzeichen für Handlungen								
	schlagen	gehen	schreiten	fliegen	kämpfen	weinen	essen	rudern
wichtige Determinative								
	Männer	Frauen	Säugetiere	Bäume	Pflanzen	Häuser	Wasser	Fleisch, Glieder
	bewässertes Land	Städte	Länder	Licht, Zeit	Steine	Auge, sehen	Wüsten, Fremdländer	gehen
	Gefäße Flüssigkeit	binden	Tätigkeiten	schneiden	Schiffe	Abstrakta	Feuer	brechen, teilen

Der Stein von Rosette

Sprache und Schrift sind etwas Lebendes. Sie verändern sich ständig.

Doch schon den Griechen fiel auf, dass die **Hieroglyphen** über Jahrtausende unveränderlich blieben.

Doch daneben gab es zwei kursive Schriften, seit 2 700 v. Chr. das **Hieratische** und seit 700 v. Chr. **Demotische**.

Die demotische „Volksschrift“ (*griechisch demos* Volk) wurde im Alltäglichen verwendet.

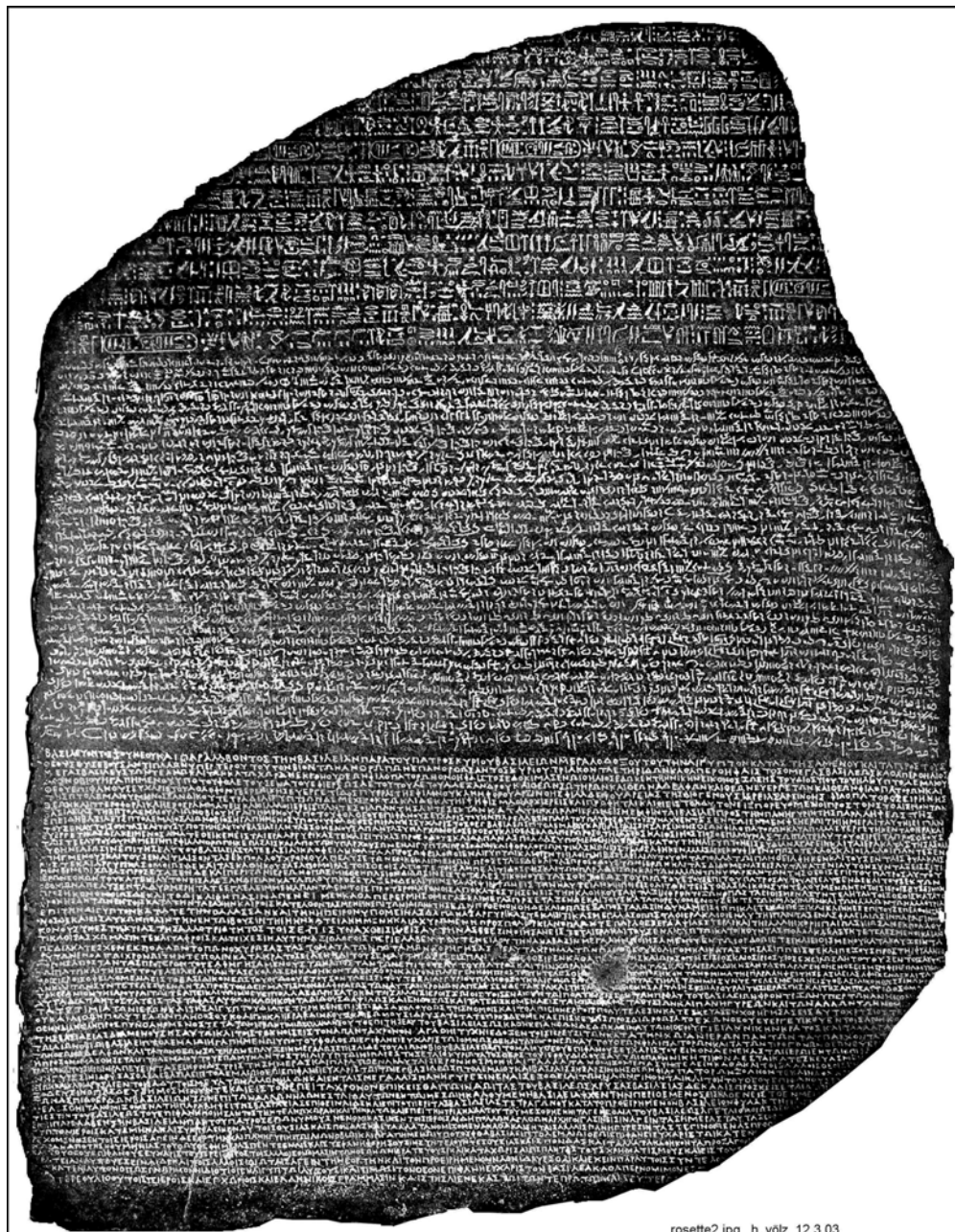
Sie hat allmählich die frühere hieratische Schrift (*griechisch hierós* heilig) verdrängt.

Wesentlich für die Entschlüsselung der **Hieroglyphen** ist der 1799 gefundene **Stein von Rosette**

Aus schwarzem Basalt mit $114 \times 72 \text{ cm}^2$ trägt er gleichlautende Texte in Hieroglyphisch, Demotisch, Griechisch.

Rosette (*ro‘zæt*, arabisch Raschid) ist heute eine Hafen- und Handelsstadt in Ägypten mit fast 50 000 Einwohnern.

Sie liegt oberhalb des westlichen Hauptmündungsarmes des Nils (Rosette-Arm).



𓂏𓂐𓂑𓂒𓂓𓂔𓂕𓂖𓂗𓂘𓂙𓂚𓂛𓂜𓂝𓂞𓂟𓂠𓂡𓂢𓂣𓂤𓂥𓂦𓂧𓂨𓂩𓂪𓂫𓂬𓂭𓂮𓂯𓂰𓂱𓂲𓂳𓂴𓂵𓂶𓂷𓂸𓂹𓂺𓂻𓂼𓂽𓂾𓂿𓃀𓃁𓃂𓃃𓃄𓃅𓃆𓃇𓃈𓃉𓃊𓃋𓃌𓃍𓃎𓃏𓃐𓃑𓃒𓃓𓃔𓃕𓃖𓃗𓃘𓃙𓃚𓃛𓃜𓃝𓃞𓃟𓃠𓃡𓃢𓃣𓃤𓃥𓃦𓃧𓃨𓃩𓃪𓃫𓃬𓃭𓃮𓃯𓃰𓃱𓃲𓃳𓃴𓃵𓃶𓃷𓃸𓃹𓃺𓃻𓃼𓃽𓃾𓃿𓄀𓄁𓄂𓄃𓄄𓄅𓄆𓄇𓄈𓄉𓄊𓄋𓄌𓄍𓄎𓄏𓄐𓄑𓄒𓄓𓄔𓄕𓄖𓄗𓄘𓄙𓄚𓄛𓄜𓄝𓄞𓄟𓄠𓄡𓄢𓄣𓄤𓄥𓄦𓄧𓄨𓄩𓄪𓄫𓄬𓄭𓄮𓄯𓄰𓄱𓄲𓄳𓄴𓄵𓄶𓄷𓄸𓄹𓄺𓄻𓄼𓄽𓄾𓄿𓅀𓅁𓅂𓅃𓅄𓅅𓅆𓅇𓅈𓅉𓅊𓅋𓅌𓅍𓅎𓅏𓅐𓅑𓅒𓅓𓅔𓅕𓅖𓅗𓅘𓅙𓅚𓅛𓅜𓅝𓅞𓅟𓅠𓅡𓅢𓅣𓅤𓅥𓅦𓅧𓅨𓅩𓅪𓅫𓅬𓅭𓅮𓅯𓅰𓅱𓅲𓅳𓅴𓅵𓅶𓅷𓅸𓅹𓅺𓅻𓅼𓅽𓅾𓅿𓆀𓆁𓆂𓆃𓆄𓆅𓆆𓆇𓆈𓆉𓆊𓆋𓆌𓆍𓆎𓆏𓆐𓆑𓆒𓆓𓆔𓆕𓆖𓆗𓆘𓆙𓆚𓆛𓆜𓆝𓆞𓆟𓆠𓆡𓆢𓆣𓆤𓆥𓆦𓆧𓆨𓆩𓆪𓆫𓆬𓆭𓆮𓆯𓆰𓆱𓆲𓆳𓆴𓆵𓆶𓆷𓆸𓆹𓆺𓆻𓆼𓆽𓆾𓆿𓇀𓇁𓇂𓇃𓇄𓇅𓇆𓇇𓇈𓇉𓇊𓇋𓇌𓇍𓇎𓇏𓇐𓇑𓇒𓇓𓇔𓇕𓇖𓇗𓇘𓇙𓇚𓇛𓇜𓇝𓇞𓇟𓇠𓇡𓇢𓇣𓇤𓇥𓇦𓇧𓇨𓇩𓇪𓇫𓇬𓇭𓇮𓇯𓇰𓇱𓇲𓇳𓇴𓇵𓇶𓇷𓇸𓇹𓇺𓇻𓇼𓇽𓇾𓇿𓈀𓈁𓈂𓈃𓈄𓈅𓈆𓈇𓈈𓈉𓈊𓈋𓈌𓈍𓈎𓈏𓈐𓈑𓈒𓈓𓈔𓈕𓈖𓈗𓈘𓈙𓈚𓈛𓈜𓈝𓈞𓈟𓈠𓈡𓈢𓈣𓈤𓈥𓈦𓈧𓈨𓈩𓈪𓈫𓈬𓈭𓈮𓈯𓈰𓈱𓈲𓈳𓈴𓈵𓈶𓈷𓈸𓈹𓈺𓈻𓈼𓈽𓈾𓈿𓉀𓉁𓉂𓉃𓉄𓉅𓉆𓉇𓉈𓉉𓉊𓉋𓉌𓉍𓉎𓉏𓉐𓉑𓉒𓉓𓉔𓉕𓉖𓉗𓉘𓉙𓉚𓉛𓉜𓉝𓉞𓉟𓉠𓉡𓉢𓉣𓉤𓉥𓉦𓉧𓉨𓉩𓉪𓉫𓉬𓉭𓉮𓉯𓉰𓉱𓉲𓉳𓉴𓉵𓉶𓉷𓉸𓉹𓉺𓉻𓉼𓉽𓉾𓉿𓊀𓊁𓊂𓊃𓊄𓊅𓊆𓊇𓊈𓊉𓊊𓊋𓊌𓊍𓊎𓊏𓊐𓊑𓊒𓊓𓊔𓊕𓊖𓊗𓊘𓊙𓊚𓊛𓊜𓊝𓊞𓊟𓊠𓊡𓊢𓊣𓊤𓊥𓊦𓊧𓊨𓊩𓊪𓊫𓊬𓊭𓊮𓊯𓊰𓊱𓊲𓊳𓊴𓊵𓊶𓊷𓊸𓊹𓊺𓊻𓊼𓊽𓊾𓊿𓋀𓋁𓋂𓋃𓋄𓋅𓋆𓋇𓋈𓋉𓋊𓋋𓋌𓋍𓋎𓋏𓋐𓋑𓋒𓋓𓋔𓋕𓋖𓋗𓋘𓋙𓋚𓋛𓋜𓋝𓋞𓋟𓋠𓋡𓋢𓋣𓋤𓋥𓋦𓋧𓋨𓋩𓋪𓋫𓋬𓋭𓋮𓋯𓋰𓋱𓋲𓋳𓋴𓋵𓋶𓋷𓋸𓋹𓋺𓋻𓋼𓋽𓋾𓋿𓌀𓌁𓌂𓌃𓌄𓌅𓌆𓌇𓌈𓌉𓌊𓌋𓌌𓌍𓌎𓌏𓌐𓌑𓌒𓌓𓌔𓌕𓌖𓌗𓌘𓌙𓌚𓌛𓌜𓌝𓌞𓌟𓌠𓌡𓌢𓌣𓌤𓌥𓌦𓌧𓌨𓌩𓌪𓌫𓌬𓌭𓌮𓌯𓌰𓌱𓌲𓌳𓌴𓌵𓌶𓌷𓌸𓌹𓌺𓌻𓌼𓌽𓌾𓌿𓍀𓍁𓍂𓍃𓍄𓍅𓍆𓍇𓍈𓍉𓍊𓍋𓍌𓍍𓍎𓍏𓍐𓍑𓍒𓍓𓍔𓍕𓍖𓍗𓍘𓍙𓍚𓍛𓍜𓍝𓍞𓍟𓍠𓍡𓍢𓍣𓍤𓍥𓍦𓍧𓍨𓍩𓍪𓍫𓍬𓍭𓍮𓍯𓍰𓍱𓍲𓍳𓍴𓍵𓍶𓍷𓍸𓍹𓍺𓍻𓍼𓍽𓍾𓍿𓎀𓎁𓎂𓎃𓎄𓎅𓎆𓎇𓎈𓎉𓎊𓎋𓎌𓎍𓎎𓎏𓎐𓎑𓎒𓎓𓎔𓎕𓎖𓎗𓎘𓎙𓎚𓎛𓎜𓎝𓎞𓎟𓎠𓎡𓎢𓎣𓎤𓎥𓎦𓎧𓎨𓎩𓎪𓎫𓎬𓎭𓎮𓎯𓎰𓎱𓎲𓎳𓎴𓎵𓎶𓎷𓎸𓎹𓎺𓎻𓎼𓎽𓎾𓎿𓏀𓏁𓏂𓏃𓏄𓏅𓏆𓏇𓏈𓏉𓏊𓏋𓏌𓏍𓏎𓏏𓏐𓏑𓏒𓏓𓏔𓏕𓏖𓏗𓏘𓏙𓏚𓏛𓏜𓏝𓏞𓏟𓏠𓏡𓏢𓏣𓏤𓏥𓏦𓏧𓏨𓏩𓏪𓏫𓏬𓏭𓏮𓏯𓏰𓏱𓏲𓏳𓏴𓏵𓏶𓏷𓏸𓏹𓏺𓏻𓏼𓏽𓏾𓏿𓐀𓐁𓐂𓐃𓐄𓐅𓐆𓐇𓐈𓐉𓐊𓐋𓐌𓐍𓐎𓐏𓐐𓐑𓐒𓐓𓐔𓐕𓐖𓐗𓐘𓐙𓐚𓐛𓐜𓐝𓐞𓐟𓐠𓐡𓐢𓐣𓐤𓐥𓐦𓐧𓐨𓐩𓐪𓐫𓐬𓐭𓐮𓐯𓐰𓐱𓐲𓐳𓐴𓐵𓐶𓐷𓐸𓐹𓐺𓐻𓐼𓐽𓐾𓐿𓑀𓑁𓑂𓑃𓑄𓑅𓑆𓑇𓑈𓑉𓑊𓑋𓑌𓑍𓑎𓑏𓑐𓑑𓑒𓑓𓑔𓑕𓑖𓑗𓑘𓑙𓑚𓑛𓑜𓑝𓑞𓑟𓑠𓑡𓑢𓑣𓑤𓑥𓑦𓑧𓑨𓑩𓑪𓑫𓑬𓑭𓑮𓑯𓑰𓑱𓑲𓑳𓑴𓑵𓑶𓑷𓑸𓑹𓑺𓑻𓑼𓑽𓑾𓑿𓒀𓒁𓒂𓒃𓒄𓒅𓒆𓒇𓒈𓒉𓒊𓒋𓒌𓒍𓒎𓒏𓒐𓒑𓒒𓒓𓒔𓒕𓒖𓒗𓒘𓒙𓒚𓒛𓒜𓒝𓒞𓒟𓒠𓒡𓒢𓒣𓒤𓒥𓒦𓒧𓒨𓒩𓒪𓒫𓒬𓒭𓒮𓒯𓒰𓒱𓒲𓒳𓒴𓒵𓒶𓒷𓒸𓒹𓒺𓒻𓒼𓒽𓒾𓒿𓓀𓓁𓓂𓓃𓓄𓓅𓓆𓓇𓓈𓓉𓓊𓓋𓓌𓓍𓓎𓓏𓓐𓓑𓓒𓓓𓓔𓓕𓓖𓓗𓓘𓓙𓓚𓓛𓓜𓓝𓓞𓓟𓓠𓓡𓓢𓓣𓓤𓓥𓓦𓓧𓓨𓓩𓓪𓓫𓓬𓓭𓓮𓓯𓓰𓓱𓓲𓓳𓓴𓓵𓓶𓓷𓓸𓓹𓓺𓓻𓓼𓓽𓓾𓓿𓔀𓔁𓔂𓔃𓔄𓔅𓔆𓔇𓔈𓔉𓔊𓔋𓔌𓔍𓔎𓔏𓔐𓔑𓔒𓔓𓔔𓔕𓔖𓔗𓔘𓔙𓔚𓔛𓔜𓔝𓔞𓔟𓔠𓔡𓔢𓔣𓔤𓔥𓔦𓔧𓔨𓔩𓔪𓔫𓔬𓔭𓔮𓔯𓔰𓔱𓔲𓔳𓔴𓔵𓔶𓔷𓔸𓔹𓔺𓔻𓔼𓔽𓔾𓔿𓕀𓕁𓕂𓕃𓕄𓕅𓕆𓕇𓕈𓕉𓕊𓕋𓕌𓕍𓕎𓕏𓕐𓕑𓕒𓕓𓕔𓕕𓕖𓕗𓕘𓕙𓕚𓕛𓕜𓕝𓕞𓕟𓕠𓕡𓕢𓕣𓕤𓕥𓕦𓕧𓕨𓕩𓕪𓕫𓕬𓕭𓕮𓕯𓕰𓕱𓕲𓕳𓕴𓕵𓕶𓕷𓕸𓕹𓕺𓕻𓕼𓕽𓕾𓕿𓖀𓖁𓖂𓖃𓖄𓖅𓖆𓖇𓖈𓖉𓖊𓖋𓖌𓖍𓖎𓖏𓖐𓖑𓖒𓖓𓖔𓖕𓖖𓖗𓖘𓖙𓖚𓖛𓖜𓖝𓖞𓖟𓖠𓖡𓖢𓖣𓖤𓖥𓖦𓖧𓖨𓖩𓖪𓖫𓖬𓖭𓖮𓖯𓖰𓖱𓖲𓖳𓖴𓖵𓖶𓖷𓖸𓖹𓖺𓖻𓖼𓖽𓖾𓖿𓗀𓗁𓗂𓗃𓗄𓗅𓗆𓗇𓗈𓗉𓗊𓗋𓗌𓗍𓗎𓗏𓗐𓗑𓗒𓗓𓗔𓗕𓗖𓗗𓗘𓗙𓗚𓗛𓗜𓗝𓗞𓗟𓗠𓗡𓗢𓗣𓗤𓗥𓗦𓗧𓗨𓗩𓗪𓗫𓗬𓗭𓗮𓗯𓗰𓗱𓗲𓗳𓗴𓗵𓗶𓗷𓗸𓗹𓗺𓗻𓗼𓗽𓗾𓗿𓘀𓘁𓘂𓘃𓘄𓘅𓘆𓘇𓘈𓘉𓘊𓘋𓘌𓘍𓘎𓘏𓘐𓘑𓘒𓘓𓘔𓘕𓘖𓘗𓘘𓘙𓘚𓘛𓘜𓘝𓘞𓘟𓘠𓘡𓘢𓘣𓘤𓘥𓘦𓘧𓘨𓘩𓘪𓘫𓘬𓘭𓘮𓘯𓘰𓘱𓘲𓘳𓘴𓘵𓘶𓘷𓘸𓘹𓘺𓘻𓘼𓘽𓘾𓘿𓙀𓙁𓙂𓙃𓙄𓙅𓙆𓙇𓙈𓙉𓙊𓙋𓙌𓙍𓙎𓙏𓙐𓙑𓙒𓙓𓙔𓙕𓙖𓙗𓙘𓙙𓙚𓙛𓙜𓙝𓙞𓙟𓙠𓙡𓙢𓙣𓙤𓙥𓙦𓙧𓙨𓙩𓙪𓙫𓙬𓙭𓙮𓙯𓙰𓙱𓙲𓙳𓙴𓙵𓙶𓙷𓙸𓙹𓙺𓙻𓙼𓙽𓙾𓙿𓚀𓚁𓚂𓚃𓚄𓚅𓚆𓚇𓚈𓚉𓚊𓚋𓚌𓚍𓚎𓚏𓚐𓚑𓚒𓚓𓚔𓚕𓚖𓚗𓚘𓚙𓚚𓚛𓚜𓚝𓚞𓚟𓚠𓚡𓚢𓚣𓚤𓚥𓚦𓚧𓚨𓚩𓚪𓚫𓚬𓚭𓚮𓚯𓚰𓚱𓚲𓚳𓚴𓚵𓚶𓚷𓚸𓚹𓚺𓚻𓚼𓚽𓚾𓚿𓛀𓛁𓛂𓛃𓛄𓛅𓛆𓛇𓛈𓛉𓛊𓛋𓛌𓛍𓛎𓛏𓛐𓛑𓛒𓛓𓛔𓛕𓛖𓛗𓛘𓛙𓛚𓛛𓛜𓛝𓛞𓛟𓛠𓛡𓛢𓛣𓛤𓛥𓛦𓛧𓛨𓛩𓛪𓛫𓛬𓛭𓛮𓛯𓛰𓛱𓛲𓛳𓛴𓛵𓛶𓛷𓛸𓛹𓛺𓛻𓛼𓛽𓛾𓛿𓜀𓜁𓜂𓜃𓜄𓜅𓜆𓜇𓜈𓜉𓜊𓜋𓜌𓜍𓜎𓜏𓜐𓜑𓜒𓜓𓜔𓜕𓜖𓜗𓜘𓜙𓜚𓜛𓜜𓜝𓜞𓜟𓜠𓜡𓜢𓜣𓜤𓜥𓜦𓜧𓜨𓜩𓜪𓜫𓜬𓜭𓜮𓜯𓜰𓜱𓜲𓜳𓜴𓜵𓜶𓜷𓜸𓜹𓜺𓜻𓜼𓜽𓜾𓜿𓝀𓝁𓝂𓝃𓝄𓝅𓝆𓝇𓝈𓝉𓝊𓝋𓝌𓝍𓝎𓝏𓝐𓝑𓝒𓝓𓝔𓝕𓝖𓝗𓝘𓝙𓝚𓝛𓝜𓝝𓝞𓝟𓝠𓝡𓝢𓝣𓝤𓝥𓝦𓝧𓝨𓝩𓝪𓝫𓝬𓝭𓝮𓝯𓝰𓝱𓝲𓝳𓝴𓝵𓝶𓝷𓝸𓝹𓝺𓝻𓝼𓝽𓝾𓝿𓞀𓞁𓞂𓞃𓞄𓞅𓞆𓞇𓞈𓞉𓞊𓞋𓞌𓞍𓞎𓞏𓞐𓞑𓞒𓞓𓞔𓞕𓞖𓞗𓞘𓞙𓞚𓞛𓞜𓞝𓞞𓞟𓞠𓞡𓞢𓞣𓞤𓞥𓞦𓞧𓞨𓞩𓞪𓞫𓞬𓞭𓞮𓞯𓞰𓞱𓞲𓞳𓞴𓞵𓞶𓞷𓞸𓞹𓞺𓞻𓞼𓞽𓞾𓞿𓟀𓟁𓟂𓟃𓟄𓟅𓟆𓟇𓟈𓟉𓟊𓟋𓟌𓟍𓟎𓟏𓟐𓟑𓟒𓟓𓟔𓟕𓟖𓟗𓟘𓟙𓟚𓟛𓟜𓟝𓟞𓟟𓟠𓟡𓟢𓟣𓟤𓟥𓟦𓟧𓟨𓟩𓟪𓟫𓟬𓟭𓟮𓟯𓟰𓟱𓟲𓟳𓟴𓟵𓟶𓟷𓟸𓟹𓟺𓟻𓟼𓟽𓟾𓟿𓠀𓠁𓠂𓠃𓠄𓠅𓠆𓠇𓠈𓠉𓠊𓠋𓠌𓠍𓠎𓠏𓠐𓠑𓠒𓠓𓠔𓠕𓠖𓠗𓠘𓠙𓠚𓠛𓠜𓠝𓠞𓠟𓠠𓠡𓠢𓠣𓠤𓠥𓠦𓠧𓠨𓠩𓠪𓠫𓠬𓠭𓠮𓠯𓠰𓠱𓠲𓠳𓠴𓠵𓠶𓠷𓠸𓠹𓠺𓠻𓠼𓠽𓠾𓠿𓡀𓡁𓡂𓡃𓡄𓡅𓡆𓡇𓡈𓡉𓡊𓡋𓡌𓡍𓡎𓡏𓡐𓡑𓡒𓡓𓡔𓡕𓡖𓡗𓡘𓡙𓡚𓡛𓡜𓡝𓡞𓡟𓡠𓡡𓡢𓡣𓡤𓡥𓡦𓡧𓡨𓡩𓡪𓡫𓡬𓡭𓡮𓡯𓡰𓡱𓡲𓡳𓡴𓡵𓡶𓡷𓡸𓡹𓡺𓡻𓡼𓡽𓡾𓡿𓢀𓢁𓢂𓢃𓢄𓢅𓢆𓢇𓢈𓢉𓢊𓢋𓢌𓢍𓢎𓢏𓢐𓢑𓢒𓢓𓢔𓢕𓢖𓢗𓢘𓢙𓢚𓢛𓢜𓢝𓢞𓢟𓢠𓢡𓢢𓢣𓢤𓢥𓢦𓢧𓢨𓢩𓢪𓢫𓢬𓢭𓢮𓢯𓢰𓢱𓢲𓢳𓢴𓢵𓢶𓢷𓢸𓢹𓢺𓢻𓢼𓢽𓢾𓢿𓣀𓣁𓣂𓣃𓣄𓣅𓣆𓣇𓣈𓣉𓣊𓣋𓣌𓣍𓣎𓣏𓣐𓣑𓣒𓣓𓣔𓣕𓣖𓣗𓣘𓣙𓣚𓣛𓣜𓣝𓣞𓣟𓣠𓣡𓣢𓣣𓣤𓣥𓣦𓣧𓣨𓣩𓣪𓣫𓣬𓣭𓣮𓣯𓣰𓣱𓣲𓣳𓣴𓣵𓣶𓣷𓣸𓣹𓣺𓣻𓣼𓣽𓣾𓣿𓤀𓤁𓤂𓤃𓤄𓤅𓤆𓤇𓤈𓤉𓤊𓤋𓤌𓤍𓤎𓤏𓤐𓤑𓤒𓤓𓤔𓤕𓤖𓤗𓤘𓤙𓤚𓤛𓤜𓤝𓤞𓤟𓤠𓤡𓤢𓤣𓤤𓤥𓤦𓤧𓤨𓤩𓤪𓤫𓤬𓤭𓤮𓤯𓤰𓤱𓤲𓤳𓤴𓤵𓤶𓤷𓤸𓤹𓤺𓤻𓤼𓤽𓤾𓤿𓥀𓥁𓥂𓥃𓥄𓥅𓥆𓥇𓥈𓥉𓥊𓥋𓥌𓥍𓥎𓥏𓥐𓥑𓥒𓥓𓥔𓥕𓥖𓥗𓥘𓥙𓥚𓥛𓥜𓥝𓥞𓥟𓥠𓥡𓥢𓥣𓥤𓥥𓥦𓥧𓥨𓥩𓥪𓥫𓥬𓥭𓥮𓥯𓥰𓥱𓥲𓥳𓥴𓥵𓥶𓥷𓥸𓥹𓥺𓥻𓥼𓥽𓥾𓥿𓦀𓦁𓦂𓦃𓦄𓦅𓦆𓦇𓦈𓦉𓦊𓦋𓦌𓦍𓦎𓦏𓦐𓦑𓦒𓦓𓦔𓦕𓦖𓦗𓦘𓦙𓦚𓦛𓦜𓦝𓦞𓦟𓦠𓦡𓦢𓦣𓦤𓦥𓦦𓦧𓦨𓦩𓦪𓦫𓦬𓦭𓦮𓦯𓦰𓦱𓦲𓦳𓦴𓦵𓦶𓦷𓦸𓦹𓦺𓦻𓦼𓦽𓦾𓦿𓧀𓧁𓧂𓧃𓧄𓧅𓧆𓧇𓧈𓧉𓧊𓧋𓧌𓧍𓧎𓧏𓧐𓧑𓧒𓧓𓧔𓧕𓧖𓧗𓧘𓧙𓧚𓧛𓧜𓧝𓧞𓧟𓧠𓧡𓧢𓧣𓧤𓧥𓧦𓧧𓧨𓧩𓧪𓧫𓧬𓧭𓧮𓧯𓧰𓧱𓧲𓧳𓧴𓧵𓧶𓧷𓧸𓧹𓧺𓧻𓧼𓧽𓧾𓧿𓨀𓨁𓨂𓨃𓨄𓨅𓨆𓨇𓨈𓨉𓨊𓨋𓨌𓨍𓨎𓨏𓨐𓨑𓨒𓨓𓨔𓨕𓨖𓨗𓨘𓨙𓨚𓨛𓨜𓨝𓨞𓨟𓨠𓨡𓨢𓨣𓨤𓨥𓨦𓨧𓨨𓨩𓨪𓨫𓨬𓨭𓨮𓨯𓨰𓨱𓨲𓨳𓨴𓨵𓨶𓨷𓨸𓨹𓨺𓨻𓨼𓨽𓨾𓨿𓩀𓩁𓩂𓩃𓩄𓩅𓩆𓩇𓩈𓩉𓩊𓩋𓩌𓩍𓩎𓩏𓩐𓩑𓩒𓩓𓩔𓩕𓩖𓩗𓩘𓩙𓩚𓩛𓩜𓩝𓩞𓩟𓩠𓩡𓩢𓩣𓩤𓩥𓩦𓩧𓩨𓩩𓩪𓩫𓩬𓩭𓩮𓩯𓩰𓩱𓩲𓩳𓩴𓩵𓩶𓩷𓩸𓩹𓩺𓩻𓩼𓩽𓩾𓩿𓪀𓪁𓪂𓪃𓪄𓪅𓪆𓪇𓪈𓪉𓪊𓪋𓪌𓪍𓪎𓪏𓪐𓪑𓪒𓪓𓪔𓪕𓪖𓪗𓪘𓪙𓪚𓪛𓪜𓪝𓪞𓪟𓪠𓪡𓪢𓪣𓪤𓪥𓪦𓪧𓪨𓪩𓪪𓪫𓪬𓪭𓪮𓪯𓪰𓪱𓪲𓪳𓪴𓪵𓪶𓪷𓪸𓪹𓪺𓪻𓪼𓪽𓪾𓪿𓫀𓫁𓫂𓫃𓫄𓫅𓫆𓫇𓫈𓫉𓫊𓫋𓫌𓫍𓫎𓫏𓫐𓫑𓫒𓫓𓫔𓫕𓫖𓫗𓫘𓫙𓫚𓫛𓫜𓫝𓫞𓫟𓫠𓫡𓫢𓫣𓫤𓫥𓫦𓫧𓫨𓫩𓫪𓫫𓫬𓫭𓫮𓫯𓫰𓫱𓫲𓫳𓫴𓫵𓫶𓫷𓫸𓫹𓫺𓫻𓫼𓫽𓫾𓫿𓬀𓬁𓬂𓬃𓬄𓬅𓬆𓬇𓬈𓬉𓬊𓬋𓬌𓬍𓬎𓬏𓬐𓬑𓬒𓬓𓬔𓬕𓬖𓬗𓬘𓬙𓬚𓬛𓬜𓬝𓬞𓬟𓬠𓬡𓬢𓬣𓬤𓬥𓬦𓬧𓬨𓬩𓬪𓬫𓬬𓬭𓬮𓬯𓬰𓬱𓬲𓬳𓬴𓬵𓬶𓬷𓬸𓬹𓬺𓬻𓬼𓬽𓬾𓬿𓭀𓭁𓭂𓭃𓭄𓭅𓭆𓭇𓭈𓭉𓭊𓭋𓭌𓭍𓭎𓭏𓭐𓭑𓭒𓭓𓭔𓭕𓭖𓭗𓭘𓭙𓭚𓭛𓭜𓭝𓭞𓭟𓭠𓭡𓭢𓭣𓭤𓭥𓭦𓭧𓭨𓭩𓭪𓭫𓭬𓭭𓭮𓭯𓭰𓭱𓭲𓭳𓭴𓭵𓭶𓭷𓭸𓭹𓭺𓭻𓭼𓭽𓭾𓭿𓮀𓮁𓮂𓮃𓮄𓮅𓮆𓮇𓮈𓮉𓮊𓮋𓮌𓮍𓮎𓮏𓮐𓮑𓮒𓮓𓮔𓮕𓮖𓮗𓮘𓮙𓮚𓮛𓮜𓮝𓮞𓮟𓮠𓮡𓮢𓮣𓮤𓮥𓮦𓮧𓮨𓮩𓮪𓮫𓮬𓮭𓮮𓮯𓮰𓮱𓮲𓮳𓮴𓮵𓮶𓮷𓮸𓮹𓮺𓮻𓮼𓮽𓮾𓮿𓯀𓯁𓯂𓯃𓯄𓯅𓯆𓯇𓯈𓯉𓯊𓯋𓯌𓯍𓯎𓯏𓯐𓯑𓯒𓯓𓯔𓯕𓯖𓯗𓯘𓯙𓯚𓯛𓯜𓯝𓯞𓯟𓯠𓯡𓯢𓯣𓯤𓯥𓯦𓯧𓯨𓯩𓯪𓯫𓯬𓯭𓯮𓯯𓯰𓯱𓯲𓯳𓯴𓯵𓯶𓯷𓯸𓯹𓯺𓯻𓯼𓯽𓯾𓯿𓰀𓰁𓰂𓰃𓰄𓰅𓰆𓰇𓰈𓰉𓰊𓰋𓰌𓰍𓰎𓰏𓰐𓰑𓰒𓰓𓰔𓰕𓰖𓰗𓰘𓰙𓰚𓰛𓰜𓰝𓰞𓰟𓰠𓰡𓰢𓰣𓰤𓰥𓰦𓰧𓰨𓰩𓰪𓰫𓰬𓰭𓰮𓰯𓰰𓰱𓰲𓰳𓰴𓰵𓰶𓰷𓰸𓰹𓰺𓰻𓰼𓰽𓰾𓰿𓱀𓱁𓱂𓱃𓱄𓱅𓱆𓱇𓱈𓱉𓱊𓱋𓱌𓱍𓱎𓱏𓱐𓱑𓱒𓱓𓱔𓱕𓱖𓱗𓱘𓱙𓱚𓱛𓱜𓱝𓱞𓱟𓱠𓱡𓱢𓱣𓱤𓱥𓱦𓱧

Der Fund

Den Fund verdanken wir letztlich NAPOLEON I. (1769 - 1821), Kaiser der Franzosen von 1804 bis 1814/15. Seinen eroberischen Ägyptenfeldzug führte er mit mehr als 30 000 Soldaten + 175 Ingenieure und Gelehrte. Doch der wesentliche Fund war dennoch eher ein Zufall. In [6] ist auf S. 55 f. zu lesen:

Am alten Fort von Raschid, dem späteren Fort Julien, etwa 7 km von Rosette im Nildelta, lässt der Brigadechef André Joseph Boussard seine Leute schanzen. Plötzlich stößt die Spitzhacke eines Soldaten auf etwas Hartes, prallt klirrend ab. Eine abgetragene Mauer gibt einen seltsamen Fund frei: einen Stein aus schwarzem Basalt, der über und über mit Schriftzeichen bedeckt ist.

Mag sein, dass der unbekannte arabische Soldat bestürzt auf den unerwarteten Fund starrte, die herbeigerufenen Kameraden ihn voll abergläubischer Scheu betrachteten. Einer lief jedenfalls und meldete den Vorfall.

Und die Offiziere des französischen Heeres haben mehr gelernt, als nur Schanzarbeiten zu überwachen. Dank Napoleons Voraussicht fehlt es in seiner Armee nicht an Männern, die wenigstens den einen, griechisch geschriebenen Teil der Inschrift lesen können. Es handelt sich um ein Dekret aus dem Jahre 196 v.Chr., in dem die Priesterschaft von Memphis zum Dank für die Wohltaten, die sie von König Ptolemaios V. Epiphanes empfangen hat, durch feierlichen Beschluss vom 4. Xandikos = 18. Mechir des Jahres 9 (27. März 196 v.Chr.) »die dem Könige und seinen Vorfahren in den ägyptischen Heiligtümern zustehenden Ehrenrechte vermehrt«.

PTOLEMÄUS V. EPIPHANES (210 - 180 v. Chr.) war von 204 bis 180 v. Chr. König im hellenistischen Ägypten. 197 v. Chr. fand seine offizielle Krönung statt, das dürfte auch der Grund für die Inschrift sein.

Alle drei Schriften geben den gleichen Inhalt wieder. So kam der Stein nach Paris. Heute ist er in London.

Nach mehrjähriger Arbeit war er 1822 von JEAN-FRANÇOIS CHAMPOLLION (1790 - 1832) entziffert. Von da ab beginnen die großen Entdeckungen der ägyptischen Kultur.

Alphabete

Im 3. Jt. v. Chr. **übernahmen die Syrer** zwei fremde Schriftsysteme: Keilschrift und ägyptischen Hieroglyphen. Mitte des 2. Jt. dürften sie begonnen haben, ein **eigenes Schriftsystem** zu entwickeln.

Hiervon zeugen in Byblos gefundene, noch nicht entschlüsselte Inschriften, wahrscheinlich in **Silbenschrift**.

Ein in **Byblos gefundenes „Alphabet“** aus 80 Zeichen wird zwischen 1 300 und 1 000 v. Chr. datiert.

Als Buchstaben gab es **nur Konsonanten**, keine Vokale (heute noch bei arabischen und hebräischen Schriften).

Nicht geklärt ist, ob die **Semiten oder Phöniker** zuerst ein **normiertes Alphabet** entwickelten.

Spätestens um 1 000 v. Chr. ist das phönizische Alphabet mit **22 Konsonanten** entstanden (in Byblos gefunden)

Aus ihm **leiten sich** praktisch **alle** späteren Alphabete ab.

Die **Griechen** übernahmen es vermutlich im 9. oder 8. Jh. v. Chr. und passten es ihrer **vokalreichen Sprache** an. Sie veränderten die drei phönizischen Hauchzeichen zu den Vokalen a, e und o und fügten das u hinzu.

Im 7. Jh. v. Chr. dürften zunächst **Etrusker** das griechische Alphabet verwendet haben.

Die **Römer** veränderten das griechische Alphabet in die **lateinische** Schrift

Sie setzten es durch die politischen und religiösen Machtverhältnisse Schrift durch.

Zunächst gab es nur Großbuchstaben (**Majuskeln**).

Schrittweise kamen zusätzlich Kursivschrift und Kleinbuchstaben (**Minuskeln**) hinzu.

Auf die **weitere Entwicklung** der Buchstabenschriften kann hier verzichtet werden.

Für die Komprimierung ist sie – abgesehen von **echten Kurzschriften** – unwesentlich,

alt-semitisch	K 𐤀	𐤁	𐤂	𐤃	𐤄	𐤅	𐤆	𐤇	𐤈	𐤉	𐤊	𐤋	𐤌	𐤍	𐤎	𐤏	𐤐	𐤑	𐤒	𐤓	𐤔	𐤕	Dobhofer 38/39/94/96 Miller, Wörter 65 Schriftzeichen.cdr h. völg 9.2.03												
phönikisch	𐤀	𐤁	𐤂	𐤃	𐤄	𐤅	𐤆	𐤇	𐤈	𐤉	𐤊	𐤋	𐤌	𐤍	𐤎	𐤏	𐤐	𐤑	𐤒	𐤓	𐤔	𐤕	𐤖	𐤗											
Lautwert	'	b	g	d	h	w	z	h	t	j	k	l	m	n	s	'	p	š	q	r	š	t	w	gelb hinterlegt zum Vergleich											
griechisch	A	B	Γ	Δ	E	F	Z	H	Θ	I	K	Λ	M	N	Ξ	O	Π		Φ	P	Σ	T	Υ	Φ	X	Ψ	Ω								
lateinisch	a	b	g	d	ē	f	z dz	h ē	th	i j	k	l	m	n	ks x	ō	p		q	r	s	t	u v	ph	kh ch	ps	ō								
hieroglyphisch																																			
demotisch	ϣ	ϣ	1	4	III	β	ρ	z	3	β	χ	w	3	ϣ	3	VII	3	3	κ	7	14	ϣ	z												
Lautwert	α	e	ê	i	y	w	v b?	p	m	n	ñ	r	l	h g?	h	s	š	k	q	t	te	tê	z												
ägyptisch																																			
Lautwert	s	j	c	w	b	h	f	p	m	n	g	r	t	h	h	š	s	š	h	q	t	k	d	d											

Zusammenstellung der verschiedenen Alphabetformen nach mehreren Quellen

Die phönizischen Schriftzeichen nach dem 1. Jt. v. Chr. ähneln bereits weitgehend den frühesten griechischen.

Auch die Reihenfolge der Buchstaben (A, B, C, ...) ist nahezu identisch.

Die Zuordnung zu den Hieroglyphen, dem Demotischen und dem späteren Ägyptischen ist kompliziert

Phonetik

Linguistisch (sprachlich) sind die **Wörter** die Grundbausteine einer Sprache.

Beim akustischen Klangbild ist es dagegen die **Silbe**, beim Sprechen werden sie durch kurze Pausen getrennt. Daher gibt es ein- und mehrsilbige Wörter.

Die Silben setzen sich wiederum aus **Phonemen**, also Vokalen und Konsonanten zusammen

Phoneme dauern meist etwa 20 ms. In dieser Zeit besitzen sie ein nahezu stationäres Schallspektrum.

Daher sind sie die eigentlich akustisch unterscheidbaren Einheiten.

Von ihnen kann der Mensch 80 Varianten bilden.

Doch die einzelnen Sprachen nutzen davon nur einen kleinen Teil.

Z. B: benutzt das Englische rund 40 Phoneme, die es zu etwa 8 000 Silben kombiniert.

Die chinesische Sprache kennt nur 1 300 phonetisch unterscheidbare Silben, wovon bereits 47 meist genügen.

Das **Schrift-Alphabet** ist eine recht mangelhafte Näherung an die Phoneme.

Daher gibt es für die **Sprachwissenschaft** ein (ideales) streng **phonetisches Alphabet**.

Die erste Variante hierzu schuf 1867 MELVILLE BELL als „visible speech“.

1886 wurde zur Verbesserung die „Association Phonétique Internationale“ gegründet

Sie schuf das heute gültige internationale phonetische Alphabet (IPA).

Neben den Zeichen des Schriftalphabets enthält es viele Sonderzeichen.

Schrift und Komprimierung

Schrift ermöglicht erstmalig die Sprache zu *speichern* (Achtung! Bilder sind vorher zu speichern).

So wird insbesondere erstmalig *Geschichtsschreibung* möglich.

Das Speichern erfolgt *überwiegend komprimiert* und geschieht durch *vielfältiges Weglassen* und zwar von:

Betonung, Pausen, Sprachklang, emotionale Anteile und künstlerischem Ausdruck – auch bei Gesang.

Weiter entfällt das *persönliche Erleben* des Sprechenden. Hierzu gehören:

Sprachfärbung, Gesichtsausdruck, Gesten, Körperhaltung, Kontext, Konnotation usw.

Zur teilweisen Rückgewinnung werden *hinzugefügt*:

Leerzeichen, Interpunktion (Satzzeichen), Font-Auswahl und Emotions.

Bei *rein schriftlichen* Texten werden Umschreibungen des Geschehens hinzugefügt: z. B. Wer sagt was wie usw.

Das *vergrößert* dann die *Komplexität*.

Der *Unterschied Sprache* $\Leftrightarrow$ *Schrift* führt einerseits zur *negativen Bewertung* der Schrift (SOKRATES).

Andererseits ermöglicht er die *Interpretationsfreiheit* z. B. *der Literatur*, teilweise auch im *Hörspiel*.

a) demonstriert die **direkte Wahrnehmung** der Welt, die dabei aber nur kleine Ausschnitte betreffen kann.

b) zeigt wie wir durch spezielle **Werkzeuge** mehr von der Welt erkennen können.

Eine spezielle und besonders leistungsfähige Variante ist dabei die **Sprache** mit ihren Möglichkeiten zur **Kompression**, u. a. der Klassifikation und Axiom-Systeme.

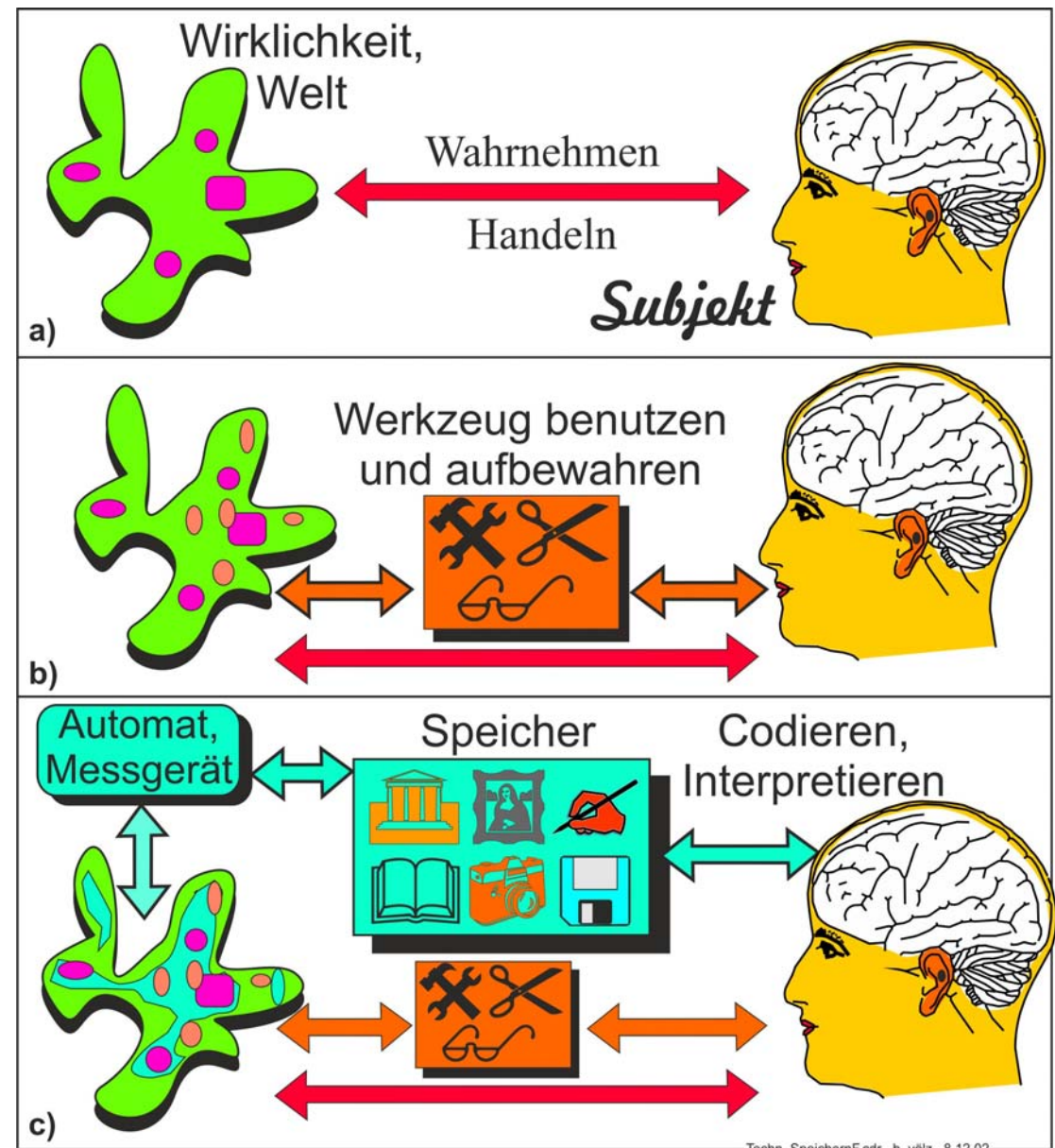
c) über **gespeicherte Inhalte** können wir uns mit Modellen der Welt beschäftigen und erreichen so eine beträchtlich umfangreichere Erkenntnis. Es **genügt ein Verweis** (Pointer, Klick) um die gewünschte Information zu erhalten.

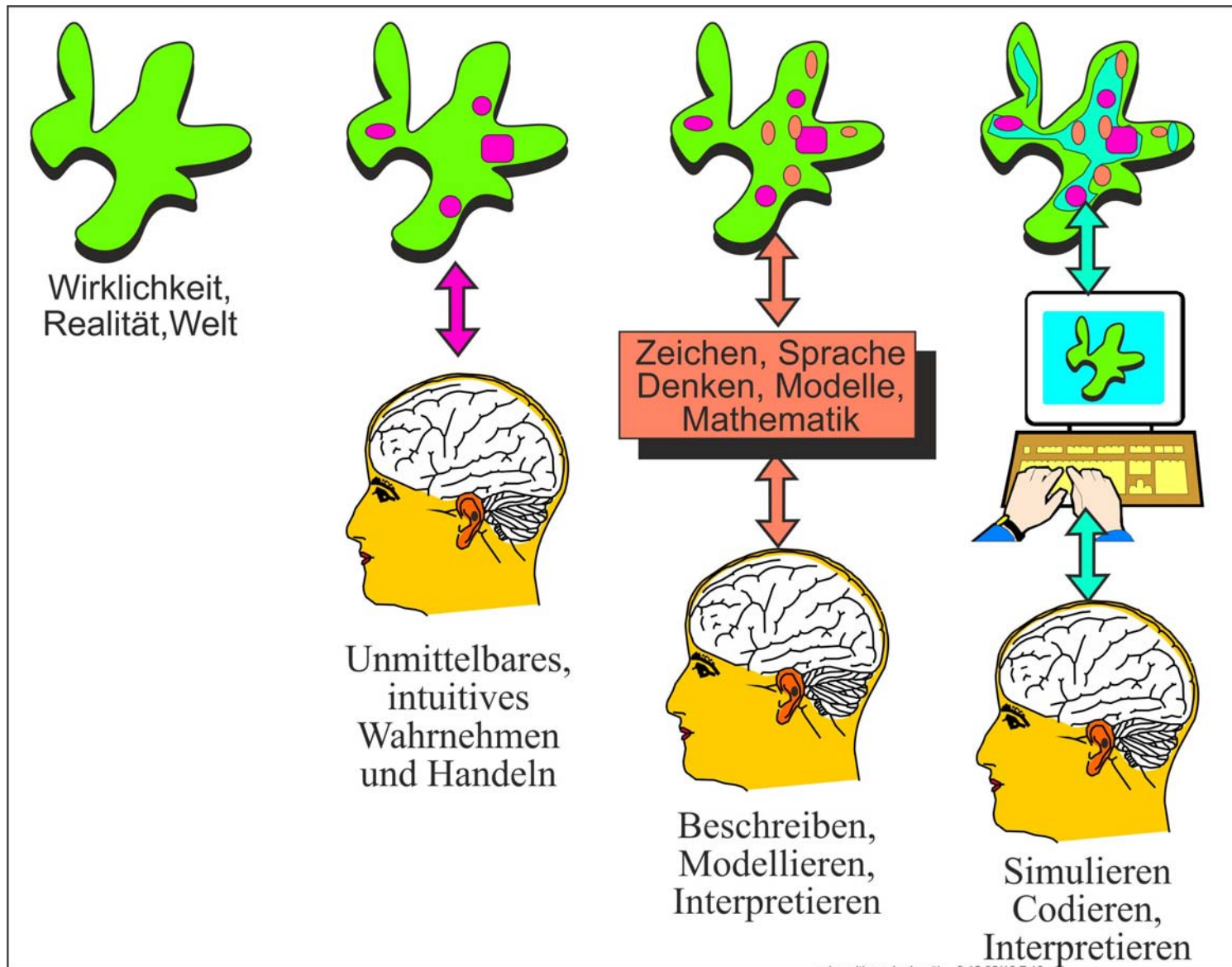
So entsteht eine **zusätzliche Komplexitäts-Reduktion** gegenüber den anderen Verfahren. Das **Gedächtnis** kann dabei **enorm entlastet** werden.

Zusätzlich können wir auch noch spezifische Hilfsmittel zur **Automation** usw. nutzen.

So entstehen völlig neue Möglichkeiten, die bei der folgenden **Rechentechnik** beschrieben sind.

Dann gilt das folgende, leicht abgewandelte Bild





Große Bedeutung der Schrift

Die Schrift ist erstaunlich spät nach der Sprache, aber in vergleichsweise sehr kurzer Zeit entstanden. Danach hat sie sich im Prinzip nur noch unwesentlich verändert.

Sprache und Schrift zählen zu den *wichtigsten kulturellen Errungenschaften* der Menschheit. Erst die Schrift vermag Wissen, Traditionen, Kultur und Techniken festzuhalten und aufzubewahren.

Fast als Einziger hat PLATON (427 - 347 v. Chr.) die Verschriftlichung kritisch beurteilt.

In seinem Dialog „Phaidos“ fürchtet er, dass Schrift eine Vergessenheit in den Seelen derer bewirken könnte. Menschen würden sie erlernen und dann ihr *Gedächtnis vernachlässigen*.

Ein besonders hohes Lob für die Schrift feiern die Bulgaren.

Der 24. Mai ist dort ein Nationalfeiertag

Er ist den Urhebern des slawischen Alphabets, den Heiligen KYRIL und METHOD, gewidmet.

Aufwand für die Schrift

Ein weiteres Problem des Alphabets betrifft den hohen *Aufwand beim Schreiben*.

Insbesondere wenn etwas schön und gut leserlich geschrieben werden soll.

Dies war früher einmal ein Zeichen von hoher Lebensart, ist aber wohl völlig aus der Mode gekommen.

Das Block- das Schreibschrift eingeführt werden sollte, kann als Kulturarmut interpretiert werden.

Generell ist es praktisch unmöglich, beim Schreiben mit der Sprechgeschwindigkeit Schritt zu halten.

So entstanden schon sehr früh *Kurzschriften*, die vorwiegend auf der Silbenschrift aufbauen.

Sie sind dann notwendig jeder Sprache einzeln angepasst sind.

Die älteste Variante stammt von XENOPHON (430 - 355 v. Chr.). er hielt damit die Memoiren SOKRATES fest.

63 v. Chr. erfand Marcus Vitruvius Pollio (um 84 - 26 v.Chr.) eine Technik, mit der er die Reden von MARCUS TULLIUS CICERO (106 - 43 v.Chr.) fixierte. Sie war über 1 000 Jahre in Gebrauch.

Im *Mittelalter* geriet die Kurzschrift in Misskredit wegen des Verdachts auf Hexerei.

Das 16. Jh. brachte eine Wiederbelebung. Das erste Lehrbuch erschien im Jahre 1588 in England.

Später gab es auch mehrere, teilweise und zeitweilig erfolgreiche Versuche zur *Einheitskurzschrift*.

Heute ist Kurzschrift infolge der *Diktiergeräte* überflüssig.

Weitere Schriften

Der große Erfolg der Schrift – als Fixierung von Sprache – griff verzögert auf andere Gebiete über.

Ab dem 10. Jh. entstanden für die **Musik** die ersten Vorläufer der **Notenschrift**.

Im Gegensatz zur Schrift wurde sie aber entsprechend den Bedürfnissen **ständig komplexer**.

Einen gewissen Abschluss erreichte sie mit dem **5-Liniensystem** und der **wohltemperierten Stimmung**.

Für **Neue Musik** mussten dann aber viele Änderungen, Ergänzungen und Neuerungen eingeführt werden.

Dennoch ist die Notenschrift eine **stark komprimierte Schreibweise von Musik**.

Dabei ist der **Interpretationsspielraum** aber noch deutlich größer als bei Sprache und Schrift.

In technischer Hinsicht geht die klassische Notenschrift sehr genau in das **MIDI-System** über.

Besonders kompliziert war die Entwicklung eine **Tanzschrift**.

Erstmalig wurde sie konsequent im Auftrag von **Ludwig XIV.** (1710 -1774) für das **Ballett** eingeführt.

Nach vielen späteren Varianten wurde sie schließlich für **alle körperlichen Bewegungen** entwickelt.

Wesentlich sind hierzu die Arbeiten von RUDOLF VON LABAN (Reszö Laban de Váraljas; 1879 - 1958).

Gewisse Ansätze zu einer **Gedanken-Schrift** existieren von WOLFGANG HILBERG (*1932). [2] ab. S. 250

Für **Bilder, Film, Video** und noch extremer für **Geruch** und **Geschmack** existiert bis heute **keine Schriftform**.

Für Bilder, Film und Video ist die **mittelbare Datenspeicherung** möglich, fehlt aber auch bei Geruch/Geschmack

Auf hieraus folgende Konsequenzen für die **Komprimierung** wird **später** eingegangen.

Zu ergänzen wären hier die **Schriften der Wissenschaft**, also vor allem die unterschiedlichen **Formeln usw.**

Viele **Details** zu diesen Gebieten enthält u. a. [2] S. 170 ff.

Inhalt

1. Rückblick und Zusammenfassung
2. Was Speichern ist
3. Vorstufen zur Schrift
4. Die Schrift
- 5. Die Zahlen**
6. Die Mathematik
7. Ergänzungen
8. Literatur

Einführung

Allein die vergleichsweise sehr lange Dauer zur vollen Ausbildung der Zahlen weist auf Besonderheit hin. Doch nicht einmal die Herkunft von **Zahl**, **Zahlen** bzw. **Anzahl** ist ganz eindeutig geklärt.

Bereits im 8. Jh. existiert *althochdeutsch* **zal(a)** im Sinne von Menge; Aufzählung; Bericht und Rede.

Ferner ist zu dieser Zeit *althochdeutsch* **zellan** und später *mittelhochdeutsch* **zel(le)n**, **zal(e)n** vorhanden.

Im *Gotischen* gab es **talzian** lehren.

Ferner könnte ein Bezug zu *Französisch* **taille** Größe, Taille, Bedeutung, Figur, Statur, Zuschnitt bestehen.

Das Verb **zahlen** erscheint im 11. Jh. als **zal(e)n** im Sinne von bezahlen, begleichen, entrichten.

Seit dem 17. Jh. bedeutet es vor allem eine Schuld begleichen.

Heute hat das Verb **zählen** etwa drei Inhalte:

1. abzählen, die **Anzahl bestimmen**,
2. **Etwas zählt**, es ist wichtig und
3. im Sinne von **dazugehören** (dazu zählen).

Von der **Zahl** als das Gezählte ist die **Ziffer** als Schriftzeichen für (0) 1 bis 9 zu unterscheiden.

Eine Zahl setzt sich aus einer oder mehreren Ziffern zusammen.

Zahlen erfordern einen typischen Umgang, zu dem auch **Rechnen** gehört.

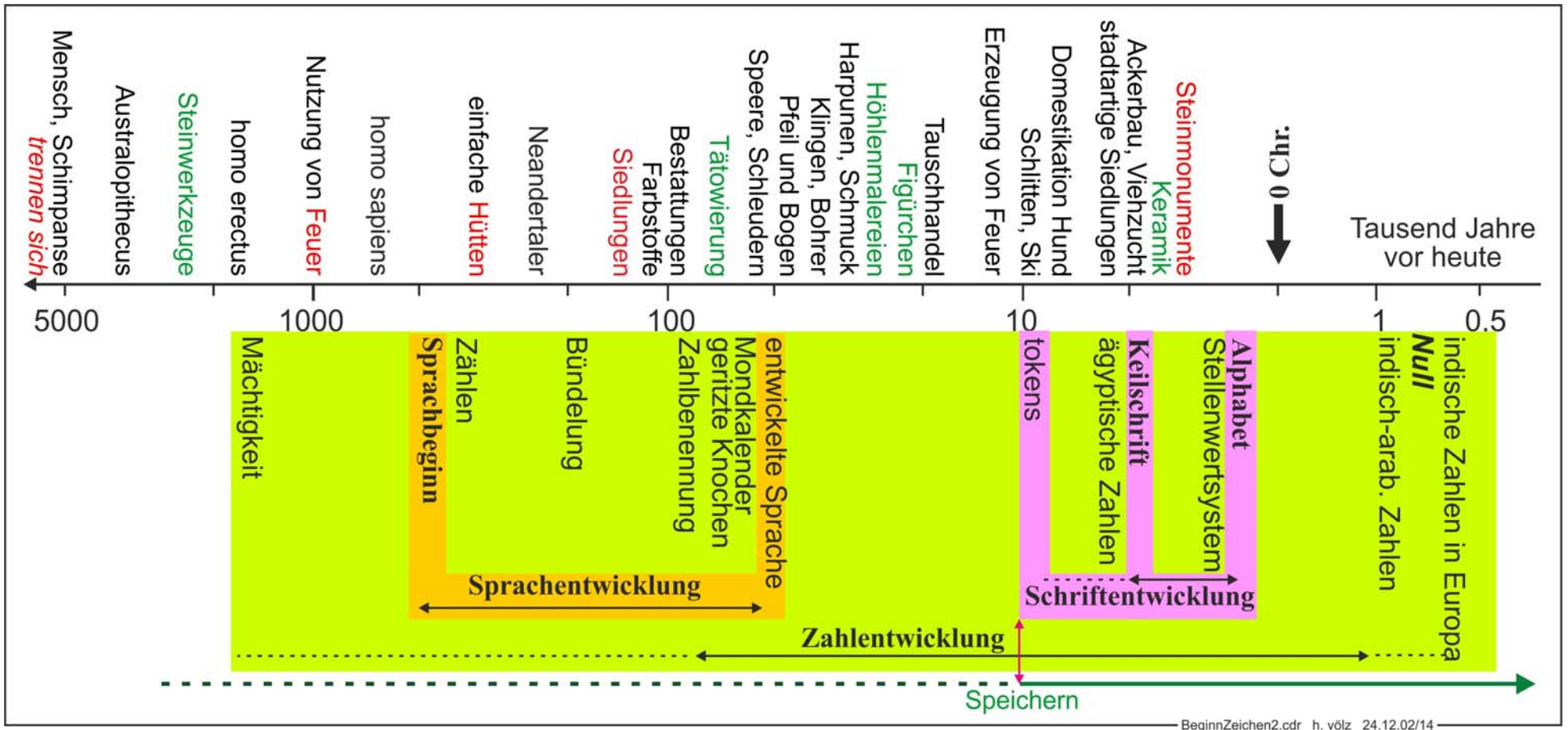
Spätere Probleme betreffen dann u. a. negative, reelle, irrationale und komplexe Zahlen.

Insgesamt gehört auch die **Mathematik** dazu. (s. nächster Abschnitt).

Bezüglich der **Komprimierung** entstehen durch sie Möglichkeiten, die sogar weit über die Sprache hinausgehen.

Die folgenden Ausführungen zu den Zahlen sind sehr kurz gefasst. Erweitert sind sie in [2] S. 58 - 75 enthalten.

Umfassendere Details sind u. a. [7] bis [12] enthalten.



Vorstufen

Es gab und gibt noch einfache Kulturen, die kein Gefühl für das **Zählen** besitzen. Andere können **nicht über zwei** hinaus zählen.

Daher ist es erstaunlich, dass einige **Tiere** so etwas wie eine Anzahl erfassen.

So können viele **höhere Tiere** bis etwa 7 „Stück“ feststellen.

Ohne zu zählen, unterscheiden **Bienen** Blüten nach der Anzahl der Blütenblätter und zwar bis zu 10.

Grillen berücksichtigen ähnlich die Anzahl der Zirplaute bis zu 14.

Eine **Herde merkt** unvermittelt, wenn ein Jungtier fehlt.

Die geschichtliche **Entwicklung** der unserer Zahlen ist **vieltufig** und muss daher schrittweise dargestellt werden.

Zuweilen wird **fälschlich angenommen**, dass **Kinder diese Entwicklung** nachvollziehen.

Nach Untersuchungen von JEAN PIAGET (1896 - 1980) lassen sich bei ihnen **vier Stadien** erkennen:

1. Mit **weniger als 1½ Jahren** begreifen sie Dinge in ihrer Umgebung **nur im Wortsinne**.
2. Dann **gewinnen sie ein Gefühl** dafür, dass ein Objekt auch dann **dasselbe bleibt**, wenn es sich an einen anderen Ort bewegt oder nach gewisser Zeit wieder sichtbar wird.
3. Werden sie **älter**, so **bleiben Dinge** für sie – unabhängig davon, was sie mit ihnen anfangen – existent. Weiter werden alle Autos, alle Kuscheltiere usw. zu einer **Gruppe zusammengefasst**. Es entsteht ein Begriff der **Menge** oder der **Klasse** ähnlicher Dinge. Das „Zählen“ ist aber nur eine rein **sprachlich auswendig gelernte Abfolge**, wie etwa ein Vers.
4. **Erst ab 4 bis 5 Jahre** entsteht die Verbindung zwischen den zuvor auswendig gelernten Zahlen und der Anzahl von Dingen.

Mengen-Vergleich

Eine sehr frühe Anforderung bestand darin, *Mengen zu vergleichen*: Wer hat die größere Viehherde? Im direkten Vergleich wird jedem Tier der einen Herde ein Tier der anderen Herde zuordnen konnte. Hatte die eine Herde keine Tiere zum Zuordnen mehr, war sie die kleinere.

Am Abend musste ein Hirte wissen, ob seine Herde noch groß wie am Morgen war, als er auf die Weide zog. Dazu schuf er sich eine *Vergleichsmenge*, z. B. *Steinhaufen*.

Früh legte er für jedes Tier, das den Stall verließ einen Stein auf einen Haufen.

Wenn er zurückkam nahm er für jedes Tier, das in den Stall ging einen Stein vom Haufen weg.

Der Haufen war verschwunden, wenn alle Tiere im Stall waren, also keines fehlte.

Ähnliches erfolgte recht früh durch *Einritzen von Strichen* auf Knochen, Hölzern (Kerbhölzer) usw.

Sehr früh wurden auch Farbaufträge auf Steinchen usw.

So ließen sich z. B. Jagderfolge *festhalten, speichern*.

Zählen war in diesen Fällen nicht notwendig, es genügten Vergleiche.

Werden solche Vorgänge *im Geiste organisiert*, so entsteht dabei teilweise ein losgelöster, abstrakter Zahlbegriff.

Bündelung

Zählen durch Striche führt zu langen unübersichtlichen Ansammlungen.

Ähnliches gilt auch für spätere Knotenschriften z. B. in Mexiko.

Vor etwa 200 000 Jahre entsteht daher das Bündeln.

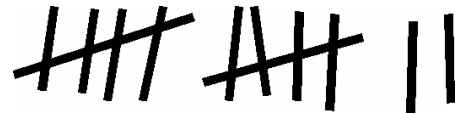
Hierbei werden mehrere Striche zu einer Einheit zusammengefasst.

Das kann durch eingefügte längere oder dickere Striche erfolgen, aber auch durch Querstriche.

So ergibt sich bereits vor dem Zählen ein etwa qualitativer Vergleich.

Später wurden durch Fünfer-Gruppen Beziehungen zu den Fingern an der Hand hergestellt.

Auch wir machen hiervon auch heute noch meist mit Fünfer-Gruppen Gebrauch.



Praktisch nützlich ist die Bündelung auch beim *Tauschhandel*.

So gibt es z. B heute noch Schock (6), **Dutzend** (12), Stiege (20) und Gros ($12 \times 12 = 144$).

Die Mächtigkeit

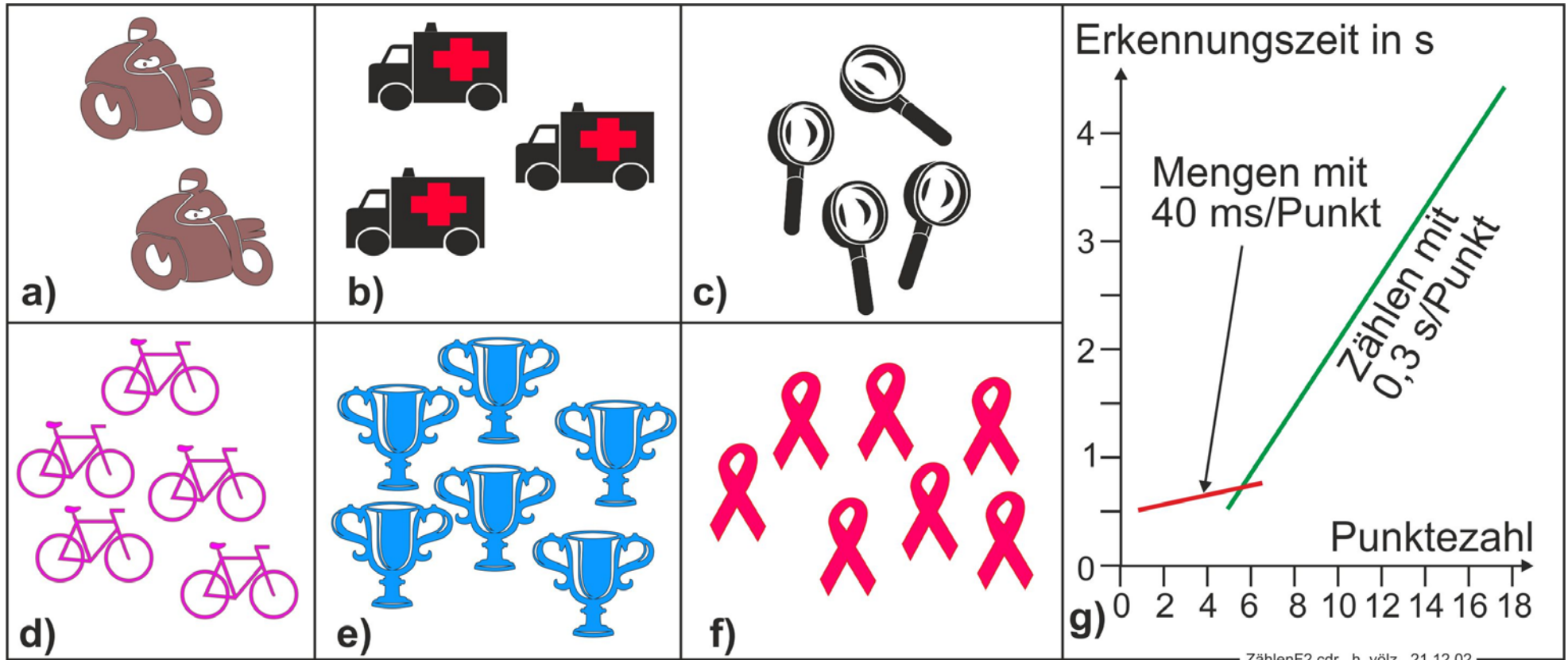
Ein Hirte oder sogar die Herde selbst **bemerkt unvermittelt**, wenn ein Jungtier fehlt.
Das geschieht eindeutig ohne zu zählen, es erfolgt durch Wahrnehmen einer Ganzheit, der **Mächtigkeit**.
Dazu ist **nicht** einmal eine **Sprache notwendig**.

Es hängt u. a. mit dem „Erfassen“ einer Geometrie in **alten Ritualen** zusammen.

Heute erleben wir dieses Wahrnehmen noch **spontan** bis zur Anzahl von ca. 6 (s. folgendes Bild).
Bei 7 ist uns das kaum mehr möglich, das gilt sogar für die absichtlich gewählten einfachen Schleifen.

Dies kann **experimentell** und systematisch bezüglich der **Zeit** untersucht werden.
Bis zu etwa 6 Objekte nur **40 ms/Objekt** benötigt. Uns gelingt **unmittelbares ganzheitliches Erfassen**.
Darüber hinaus ist ein fast **10mal höherer Aufwand** erforderlich. Es muss wirklich **gezählt werden**.

Etwas erstaunlich ist dabei, dass diese Anzahl etwas kleiner ist, als die **7 Chunk**, die **unser Gedächtnis** meistert.



ZählenF2.cdr h. völg 21.12.02

Übergang zum Zählen

Um **zählen** zu können, ist viererlei notwendig, es müssen

1. **Klassen** von Gleichartigem gebildet werden, z. B. Tiere, Rinder, Schafe, Äpfel oder Birnen.
2. **Zahlwörter** für das Zählen existieren.
3. **Zuordnungen** zwischen den Objekten (Klasse) und Zahlwörtern.
4. Die **räumliche Anordnung** hat keinen Einfluss auf das Ergebnis.



Ein **Kind** lernt zunächst die Zahlwörter auswendig (s. o.), ohne den eigentlichen Sinn und Zweck zu erfassen. In der **geschichtlichen** Entwicklung waren aber die Zahlwörter bestimmt nicht vor dem Zählen vorhanden. Es müssen also zumindest **2. und 3. etwa parallel** – teilweise in Stufen – erfolgt sein.

Zunächst wurden statt der Zahlwörter **Vergleichobjekte**, z. B.: Steinhäufen oder Striche, Kerben, Knoten benutzt. Dann wurden die **Finger und Zehen** als Zählmarken benutzt. Sie sind in allen Kulturen gleich! Z. T. wurden sogar einige **Körperpunkte** hinzugefügt. In einigen Kulturen wurde so sogar 33 erreicht.

Die **Reihenfolge der Verwendung** der Finger und Zehen erfolgte jedoch z. T. recht unterschiedlich. Mit ihrer Festlegung ergab sich dann der Übergang von den **Kardinalzahlen** zu den **Ordinalzahlen**. Statt eins, zwei drei usw. erstens, zweitens, drittens usw.

In **Europa** war das Zählen mit den **Fingern bis ins 16. Jh.** verbreitet.

In einigen Fällen gelang es durch Zusatzmaßnahmen (Bündelung, ganze Hand usw.) bis zu 9 000 zu zählen. **Heute treten Handzeichen** nur noch in Situationen auf, z. B. wo die mündliche Verständigung erschwert ist.

In der Zeichensprache der **Taubstummen** gibt es für die Ziffern 0 bis 9 bestimmte Zeichen. Die nächst größere Zahl (10) wird durch ein spezielles Zeichen dargestellt, usw.

Die Zahlwörter

Stück-für-Stück-Zuordnungen gab es sehr früh, u. a. als *geritzten Knochen, Hölzer* usw.

Dies belegen Funde in Höhlen und Behausungen, z. T. könnten sie aber auch als *Spielsteine* gedient haben.

Eindeutig werden *Zählsteine* erst mit den *token* ab etwa 8 000 v. Chr. benutzt.

Für das jeweils zu Zählenden wurde dabei *spezielle token* benutzt, unterschiedlich für z. B. Rinder oder Ziegen.

Hierdurch wurde eine *Abstraktion zu Zahlwörtern schwierig*.

Geistig war das zunächst unvorstellbar und *widersprach jeglicher Anschauung und Erfahrung*:

Was konnte bei 4 Rindern, 4 Fischen oder 4 Kieselsteinchen Gemeinsames sein? Eine abstrakte Zahl 4?

Getauscht wurde jedenfalls völlig anders, vielleicht 1 Rind gegen 10 erlegte Kleintiere.

Die Stück-für-Stück-Zuordnung war deshalb nur mit ausgewählten, festgelegten Zählobjekten, den spezialisierten token, nachvollziehbar.

Der *Übergang zur Verallgemeinerung* von Zahlen dürfte ab etwa 3 000 v. Chr. erfolgt sein.

Er hängt wahrscheinlich mit dem Entstehen der *Keilschrift* zusammen und bedurfte *triftiger Gründe*.

Dabei besteht ja *Ähnlichkeit* mit dem Übergang bei der Schrift zu den *Phonemen des Alphabets*.

Inzwischen ist die *Schwierigkeit* dieses Abstrahierens experimentell bei *Schimpansen* nachgewiesen;

s. Spektrum der Wissenschaft; Mai 1994, S. 17f.

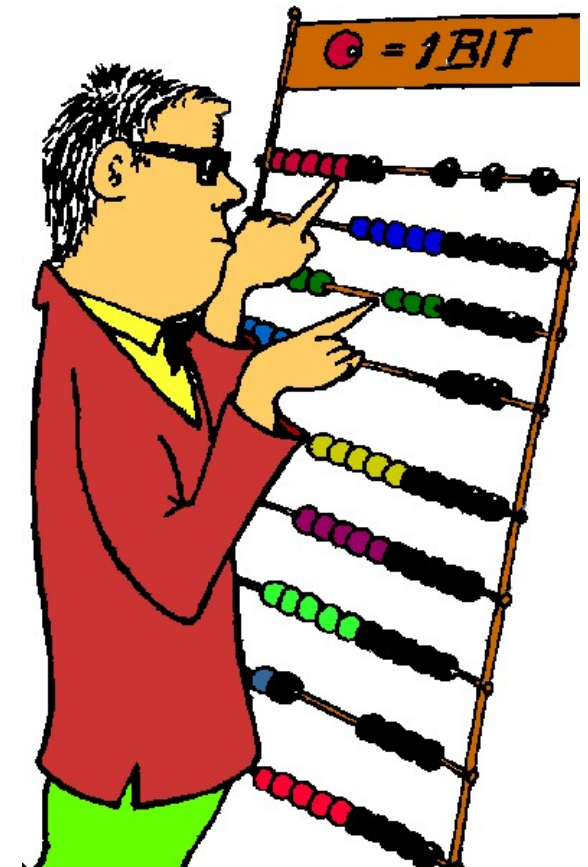
Zahlzeichen und Rechnen

Sobald die Abstraktion der Zahlzeichen erkannt ist, wird auch ein „**Rechnen**“ mit ihnen *möglich*. Hierbei könnte auch der Abakus (*griechisch abax, abakos*, Tafel, Brett) entstanden sein. Er ist ab etwa 3 000 v. Chr. nachweisbar; ursprünglich wurde ein Brett nur mit Vertiefungen benutzt. Entsprechend dem Rechnungsverlauf wurden die **Steinchen in den Vertiefungen neu-** bzw. umverteilt. Primär ist dabei aber nur ein **Addieren**, deutlich später ein **Subtrahieren** möglich. **Multiplizieren** verlangte bereits ganz wesentlich das **Stellenwertssystem** (s. u.).

Auf die Benutzung des **Abakus** geht offensichtlich das **Kalkulieren** zurück. Lateinisch **calculus** betraf nämlich ursprünglich glatte Steinchen und später Rechensteine.

Calculator war ein Rechenmeister, Rechenlehrer.

Der älteste schriftliche Hinweis auf **Algebra** befindet sich in einer ägyptischen Handschrift, dem so genannten Rhindpapyrus um 1 700 v. Chr.



Zeit, Kalender und Zahlen

Als Jäger war es für die frühen Menschen wichtig, auch *nachts etwas zu sehen*.

Daher dürften sie sehr früh den Mondwechsel genauer beobachtet haben.

Das beweisen verschiedene „*Mondkalender*“, die bereits vor etwa 50 000 Jahren angefertigt wurden.

Sie sind auf Stein durch entsprechende Strichgruppen gekennzeichnet.

Hervorgehobene Markierungen verweisen auf Neu-, Viertel-, Halb- und Vollmond.

Zuweilen wird angenommen, dass die 29 Zeichen des *Alphabets vom Mondkalender* abgeleitet sind.

Frühe Kalender berücksichtigten auch die *Jahreszeiten*. Denn von ihnen hängen *Saat und Ernte* ab.

In diesem Sinne gehörten astronomische Beobachtungen zu den *ersten „wissenschaftlichen“ Beobachtungen*.

und mit ihnen war so sehr früh das *Zählen und der Umgang mit Zahlen* verbunden.

Mondzyklen, Jahreszeiten sind nicht ganzzahlig verknüpft, so wurde *astronomische Einrichtungen* geschaffen.

Entsprechende *Großbauten*, wie das Monument in *Stonehenge*, entstanden bereits vor etwa 5 000 Jahren.

Die erste *Vorhersage* einer *Sonnenfinsternis* erfolgte 585 v. Chr. von THALES VON MILET (ca. 625 - 546 v. Chr.)

Auf diesen Grundlagen wurde unser *Zählen tief in uns verankert*.

Vielleicht *zählen* deshalb viele Menschen *Schafe*, um einzuschlafen oder die *Stufenanzahl* hoher Türme.

Einige zählen die Dauer der *Rotphase* einer Ampel usw. Selbst *Zahlenrekorde* stehen in hoher Gunst.

Typisch ist das *Guinness-Buch* der Rekorde oder die Versuche immer mehr *Ziffern* für π zu bestimmen.

Offensichtlich ist es auch schwer, mit dem *Zählen aufzuhören*, wenn man erst einmal begonnen hat.

Nach RUCKER [13] gibt es viele Zahlbessene, Arithnomanen, die glauben mit Zahlen die Macht über das Geschehen zu besitzen.

Namen für Zahlen

Beim Zählen treten immer **größere Zahlen** auf, für die neue Zahlwörter notwendig sind.

Auch die **Bündelungen** mit 5, 10 oder 20 reichen irgendwann nicht mehr aus.

Getreide, Fische, Steine eines Tagewerks, Einwohner usw. sind damit nicht zu erfassen.

Bündelungen von Bündelungen sind so umständlich, dass es sie wohl kaum angewendet wurden (s. Gros S. 66).

Ähnlich wie beim Alphabet wurden daher auch für Zahlen **kombinierbare Grundeinheiten** erforderlich.

Zu verschiedenen Zeiten und bei verschiedenen Völkern waren es **vor allem** 2, 5, 6, 10, 12, 20, 60 oder 360.

Ausnahmsweise traten auch 4 oder 8 auf. **Mystisch** sind 3, 7 und 13 wichtig.

Für sehr große Zahlen wurde erst um 1250 das Wort **Million** und um 1650 in England die **Billion** eingeführt.

Für 10^{100} fragte der Mathematiker EDWARD KASNER 1930 seinen Neffen und erhielt **Googol** als Namen.

Zu den einzelnen Zahlen gibt eine umfangreiche **Literatur** z. B. [14].

Für die **Komprimierung** sind derartige Betrachtungen jedoch weitgehend **ohne Belang**.

Stellenwertsysteme

Aus den **Buchstaben** T, O und R lassen sich die **Wörter** Tor, Rot und Ort bilden.

Wenn es sich um Abkürzungen handelt, wären auch noch TRO, RTO und OTR möglich.

So bekommt ein Buchstabe je nach seiner **Stellung** im Wort eine **andere Bedeutung**.

Ähnliches gilt für die **Ziffern in einer Zahl**: 123, 132, 213, 231, 312 und 321 sind daher andere Zahlen.

Je nach ihrer **Stellung** bekommt so jede Ziffer ein anderes „**Gewicht**“, **Stellenwert**.

Im Laufe der Geschichte entstanden mehrere unterschiedliche Zahlensysteme entstanden.

Für die **heute übliche Dezimal-Basis** gilt z. B.: 123_{10} entspricht $1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$.

Bereits um 3 000 v. Chr. verwenden die **Ägypter** genau in diesem Sinne spezielle Zahlzeichen (nicht Ziffern)

Sie reichen bis zu für 7 Potenzen folgendes Bild a. Dabei bedeuten:

Senkrechter Stab 1; Bogen 10; Messstrick 100; Lotusblume 1 000; Zeigefinger 10 000;

Kaulquappe bzw. Fisch 100 000; ehrfürchtiger Mensch bzw. Gott der Unendlichkeit 1 000 000.

Im Gegensatz zu uns werden die Zahlen aber **von rechts nach links gelesen**, s. Bild b für **3 245 679**

Das bereits vor 3 000 v.Chr. vorhandene Zahlensystem der **Babylonier und Sumerer** war deutlich komplizierter.

Zunächst benutzten sie nur die beiden typischen Keilschriftzeichen (für 1 und 10) von Bild d und e.

Sie verwenden jedoch die **Basis 60** und die Zahl 3 245 679 wird dann gemäß Bild d geschrieben:

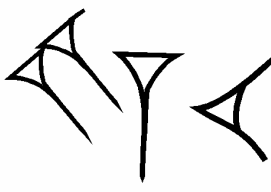
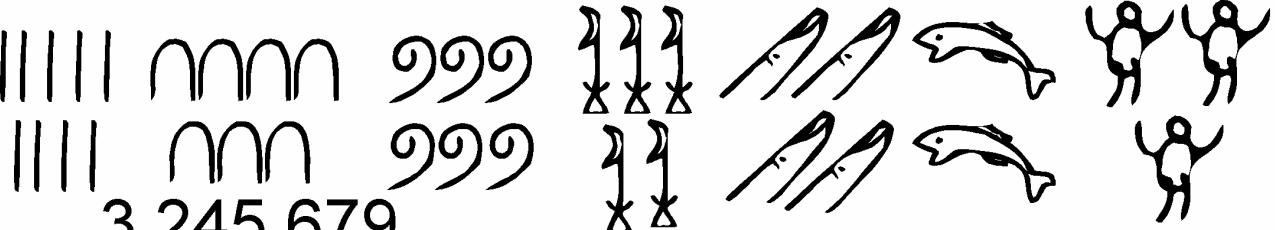
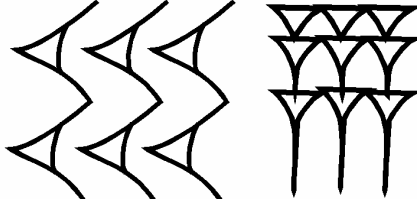
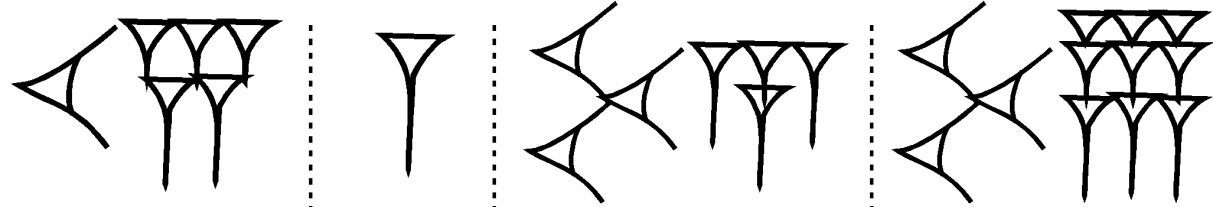
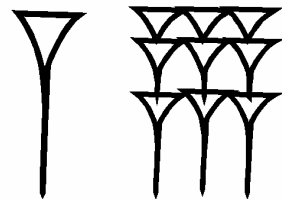
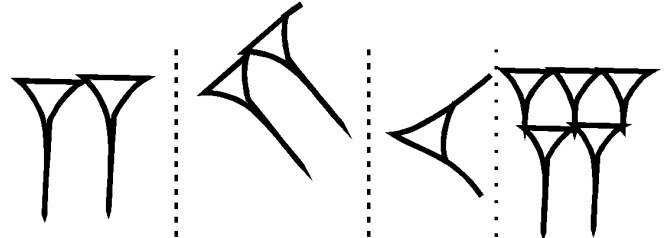
$$15 \times 60 \times 60 \times 60 + 1 \times 60 \times 60 + 34 \times 60 + 39$$

Dieses System benutzen wir heute noch bei der **Zeit**: 15 1 34 sind dann 15 Stunden, 1 Minute und 34 Sekunden.

Unsere Rechner benutzen zuweilen noch die **Basis 8**.

Im Vergleich zu oben gilt dann $173_8 = 1 \times 8^2 + 7 \times 8 + 3 = 64 + 56 + 3 = 123_{10}$

Weitere Details zu diesem Problem enthalten [8] und [14]

a)  1 10 100 1 000 10 000 100 000 1 000 000	c)  0 1 10
b)  3 245 679	 60 + 9 falsch
d)  $15 \times 60^3 + 1 \times 60^2 + 34 \times 60 + 39 = 3\,245\,679$	e)  $1 \times 60 + 9$ richtig
f)  $2 \times 60 \times 60 + 0 \times 60 + 10 + 5$	g)  1 2 3 4 5 6 7 8 9

zahlendarst.cdr h. völg 21.3.03

Zahlensysteme bei den Ägyptern (a, b), in Keilschrift (c bis f) und Ziffern aus Industal in der Brâmî-Schrift (g).

Null

Beim Stellenwert-System tritt ein Problem dann auf, wenn *eine Stelle nicht belegt* ist.

Offensichtlich war es früher unvorstellbar, „*Nichts*“ *durch ein Zeichen* darzustellen.

Schließlich ist dort ja eben nichts. So entstand zunächst einfach ein Freiraum, *vergrößerter Abstand*.

Dies geschah ab etwa 2 000 v. Chr. und verlangte dabei eine *hohe Präzision* beim Schreiben.

Daher fügte um 300 v. Chr. ein unbekannter sumerischer Schreiber einen *Doppelpfeil* ein (Bild f).

Griechische Astronomen ersetzten den Doppelpfeil durch einen *kleinen Kreis*. Daraus entstand die *spätere Null*.

Sie wurde sehr wahrscheinlich durch BRAHMAGUPTA (ca. 598 - 630) eingeführt.

Den *Indern* bereite die Null wegen des religiösen Hintergrunds vom *Nirwana*, dem *Nichts* kaum Schwierigkeiten.

So breitete sich das *indische Zahlensystem* in der ganzen Welt aus und verdrängte alle anderen Zahlensysteme.

Im 8. Jh. übernehmen es die *Chinesen*. Daher stehen in *chinesischen oder japanischen Texten arabische Ziffern*.

Selbst die *Araber* mit ihrer hochentwickelten Kultur benutzen alsbald das *indische Zahlensystem*.

Dabei behielten sie sogar die für sie unübliche Schreibweise von links nach rechts bei.

Ergänzungen schuf der arabische AL-KHWARIZMI (ca. 780 - 850) = Al-Chorezmi, Al-Hwarizmi, Khwarizmi.

Er wirkte am Hof des Kalifen AL-MAMUN in Bagdad. Wichtig ist sein Buch ist „Algorithmi de numero Indorum“.

GERBERT VON AURILLAC (945 - 1003) = *Papst SYLVESTER II.* förderte das indo-arabische System in Europa.

Durch Rabbi ABRAHAM BEN MEIR IBN ESRA (um 1092 bis 1167) übernehmen es auch die *Juden*.

Aber erst im *12. Jh.* erreichte es durch das Buch von AL-MAMUN das *christliche Abendland*.

Noch wird 1299 in Florenz ein Gesetz erlassen, dass Benutzung indischer Ziffern *verbietet (Römische Zahlen)*.

Erst ab Mitte des *16. Jh.* hatte sich das arabisch-indische System in *ganz Nordeuropa durchgesetzt*.

Auch die *Mayas* haben zwischen dem 4. bis 6. Jh. n.Chr. die Null erfunden.

Zahl, Ziffer und Null

Eine **Zahl** ergibt sich bei **Zählen** oder als Ergebnis beim **Rechnen**.

Sie wird durch eine Zusammenstellung aus wenigen **festgelegten Ziffern** (Zahlzeichen) dargestellt.

Verglichen zum **Schreiben** entsprechen die Ziffern dem Alphabet, die Zahlen den Wörtern.

Im Gegensatz zur Schrift ist eine Zahl in **verschiedenen Systemen** (z. B. Basis, 2, 8, 10 usw.) darstellbar.

Der **Name für die Null** hat sich im Laufe der Geschichte mehrfach **verändert**.

Ursprünglich kommt Null aus dem **Altindischen sunya** (leer, Nichts, Null).

Im 9. Jh. wurde sie mit dem indischen Zahlensystem von den **Arabern** übernommen und als **sifr** übersetzt.

Später gibt es u. a. im **Italienischen**, **Spanischen** und **Portugiesischen cifra**, **französisch cifre**, **englischen cipher**.

Etwa im heutigen Sinn ist **Ziffer** ab 1400 im Deutschen vorhanden.

Im Laufe der Zeit gab es einen **mehrfachen Bedeutungswandel**.

Im **Italienischen** trat **nulla** Nichts an die Stelle von **cifra**; für Zahlzeichen dadurch **figura**.

Doch 1799 nennt z. B. JOHANN CARL FRIEDRICH GAUß (1777 - 1855) die Null noch cifra.

Im 18. Jh. entstand zusätzlich **Chiffre** mit der Bedeutung von Geheimzeichen, Kennwort usw.

Zusammenfassung zu Zahlen

Es ist erstaunlich für die Entwicklung des „endgültigen“ *Alphabets* genügten *etwa 5 000 Jahre*. Für die allgemeingültige *Zahlendarstellung* waren dagegen *nahezu 1 000 000 Jahre* notwendig. Für die *Schrift* war nur *eine Hürde* zu überwinden, nämlich das *Erkennen der Phoneme für die Buchstaben*. Bei den *Zahlen* waren dagegen *mehrere Schwierigkeiten* gemäß der folgenden Darstellung zu bewältigen.

1. Zunächst entsteht eine unreflektierte *Mächtigkeit* bei Mengen, die teilweise bereits bei Tieren vorhanden ist.
2. Es muss sich eine Vorstufe von *Zählen* ausbilden, die linear durch den Nachfolger gegeben ist.
3. Es erfolgt eine *Zuordnung* zu Hilfsmengen, wie Steine, Muscheln, Stäbchen oder Finger.
4. Die Übertragung der Anzahl auf Hilfsobjekte z. B. *Striche* auf Knochen, entlastet das Gedächtnis.
5. Durch *Bündelung* wird eine bessere Übersicht erreicht.
6. Zur *Benennung* der Anzahl entstehen Namen, deren obere Grenze liegt bei etwa 20 bis 30.
7. Herausbildung eines *abstrakten Zahlenbegriffs*, der von den jeweiligen Objekten losgelöst ist.
8. Weil die Bündelung für große Zahlen nicht ausreicht muss ein *Stellenwertsystem* entstehen.
9. Auffindung einer optimalen *Zahlenbasis* in Bezug auf Zeichenaufwand und einfacher Rechenoperationen.
10. Damit das Stellenwertsystem eindeutig wird, ist ein Zahlzeichen für die *Null* erforderlich.

Doch mit diesen Prozessen ist das Geschehen um die Zahlen eigentlich *noch längst nicht* abgeschlossen.

Spätere Probleme betreffen u. a. *negative, reelle, irrationale, komplexe Zahlen* usw.

Hinzu kommt dabei auch die *Entwicklung* einer leistungsfähigen *Mathematik*.

Es werden auch spezielle *Messtechniken, Skalen* usw. notwendig, Unterschied von *Zählen und Messen*.

Zahlen gelten als *exakt*. Doch sie können auch recht ungenau sein: *kontinuierlich* $\Leftrightarrow$ *diskret*.

Man kann wohl genau 3 Äpfel kaufen; doch nicht exakt 3 kg von Etwas.

Zahlen und Komprimierung

Bevorzugt kommen Zahlen gewiss *in der Natur* vor.

So beträgt die Anzahl der **Elektronen** auf den einzelnen **Schalen**: 2, 8, 18, 32, 50, 72; $(2 \cdot n^2)$.

Bevorzugte **Neutronenzahlen** sind $N = 2, 8, 20, 28, 50$ und 126.

Isotopenhäufigkeiten treten überwiegend bei den **Kernladungszahlen** $Z = 28, 40, 50, 74, 82$ und 90 sowie den **Neutronenzahlen** $N = 30, 50, 82$ und 108 auf.

Die Zahlen von LEONARDO FIBONACCI (ca. 1170 - 1240) betrafen die jährliche **Vermehrung von Kaninchen**.

Der Anfang ihrer Folge ($f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$) lautet: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 und 34.

Diese Anzahlen sind auch bei **Blättern, Blüten** usw. besonders häufig anzutreffen.

Gewiss besteht diese und viele weitere Fakten ein Zusammenhang zur mit der **Komprimierung der Natur**.

Bei den **Pythagoreern** um 500 v. Chr. war **alles Zahl** und die 5 hatte besondere Wichtigkeit.

Sie entdeckten auch die Bedeutung zu den **musikalischen Intervallen**.

Für die **Komprimierung** durch den Menschen sind jedoch folgende **fünf Fakten** hervorzuheben:

Ordinalzahlen abstrahieren von allen Eigenschaften bis auf die Reihenfolge der Anordnung in Raum oder Zeit.

Kardinalzahlen schaffen Klassen (abstrahieren von der Art) und zählen dann die Anzahl, ersetzen so die Menge.

Bündelung macht die Anzahl bzw. Menge übersichtlicher.

Stellenwertsystem verallgemeinert die Bündelung, macht so große Mengen verständlich.

Rechnen verlangt zumindest zunächst Zahlen, sie dafür eine Voraussetzung.

Rechenschwäche

Auch bei den Zahlen und beim Rechnen gibt es Menschen mit eingeeengten Fähigkeiten. Infolge der Komplexität der Zahlen und des Rechnens sind dabei zumindest die drei Schwächen unterschieden. Es ist auffällig, dass diese Mängel kaum mit der *Intelligenz* korreliert sind, der *IQ* kann ungewöhnlich *hoch sein*. Z. T. kann selbst höhere (abstrakte) *Mathematik* gut verstanden und betrieben werden. Vieles spricht dafür, dass *arithmetische und mathematische* Fähigkeiten weitgehend voneinander getrennt sind. Auch die Korrelation mit dem *Analphabetismus* ist sehr gering.

Bei der *Dyskalkulie* bestehen Schwierigkeiten im arithmetischen Grundlagenbereich. Das betrifft u. a. Mächtigkeit, Zahlbegriff, Grundrechenarten und Dezimalsystem. Sie tritt bei fünf bis sieben Prozent der Weltbevölkerung auf.

Beim *Nominalismus* sind Zahlname und ihr Zahlenwert (noch) weitgehend getrennt. Zahlnamen und deren Reihenfolge sind auswendig gelernt. Es besteht aber keine Zuordnung zu Mengen. Deshalb können Additionen und Subtraktionen nur (aufwändig) rein zählend erfolgen.

Zahlenanalphabetismus ist die Schwäche oder das Unvermögen, Sachverhalte in Zahlen darzustellen. Dazu gehört auch ein mangelndes Verständnis für zahlenmäßig dargestellte Sachverhalte.

Inhalt

1. Rückblick und Zusammenfassung
2. Was Speichern ist
3. Vorstufen zur Schrift
4. Die Schrift
5. Die Zahlen
- 6. Die Mathematik**
7. Ergänzungen
8. Literatur

Abgrenzung

Die *Mathematik* und die darauf aufbauende *Rechentechnik* sind *sehr umfangreich*.
Daher kann hier bezüglich der Komprimierungen nur eine *kleine Auswahl* berücksichtigt werden.
So sind einige besonders *wichtig erscheinende und typische Methoden* und Beispiele ausgewählt.
Deshalb ist auch die verwobene *geschichtliche Entwicklung* nur in Einzelfällen einzuhalten.
Wichtiger war es, *Besonderheiten wichtiger Komprimierungsverfahren* hervorzuheben.

Die einfachen Rechenoperationen

Die Mathematik beginnt mit einfachen **Zahlen-Rechnungen**, zunächst nur der **Addition**. Bereits bei der **Subtraktion** können Probleme auftreten, nämlich **negative Zahlen** und die **Null**. Ihre **Nützlichkeit und Bedeutung** wird sehr langsam klar.

Durch das **Bündeln** wird mittelbar die **Multiplikation** nützlich. Die **Division** führt jedoch zu **Bruchteilen** von etwas, also schließlich zu den **gebrochenen Zahlen**. Damit ist die mögliche **Weiterentwicklung des Zählens** aber **erschöpft**.

Es gibt kaum Aussagen dazu, wie die **Weiterentwicklung** zur „eentlichen“ Mathematik erfolgte. Wahrscheinlich wurde durch **Abstraktion** die **Allgemeinheit** der entsprechend **Regeln** erkannt und genutzt. In Erweiterung wurden dann **statt der Zahlen allgemeingültige ersetzende Begriffe** eingeführt. Für konkrete Rechnungen können sie hinterher durch „real vorhandene“ Zahlen ersetzt werden. Wir verwenden heute dafür die **Unbekannten (Variablen)** x , y , usw.

Das ist eine **Komprimierung der dazu gehörenden vielen möglichen Rechnungen** auf eine einzige Form. Damit wurden auch die Symbole für die **Rechenoperationen** „+, -, $\times$, /, =“ eingeführt. Sie stellen eine beachtliche **Komprimierung** der entsprechenden z. T. recht komplizierten Operationen dar. In noch stärkerem Maß gilt das für die späteren Funktionen: Wurzel ($\sqrt{}$), $\log$ und $\exp$. Sie ergeben sich jedoch erst über die **Weiterentwicklung** zur **Potenzierung** $z = x^y$ als neue Rechenmöglichkeiten. Die funktionelle **Komprimierung** erfolgt hier durch die **Hochstellung** der Variablen. Schließlich ergeben sich hieraus weitere **neue Funktionen**, die im Folgenden noch genauer behandelt werden. Insgesamt entsteht so die **folgende Zusammenstellung**.

Die wichtigsten mathematischen Operationen

Rechenoperation	Umkehrung	Neues	Kommentare
Addition $z = x + y$	Subtraktion $y = z - x; x = z - y$	negative Zahlen+ Null	Die Bedeutung von <i>Null</i> und den <i>negativen Zahlen</i> muss erst <i>mühevoll verstanden</i> werden
Multiplikation = x-mal wiederholte Addition von y $z = x \times y$	Division $y = z/x$ $x = z/y$	Rationale Zahlen	Dezimal-Schreibweise durch Iteration besitz endliche viele Ziffern oder ist periodisch Iteration <i>bricht</i> also <i>ab</i> Von <i>Dezimal-</i> nach <i>Bruchdarstellung</i> schwierig.
Potenzierung = x-mal wiederholte Multiplikation $z = y^x$	Radizierung $y = \sqrt[x]{z}$ <i>x ganzzahlig!</i>	reelle (irrationale) z. T. imaginäre + komplexe Zahlen	unendliche viele Ziffern notwendig (fast) immer ist <i>Iteration notwendig</i> , kein Abbruchkriterium Bei negativem z entstehen imaginäre Zahlen
	Logarithmus $x = {}_y\log(z)$	reelle (irrationale) Zahlen	Beim <i>Logarithmus</i> sind die Basis 10 und e gebräuchlich, Informationstheorie auch 2

Die *xy-Symmetrie* bei der Addition und Multiplikation wird in Sonderfällen (z. B. bei Matrizen) aufgehoben.

Bzgl. der *Potenzierung* erfolgt für die *Radizierung* und den *Logarithmus* später eine genauere Analyse.

Für viele hierzu gehörende Fakten gibt es nämlich keine einfache (anschauliche) *Interpretation und Herleitung*.

Dezimalbrüche und Iteration

Bei der Division entstehen Brüche wie $\frac{3}{4}$.

Ein Ganzes wird dabei in **4 gleiche Teile** zerlegt, von denen nur **3 benutzt** werden.

Wenn die Anzahl der **Anteile zunehmen, dann** wird diese Betrachtung schwierig

Es ist dann effektiver, auch Anteile mit einem **dezimalen Stellenwert-System** zu beschreiben.

Zur deren Berechnung wird häufig eine **rechnerische Iteration** erforderlich sein.

Für „wirkliche“ (ganzzahlige) Brüche bricht diese Iteration ab oder führt zu einer periodischen Fortsetzung.

$$\frac{3}{4} = 0,75 \text{ bzw. } \frac{3}{7} = 0,\underline{428571} 428571 42857 \dots \text{ usw.}$$

Die Dezimalbrüche haben den Vorteil, dass (vorne) problemlos auch ganze Zahlen ergänzt werden können.

Außerdem entfallen dadurch bei großen Anteilen komplizierte Größenvergleich, z. B. was ist größer

$$\frac{90}{121} \text{ oder } \frac{85}{115}?$$

Bereits ab der zweiten Dezimal-Stelle ist der Unterschied sichtbar:

$$0,743\ 801\dots > 0,739\ 130\dots$$

Auch wenn Dezimalbrüche zunächst komplexer erscheinen, sind sie dennoch in vielen Fällen übersichtlicher, d. h. höher komprimiert.

Folgerungen aus der Physik

Bereits *Schüler* gehen heute mit der *Exponential- und Logarithmusfunktion* fast selbstverständlich um.

Sie sind ja auf allen „wissenschaftlichen“ *Taschenrechnern* unmittelbar nutzbar.

Doch wie und aus welchen *Gründen sie entstanden*, entzieht sich weitgehend der geschichtlichen Fachliteratur.

Zahlen und Funktionen sind unmittelbar mit dem Rechnen und Messen verknüpft.

So könnte eine Interpretation aus der *Sicht der Physik* wertvoll sein.

Im semantischen Sinne gibt es dazu wohl nur das fünfzig Jahre alte Buch von HUBERT SCHLEICHERT [15].

Daraus ergeben sich drei z. T. etwas unübliche Aussagen:

1. Von den mathematischen Operationen sind *nur* die *Addition* und *Subtraktion* physikalisch interpretierbar.
Doch gültig ist das *nicht für alle Messwerte*, z. B. für die Temperatur, notwendig ist eine *Intervall-Skala*.
2. Alle Messwerte sind nur *quasi-kontinuierlich* (endliche Stellenzahl), nicht mathematisch kontinuierlich.
Denn jeder Messwert ist immer mit einem *Fehler* behaftet, zumindest gilt die HEISENBERG-Unschärfe.
Daher lässt sich echte Kontinuität experimentell nicht nachweisen.
3. *Messungen* sind immer – wenn auch nicht experimentell – unendlich oft *wiederholbar*.

Zur physikalischen Einführung der *Multiplikation* wäre formal ein Übergang von der Länge zur Fläche denkbar.

Doch zu beiden gehören bereits *unterschiedliche Maßeinheiten*.

Für *Maßeinheiten* – aber nicht für Messwerte – sind also *Multiplikation und Division* zulässig.

Entsprechend dem SI ist zusätzlich auch eine *Potenzierung* – aber nur mit *ganzzahligen* Potenzen – möglich.

Beispiele sind: *Dichte* in g/m^3 , *Beschleunigung* in m/s^2 und die *Gravitationskonstante* $G = 6,6726 \dots \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{g}^2$

Jedoch *Exponentialfunktion, Wurzel* und *Logarithmus* sind physikalisch inhaltlich nicht erreichbar.

Sie ergeben *keinen physikalischen Sinn*.

Schach-Anekdote und Potenzieren

Der indische Herrscher SHIHRAM hat seine Untertanen tyrannisiert und stürzte so sein Land in Not und Elend. Der weise Brahmane SISSA, DAHERS Sohn entwickelte deshalb das Schachspiel, s. [16].

So errang ohne seinen Zorn zu entfachen die Aufmerksamkeit des Königs und wies ihn auf seine Fehler hin. In diesem Spiel kann der König nämlich nichts ohne Hilfe anderer Figuren und auch Bauern ausrichten.

SHIHRAM wurde hierdurch milder und weiser, ließ das Schachspiel verbreiten.

Schließlich wollte er sich bei SISSA bedanken und gewährte ihm einen freien Wunsch.

Dieser wünschte sich „nur“ Weizenkörner:

Auf das erste Feld eines Schachbretts wünschte er sich 1 Korn.

Auf das zweite Feld 2 Körner, auf das dritte 4 usw. immer doppelte viele auf das jeweils nächste Feld.

Doch der Rechenmeister des Königs musste sehr lange rechnen und erhielt schließlich eine riesige Zahl.

Es ergaben sich $2^{64}-1 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615$ Weizenkörner.

Das ist viel mehr als die heutige Weltproduktion an Weizen.

Eine dafür erforderliche Wagenkolonne würde mehre 100 000-mal um die Erde reichen.

Jedoch der Rechenmeister machte SHIRAM einen guten Vorschlag.

So entschied der nun sanfte König, SISSA ibn DAHIR solle sich einfach selber Korn für Korn abzählen.

Wachstum

Die Vermehrung von Lebewesen erfolgt in Generationsfolgen (einfache *Wachstumsfunktion*).

In einer Generation mögen y_0 Lebewesen existieren. In ihrer Lebenszeit erzeugen sie a -mal soviel Nachkommen.

Nach n (ganzzahlig) Generationen gibt es dann y_n Lebewesen (potenzhaftes Wachstum):

$$y_n = y_0 \cdot a^n.$$

Ein ähnlicher Verlauf gilt beim *Zinseszins*, wenn die Zinsen dem Kapital hinzugefügt und erneut verzinst werden.

Hierbei ist a durch den Zinssatz p gemäß $a = 1 + p/100$ zu ersetzen.

Bei einem Anfangskapital K_0 ergibt sich dann nach n Jahren das Kapital $K_n = K_0 a^n$.

Bei diesem potenzhaften Wachstum entsteht schließlich immer ein *extremer steile Anstieg*, so wie bei der Schach-Anekdote.

DIETRICH DÖRNER (*1938) zeigte in [17], dass hierbei unsere anschaulichen *Vorstellungskraft* überschritten wird. So entstehen dabei fast immer *falsche Einschätzungen* und *Entscheidungen*.

In der Praxis wird das steile Wachsen jedoch irgendwann durch *begrenzte Ressourcen* begrenzt (s. u.).

Irrationale Zahlen

Es gibt irrationale Zahlen, bei denen die Dezimalschreibweise nie abbricht und auch keine Periodizität auftritt. Für ihre exakte Darstellung werden also immer unendlich viele Stellen benötigt.

Bereits die Pythagoreer erkannten das $\sqrt{2}$ eine (derartige) ungewöhnliche Zahl ist.

Der Verräter dieses Sachverhaltes, soll deswegen im Schiffsbrauch umgekommen oder ermordet worden sein.

Zwei besonders wichtige irrationale Zahlen sind $\pi = 3,14\dots$ und $e = 2,718\dots$

Während π eindeutig mit dem Kreisinhalt zusammenhängt, ist die Geschichte von e unsicher.

Sie reicht bis ins 16. Jh. zurück. Sie ist die erste Zahl, die nur durch Grenzwerte (ganzzahlige n) definiert wurde

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \approx 2,718281828459045\dots$$

Aus nicht unmittelbar einsichtigen Gründen wurde sie 1727 von LEONHARD EULER (1707 – 1783) eingeführt. Allgemein wird angenommen, dass EULER e nicht aus Eitelkeit wählte.

Die Buchstaben a bis d wurden in der Mathematik vielfältig benutzt, e war der erste frei verfügbare Buchstabe.

Auch der Bezug zu **exponentiell** ist möglich: *Lateinisch **exponare*** öffentlich, ausstellen, darlegen, preisgeben.

Ferner wird der Bezug zu **Exponat** (Ausstellungsstück) genannt [18].

Der Begriff „Exponent“ wurde 1554 von MICHAEL STIFEL (Styfel oder Stieffel) (ca. 1487 – 1567) eingeführt.

Heute kann e auf vielfältige Weise, jedoch immer nur als Grenzwert definiert werden, z. B.:

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt[n]{n!}} \quad \text{oder als unendliche Reihe} \quad e = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}.$$

Nebenbei!: e ist auch bei der **Integral- und Differentialrechnung** wichtig: $de^x/dx = e^x$ und $\int e^x \cdot dx = e^x + C$.

Exponentielles Wachstum

Der Übergang von der Potenzierung zur **Exponentialfunktion** ist relativ leicht nachzuvollziehen.

Mit $y = e^a$ folgt nämlich aus $z = y^x \rightarrow z = e^{ax}$. Hierin beträgt $a = \ln(y)$; (Für Logarithmus s. u.!)

So geht die Potenzfunktion in die Exponentialfunktion über.

Aus dem potenzhaften Wachstum ergibt sich das weitaus mehr benutzte **exponentielle Wachstum**.

Mittels Differential-Rechnung kann ständiges und begrenztes Wachsen hergeleitet werden.

Für die Anzahl N gilt im Laufe der Zeit mit einer Zuwachskonstante α

$$\frac{dN}{dt} = \alpha \cdot N(t).$$

Durch Integration folgt daraus ein **unbegrenztes exponentielles Wachstum** mit den Startwerten t_0 und N_0

$$N = N_0 \cdot e^{\alpha \cdot (t - t_0)}.$$

Berühmt ist hierfür das Gesetz von GORDEN MOORE (*?) (Electronics Magazine 38 (1965) S. 114 - 117).

Danach verdoppeln sich etwa alle 18 Monate

die Zahl der Transistoren, die Fläche der Chips und die Feinheiten der Strukturen.

Dieses Wachstum dürfte etwa ab (um) 2015 die technologisch mögliche Grenze erreicht haben.

Sehr große und kleine Zahlen

Bei Betrachtungen der Natur und bei Berechnungen können leicht sehr ungewöhnliche Zahlen auftreten.

Ein Beispiel dafür ist die obige Schach-Legende mit 18 446 744 073 709 551 615 Weizenkörnern.

Für solche Fälle ist die wissenschaftliche Zahlendarstellung gemäß $1,8466 \dots \cdot 10^{17}$ wesentlich geeigneter.

Hier steht nach der 1. Ziffer ein Komma und es werden meist nur einige „gültige“ Ziffern aufgeführt. (s. u.)

Die dann folgende Hochzahl (¹⁷) weist dabei aus, dass beim Komma eigentlich zunächst noch 17 Ziffern folgen.

So ist viel schneller, eigentlich unmittelbar (also *komprimiert*) die Größenordnung der Zahl zu erkennen.

Diese Methode ist auch für *sehr kleine* Zahlen nutzbar.

So beträgt die Ruhemasse eines Elektrons $m_e = 9,109 \dots \cdot 10^{-28}$ g. 28 Nullen

Das bedeutet, dass vor der Zahlenfolge eigentlich 28 Nullen stehen müssten: 0,000...000 9109...

Viele Zahlen-Werte beruhen auf Messungen, die stets mit *begrenzter Genauigkeit* erfolgen.

Mit den üblichen Waagen können Massen um einige kg bestenfalls auf 1 g genau bestimmt werden.

Längere Zahlenangaben würden dann etwas „Gültiges“ vortäuschen.

Deshalb geben Messtechniker (u. a. Physiker) immer die Messgenauigkeit mit an, z. B. $2456 \pm 0,5$ g.

Dabei werden nur die gesicherten (genauen,) „gültigen“ Ziffern (2,456) benutzt.

Solche Angaben werden leider – obwohl sehr dringend erforderlich – bei statistischen Angaben oft „vergessen“.

Es sei noch erwähnt, dass es auch eine *technische Zahlenschreibweise* gibt.

Vor dem Komma stehen hier 1 bis 3 Ziffern und der Exponent (Hochzahl) ist immer ein *Vielfaches von 3*

So ist automatisch (im Sinne einer Komprimierung) der Übergang zu den *Vorsätzen des SI* gewährleistet.

Das sind u. a. $\mu = 10^{-6}$, $m = 10^{-3}$, $k = 10^3$ und $M = 10^6$. Mehr Details s. [20].

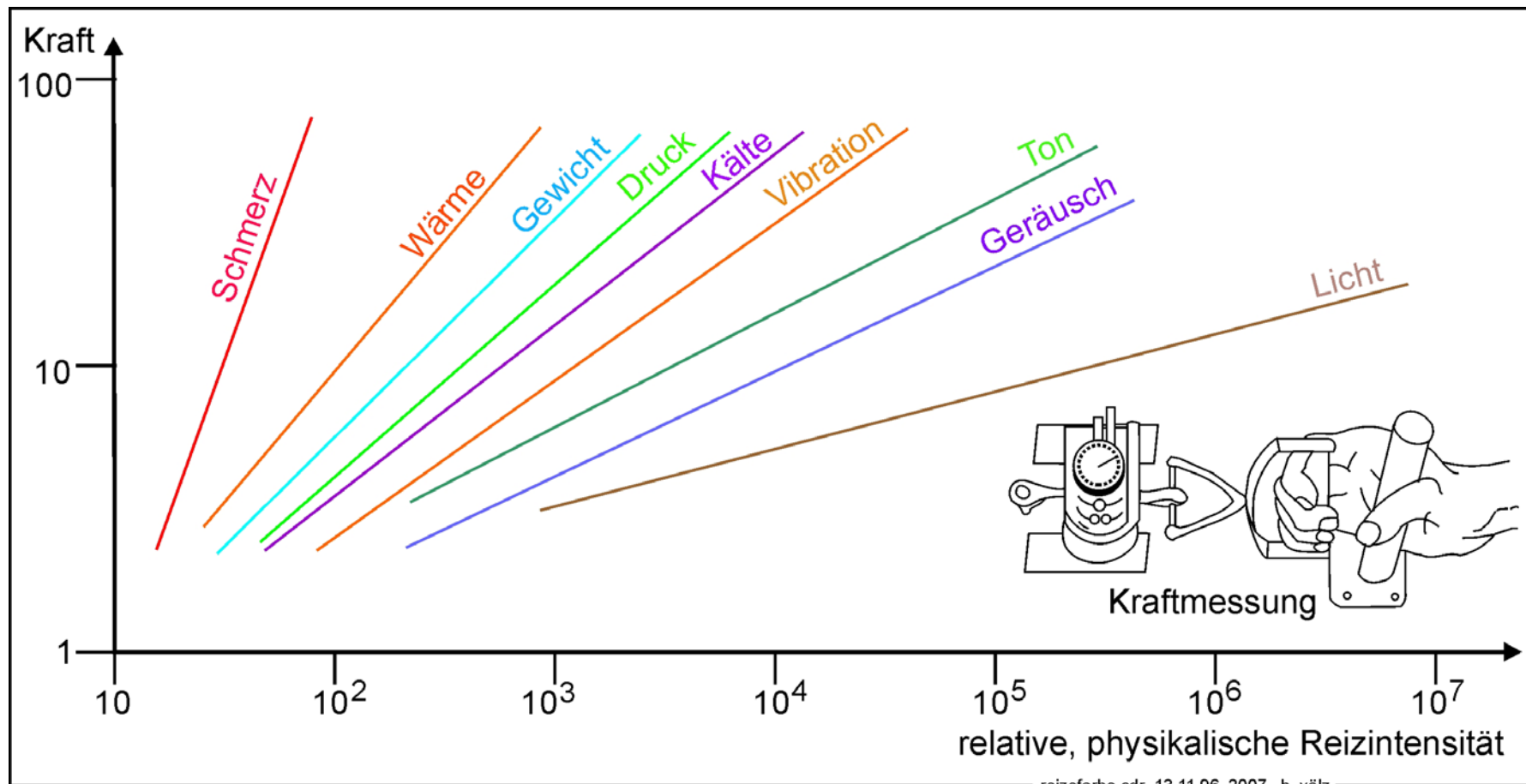
Anwendung auf unsere Sinneswahrnehmungen

Für unsere Sinneswahrnehmungen gilt das WEBER-FECHNERSche Gesetz:

GUSTAV THEODOR FECHNER (1801 - 1887) und ERNST HEINRICH WEBER (1795 – 1878)

Die subjektiven Empfindungen (Wahrnehmungen) sind proportional dem Logarithmus des auslösenden Reizes.

Für eine additive Änderung der Wahrnehmung muss sich der Reiz also exponentiell ändern.



Begrenztes Wachstum

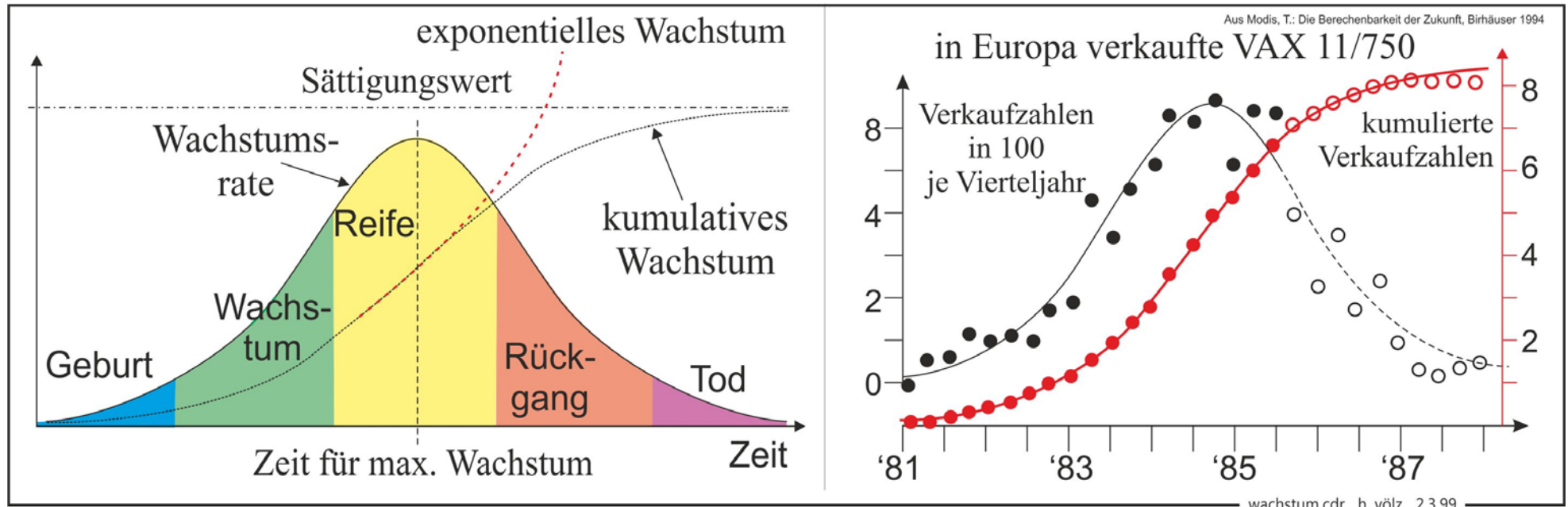
Bei ***begrenzten Ressourcen*** kann N nur den maximalen Wert M erreichen.
So ergibt sich die geänderte Differentialgleichung

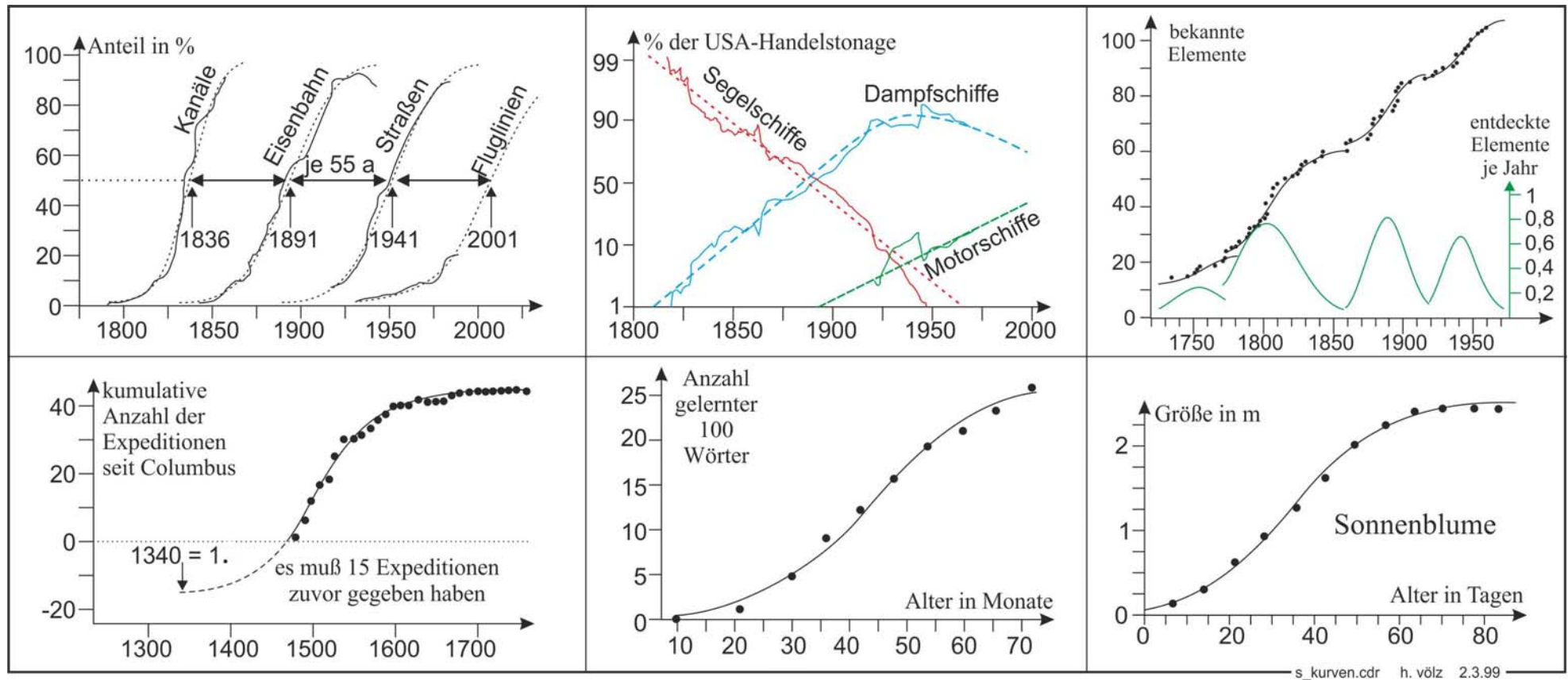
$$\frac{dN}{dt} = \alpha \cdot N(t) \cdot \frac{M - N(t)}{M} .$$

Bei einem Startwert b ergibt ihre Integration

$$N(t) = \frac{M}{1 + e^{-(\alpha \cdot t + b)}} .$$

Ihr S-förmiger Verlauf ähnelt – ohne inhaltlichen Zusammenhang – der statistischen GAUß- bzw. Fehlerkurve.
Diese so genannte logistische Kurve ist nach PIERRE FRANCOIS VERHULST (1804 – 1849) benannt.
Für das Räuber-Beute-Verhalten wurde sie erstmalig um 1926 von VITO VOLTERRA (1860 - 1940) benutzt.
Seit langem hat sich ihr Verlauf für eine gewaltige Fülle von Anwendungen bewährt.
Ein kleiner Teil davon ist in [19] systematisch zusammengetragen.
Dort sind auch viele Anwendungen und Sonderfälle betrachtet.
Hier seien nur die folgenden, von mir ergänzten und teilweise umgezeichneten Bilder benutzt.





Gelernte Wörter und Sonnenblume stehen für das typische begrenzte Wachstum.
 Beim Verkehr ist die Ersetzung durch neue Prinzipien zu beachten (55 Jahre).
 Bei den Elementen sind neue Theorien und Messmethoden entscheidend für den ablösenden Verlauf.
 Bei immer 85 % der Sättigung erscheint eine neue Technologie.
 Bei den Expeditionen ist eine erfolgreiche Rückrechnung möglich.

Zahlen-Umrechnungen und Maßstäbe

Die meisten bisherigen Betrachtungen benutzen zwei Variablen x und y um einen Wert für z zu berechnen. In einigen Fällen ist es jedoch nützlich, eine Variable z. B. y als frei wählbaren Parameter zu nutzen. Er kann dann der jeweiligen Anwendung angepasst werden. Als besonders häufige Parameter-Größe wird dabei $e = 2,71\dots$ benutzt.

Vielfach werden solche Zahlenumrechnungen für Maßstabs-Anpassungen benutzt. Dann gilt:

- **Addition/Subtraktion** bewirken eine **Skalen-Verschiebung** nach rechts oder links
- **Multiplikation/Division** **vergrößern** oder **verkleinern den Maßstab**.
- **Potenz** und **Exponentialfunktion** führen zu **nichtlinearen** Skalen.

Das gilt analog für die noch einzuführende **Wurzel** und den **Logarithmus**.

Eine außergewöhnliche Umrechnung ermöglicht die **Fakultät** $y = x!$

Sie ist nur für ganze positive Zahlen n definiert und es gilt $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$.

Eine Rückrechnung von $z = n!$ zu n ist nicht definiert.

Es gibt jedoch die **Funktion** $\Gamma(x)$ als Erweiterung auf reelle Zahlen.

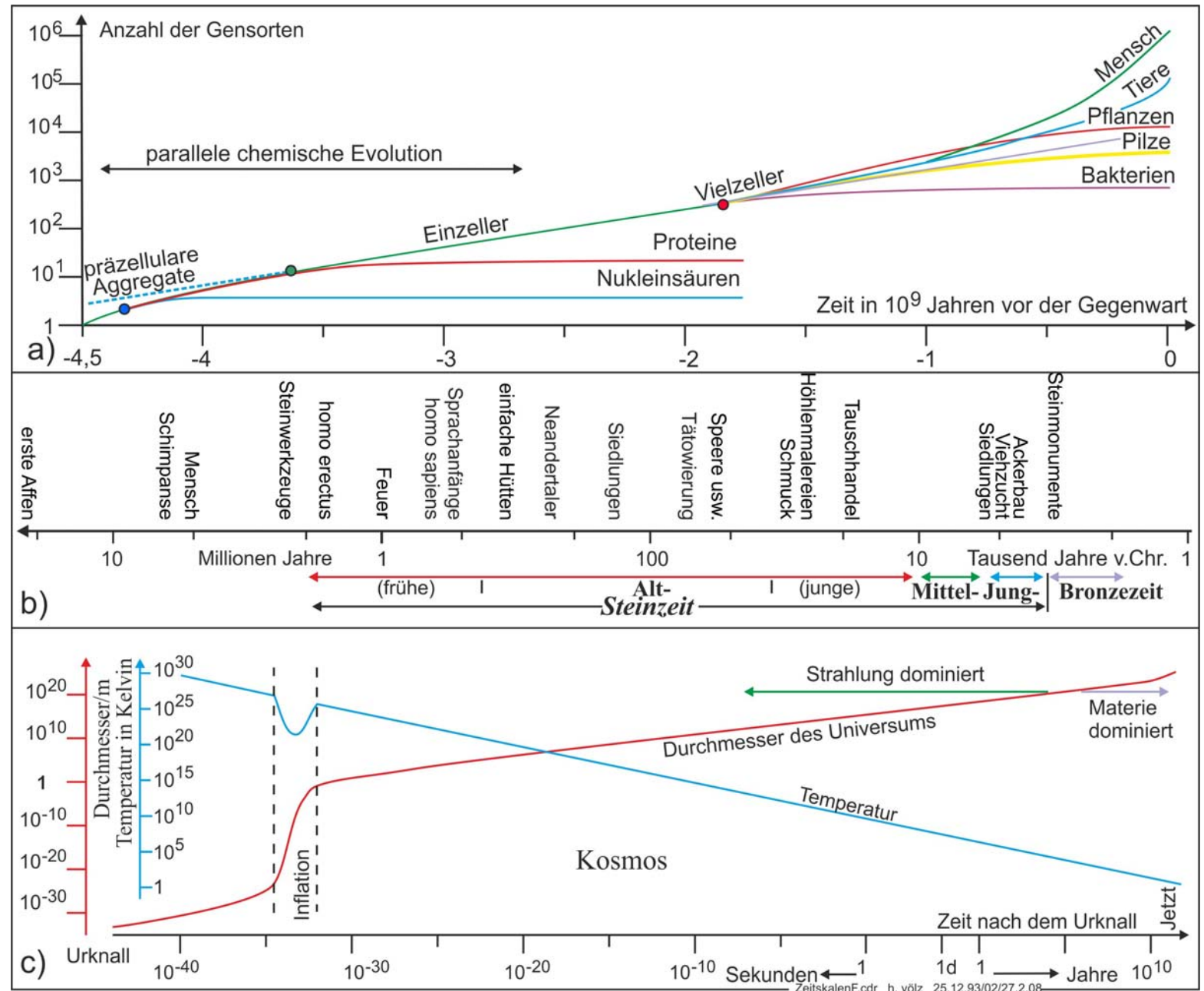
Einige Beispiele zu den Maßstäben zeigen die folgenden Bilder.

Dabei wird allerdings bereits vom noch einzuführenden Logarithmus Gebrauch gemacht.

a) enthält einen rückwärts laufenden linearen Zeitmaßstab und eine exponentielle y-Koordinate für die **Gensorten**.

b) betrifft wesentliche **Fortschritte der Menschheitsgeschichte**. Damit sie etwa gleich häufig erscheinen ist eine logarithmische Zeitachse erforderlich.

c) Zur **Evolution des Weltalls**. In der üblichen Darstellung erfordert sie eine völlig ungewöhnliche Zeitachse. Gemäß [21] ist sie jedoch eventuell erheblich zu korrigieren.

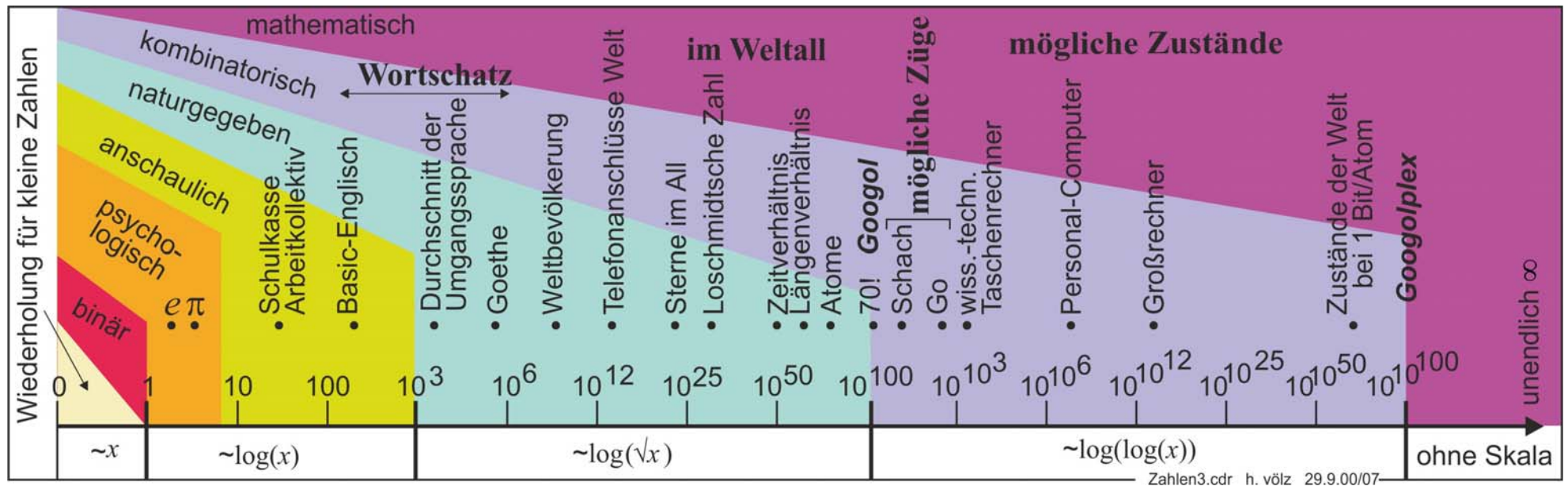


Die Vielfalt der Zahlen

Bei **allen möglichen Zahlen**, u. a., auch des Weltalls und der Kombinatorik sind mehrere Zeitskalen erforderlich. Sie entsprechen dabei sechs unterschiedlich zu behandelnden Zahlen-Bereichen:

binär, psychologisch, anschaulich, naturgegeben, kombinatorisch und mathematisch.

Das ist genauer in [20] untersucht.



Zum Umgang mit Frequenzen

Die Entstehung und Nutzung von *Wurzel* und *Logarithmus* ist recht kompliziert und schwierig zu begründen. Deshalb erfolgt hier zunächst eine kurze Einfügung bezüglich der Nutzung von Frequenzen (s. folgendes Bild).

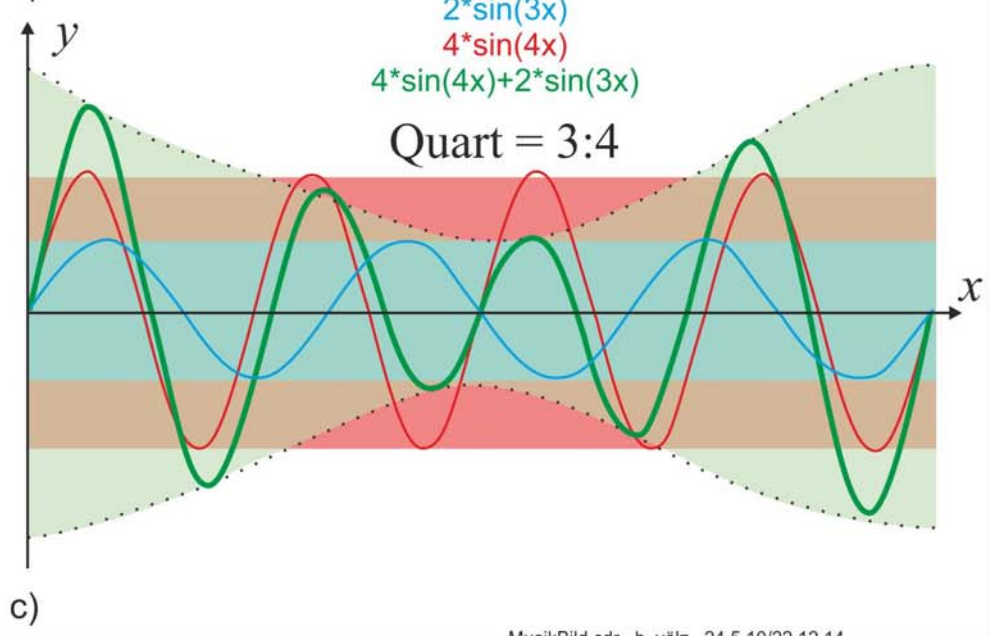
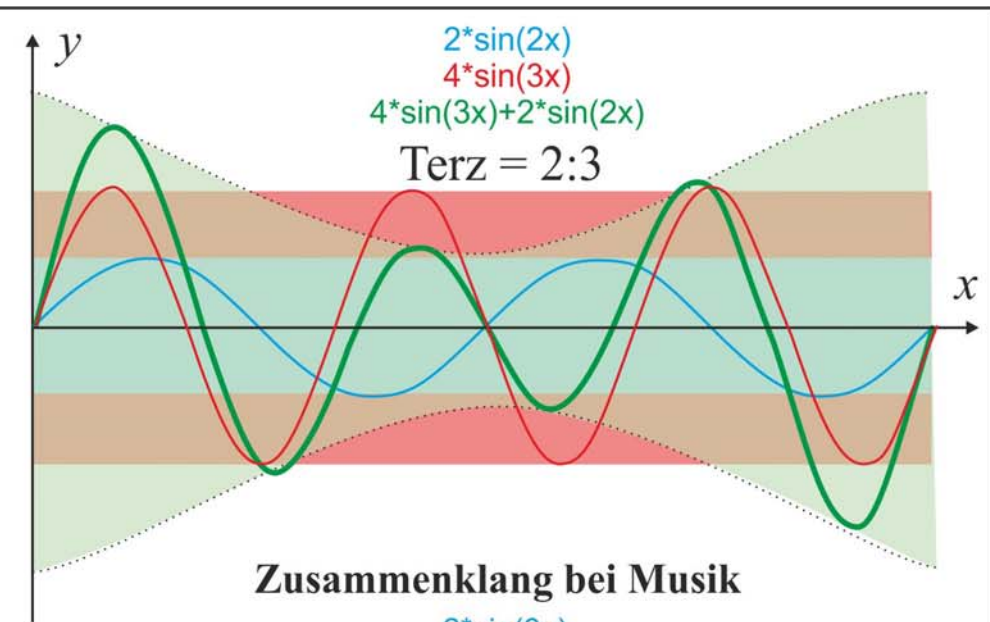
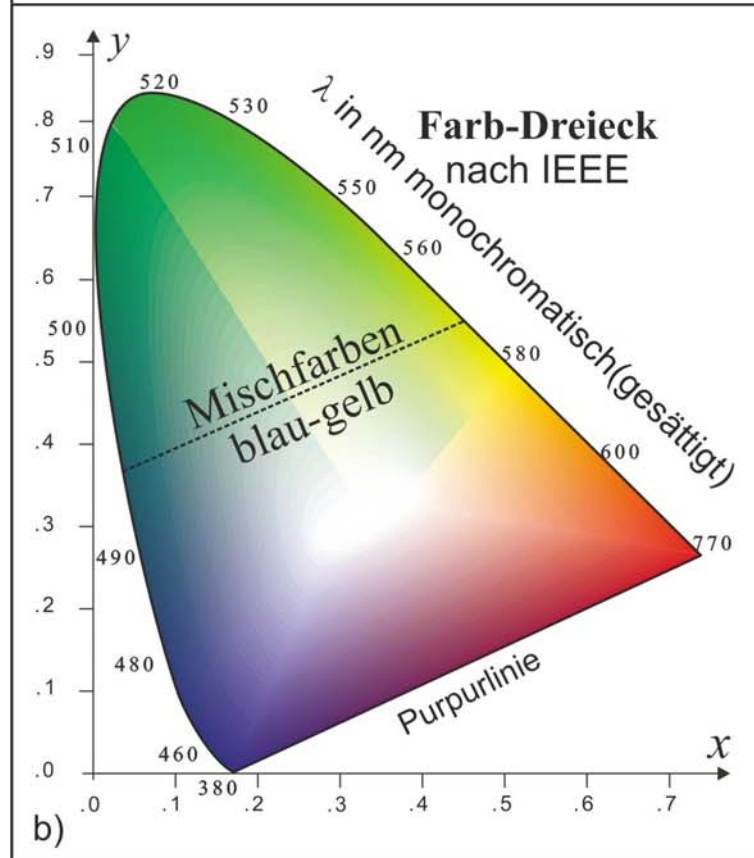
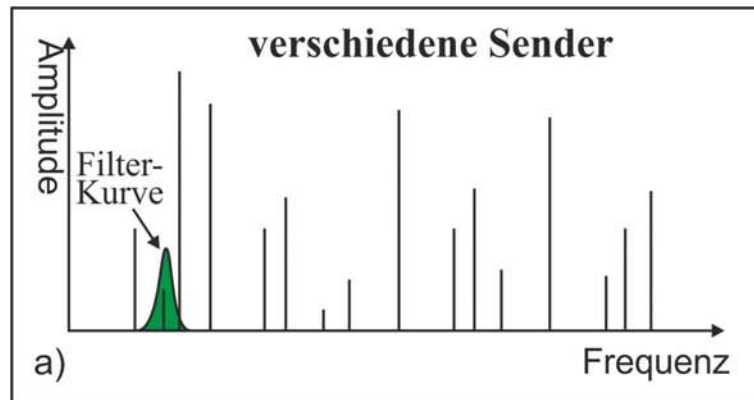
Bei Rundfunk-, Fernseh-*Sendern* usw. wird zum Empfang immer *eine Sendefrequenz* möglichst exakt ausgefiltert. Andere Frequenzen, von denen noch Reste erhalten bleiben, treten als *Störung* in Erscheinung.

Die *gesättigten Farben* sind (als Randkurve) *monochromatisch* im Bereich von 380 (blau) bis 770 nm (rot). Durch Addition (Überlagerung, Mischung) entstehen aus ihnen alle anderen (*Misch-*) *Farben* des Farbdreiecks.

In der *Musik* besteht ein Ton aus einer Frequenz und deren Oberwellen. So ergibt sich u. a. der Klang verschiedener *Instrumente*.

Für musikalische *Klänge* (Akkorde, Dreiklänge usw.) stehen die einzelnen Frequenzen in einem festen *Verhältnis*. Dieses ist *ganzzahlig* und relativ klein, z. B. Oktave 1:2, Terz 2:3, Quarte 3:4 und Quinte 4:5.

Bei der *Überlagerung* wird die Amplitude der höheren Frequenz indirekt *zeitlich verändert* (Schwebung). Nur solange das ganzzahlige Verhältnis beider Zahlen nicht zu groß ist, ergibt sich ein „*Wohlklang*“.



Zur Musik-Theorie

PYTHAGORAS (570 – 500 v. Chr.) entdeckte den Zusammenhang zwischen Tonhöhe und Länge der Saite.

Die **Pythagoreer** entwickelten die Tonleiter mit 5 Tönen in der Oktave.

Im 9. Jh. entstanden dann die **12 Kirchentonarten** und im 17. Jh. die **Dur-** und **Moll-Tonleitern**.

Zu jeder der vielen (tonalen) Tonleitern gehören je Oktave 8 angepasste Töne mit Terzen, Quartan, Quinten usw. Auf einem entsprechend gestimmten Instrument war daher **nur die jeweilige Tonart** zu spielen.

1691 schuf ANDREAS WERKMEISTER (1645 – 1706) die **temporierte** bzw. harmonische **Tonleiter** (Skala).

Diese Vereinfachung lässt alles Umstimmen vermeiden. **Jede Tonart** kann unmittelbar **gespielt** werden.

Das ist eine hohe Komprimierung der musikalischen Möglichkeiten

Die Oktave enthält hierbei 12 Töne bei ausschließlich **gleichgroßen Intervallen**

Das **Verhältnis von zwei benachbarten Tönen** beträgt dabei genau $a = \sqrt[12]{2} \approx 1,05946$.

Mehrere Töne der temporierten und tonalen Tonleitern stimmen exakt überein.

Bei den anderen ist die Abweichung so gering, dass sie nur selten hörbar ist.

Die maximale Abweichung, das **pythagoreische Koma** beträgt 23,46 Cent. $1 \text{ Cent} = \sqrt[1200]{2} = 1,000\,577\,789\,506\,55$

Mit dem „**Wohltemperierten Klaviere**“ (1722 – 1744) bewies JOHANN SEBASTIAN BACH (1685 – 1750) die volle Anwendbarkeit und Nützlichkeit der temporierten Skala.

Im 19. Jh. entwickelte u. a. ARNOLD SCHÖNBERG (1874 – 1951) die **Zwölftontechnik**.

Sie hat nur wenig mit den 12 Tönen der temperierten Stimmung gemeinsam.

Nacheinander müssen genau 12 irgendwie ausgewählte Töne als Reihe erklingen.

Erst dann können diese Töne erneut als Reihe, in teilweise abgeänderter Abfolge und variiert erklingen.

Mehr Details u. a. in [2] S. 190 ff.

Anwendungen der Wurzel

Die Abfolge der Töne bei der temperierten Skala entspricht der Potenzierung (wiederholten Multiplikation) mit dem Faktor $a \approx 1,05946$

Er ähnelt also dem **Zinseszins** bzw. der **Verdopplung** der Körner der Legende des Schachspiels. Jedoch wurde in diesem Fall das a erst sekundär so bestimmt, dass genau zwölf Töne zur Oktave mit 1:2 führen. Das ist eine ähnliche Rechnung, wie wenn zu einem Würfel oder Quadrat die Seitenlänge l bestimmt wird. Beim Volumen V des Würfels gilt $l = \sqrt[3]{V}$; bei der Fläche F des Quadrates $l = \sqrt[2]{F}$.

Allgemein gilt für $z = y^x$ die Umkehrung $y = \sqrt[x]{z}$; dabei muss x jedoch **ganzzahlig** sein

Der Logarithmus

Beim **Logarithmus** wird aus der Potenzrechnung nicht y sondern x bestimmt: $x = {}_y\log(z)$.
Dabei ist dann y die Basis des Logarithmus. Sie muss dazu in der Regel **fest vorgegeben** sein.
Mit $y = e \approx 2,71 \dots$ entsteht der natürliche Logarithmus **$\ln(z)$** und für $y = 10$ der BRIGG-sche **$\log(z)$** .
Seltener wird für $y = 2$ der binäre Logarithmus **$\lg(z)$** benutzt. Er ist für die SHANNON-Entropie wichtig.

Prinzipiell ist der Logarithmus für jede positive Basis y möglich.
Die Umrechnung auf eine vorhandene Basis (z. B. $y = e$ bei $\ln$) geschieht dann einfach gemäß

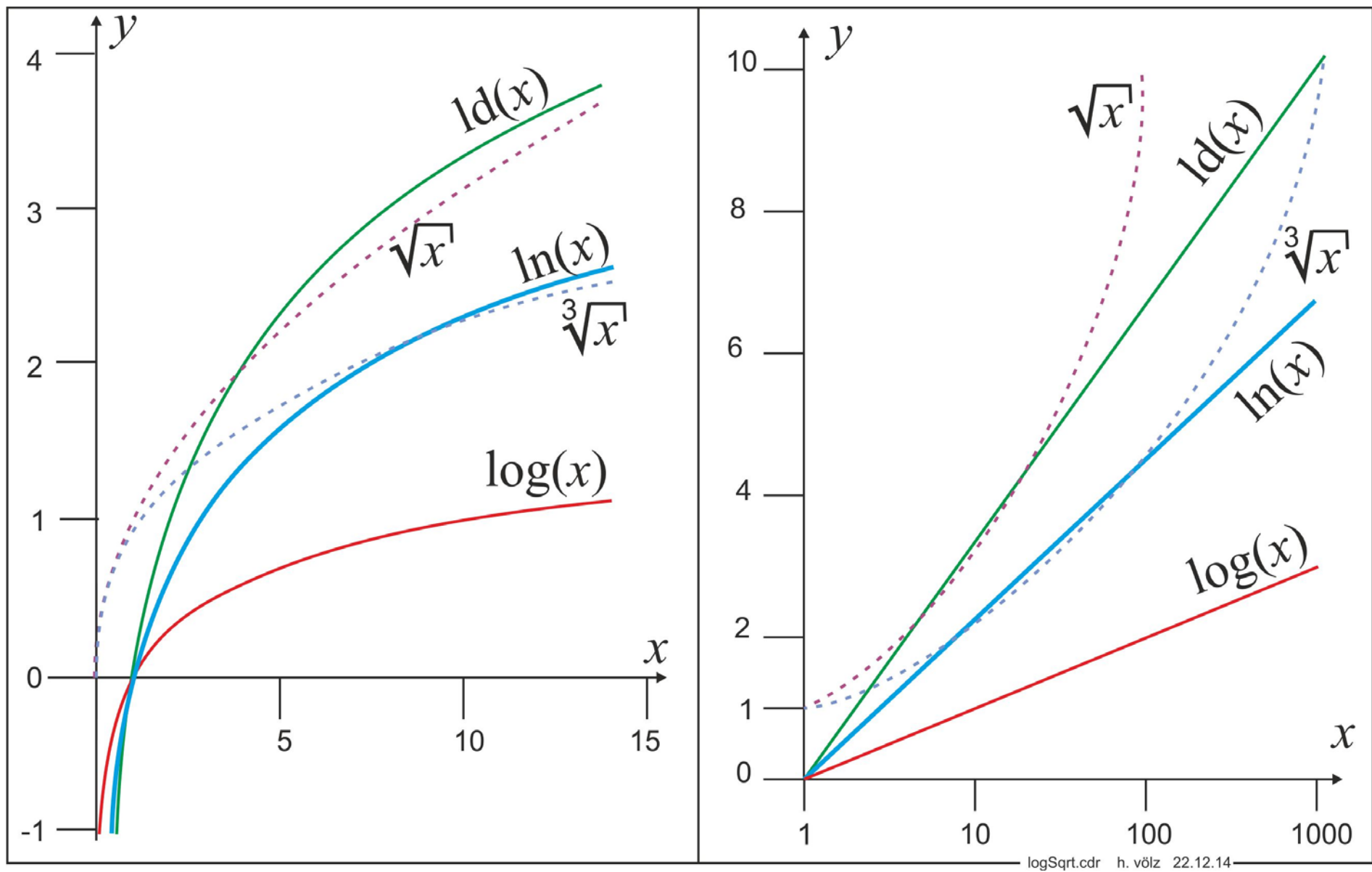
$${}_y\log(z) = \frac{\ln(z)}{\ln(y)} = \frac{\log(z)}{\log(y)}.$$

Für die praktikable Anwendung ist eine Formel besonders wichtig

$$\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$$

Sie ermöglicht die Rückführung der Multiplikation auf die Addition.
Noch vor wenigen Jahrzehnten erfolgte das mit den **Logarithmentafeln** und dem **Rechenschieber**.

Zur Einführung des Logarithmus aus anderer, allgemeiner Sicht s. auch [22].



Geometrische Funktionen

In der Natur und Technik kommen viele, sich *wiederholende Ereignisse* und *Prozesse* vor.

Beispiele sind Tag-Nacht, die Jahreszeiten, Atmung und Pulsschlag und Räder.

Vielfach entstehen sie durch *Rotation*, daher ist der sich verändernde *Winkel α* wichtig.

Für dazu gehörende *Längen* sind dann die *harmonischen Funktionen*, hauptsächlich *sin*, *cos* und *tan* wichtig.

Sie können *nur mittelbar* aus den bisher behandelten arithmetischen Funktionen gewonnen werden.

Ihre Berechnung erfolgt vorwiegend über *Reihen* der Form:

$$y = a_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i .$$

Generell lassen sich auf diese Weise *alle möglichen* (auch die arithmetische) *Funktionen* berechnen.

Hierzu sind nur die „passenden“ *Koeffizienten* a_i notwendig, von denen auch einige Null sein können.

Nicht nur in diesem Sinne sind alle bisher behandelten und sonstigen Funktionen eine *Komprimierung*.

Dies wird dann noch deutlicher, wenn diese Funktionen im (Taschen-) Rechner implementiert sind.

Bei Computern sind sie im *arithmetischen Prozessor* fest (und genormt) eingebaut.

Dies erfolgt aber nicht mittels Reihen sondern per *CORDIC-Algorithmen*, vgl. [23].

Mathematik und Welt

Die bisher behandelten *Funktionen* ersetzen stark komprimiert entsprechende Rechenabläufe.

Doch aus und mit ihnen lassen sich *komplizierte Formeln* bilden.

Sie ersetzen dann u. a. *hoch verdichtet (komprimiert)* entsprechendes Geschehen ersetzen.

Die Weiterentwicklung führt zur *mathematischen Berechenbarkeit*, z. B: als TURING-Automat usw.

Dann folgen konsequent *Algorithmen, Axiomssysteme* usw. (s. Geschichten erzählen).

Hierzu gehören zumindest teilweise auch die *Programmiersprachen* und *Codierungen*.

So ergibt sich in etwa die Aussage, die Natur, bzw. Gott „*denken*“ *mathematisch*.

Aus der *Anwendung* dieser „Gesetze“ entwickelt sich (zumindest teilweise) konsequent die *hoch komplexe Welt*.

Nicht ganz so „einfach“ sind hierbei *Quantengesetze* zu realisieren.

Dennoch gelten auch hier *Formeln*, aber eben nur *statistisch*.

Zusammenfassung

Die *Welt und selbst Teile von ihr* sind gewaltig komplexer als unser *Gehirn*

Das gilt für die *Speicherkapazität* und *Datenrate*.

Deshalb sind Verfahren zur *Komprimierung notwendig, ja lebenswichtig*.

Im Verlaufe der *Menschheitsgeschichte* sind daher *8 Varianten* entstanden.

1. Die *Vielfalt der Natur* entsteht aus *einfachen grundlegenden „Gesetzen“* in denen alles komprimiert vorhanden ist. Hier ist die *W-Information* entscheidend.
2. *Mittels Zeichen für Objektives* ist uns eine deutlich einfachere Informationsverarbeitung möglich. Hier beginnt die *Z-Information*, die sich umfangreich anwenden lässt.
3. Die *Sprache* ermöglicht eine bessere *Kommunikation mit anderen Individuen*; leistungsfähige *größere Gruppen*.
4. Die Sprache ermöglicht weiter die Methoden der *Klassifikation und Axiomsysteme*.
5. Die *Speicherung* der Sprache als Schrift, ermöglicht „*Verweise*“ (links) die unser *Gedächtnis* erheblich entlasten.
6. Mit dem *Zählen, Rechnen* und *Speichern* werden unsere *geistigen Verarbeitungsgrenzen* erheblich überschritten.
7. Durch die *Computertechnik* wird vieles der „*Automatik*“ übertragen. Ab hier wird die *V-Information* wirksam.
8. Durch die *Elektronik* gehen wir schließlich mit *Daten und Dateien* um. Gewisse Grenzen lassen sich hierdurch mit der *S-Information* abgrenzen.

Möglichkeiten und Grenzen der *Dekomprimierung* sind wichtige Eigenschaften der unterschiedlichen Komprimierung.

Anmerkung: Wie *Quantentheorie* und *Q-Information* in diesem Kontext einzubeziehen ist, muss noch geklärt werden.

Hinweis

im 3. Teil werden die technischen Anwendungen behandelt
Sie betreffen hauptsächlich die Komprimierung von kontinuierlichen und digitalen Signalen.

Literatur

- [0] Völz, H.: Wissen - Erkennen - Information. Allgemeine Grundlagen für Naturwissenschaft, Technik und Medizin. Shaker Verlag, Aachen 2001
- [1] Völz, H.: Handbuch der Speicherung von Information Bd. 1 - Grundlagen und Anwendung in Natur, Leben und Gesellschaft. Shaker Verlag Aachen 2003
- [2] Völz, H.: Handbuch der Speicherung von Information Bd. 2 - Technik und Geschichte vorelektronischer Medien. Shaker Verlag Aachen 2005
- [3] Völz, H.: Handbuch der Speicherung von Information Bd. 3 - Geschichte und Zukunft elektronischer Medien. Shaker Verlag Aachen 2007

Diese ersten 4 Bände sind auf der CD zusammengefasst:

- Völz, H.: Wissen - Erkennen - Information. Datenspeicher von der Steinzeit bis ins 21. Jahrhundert. Digitale Bibliothek Bd. 159, Berlin 2007
- [4] Mater, E.: Rückläufiges Wörterbuch der deutschen Gegenwartssprache. Ausgabe auf CD-ROM, 2000
- [5] Haarmann, H.: Universalgeschichte der Schrift. Campus Verlag. Frankfurt a. M. 1990
- [6] Doblhofer, E.: Die Entzifferung alter Schriften und Sprachen. Reclam, Leipzig 2000
- [7] Bodner, F.: Die Sprachen der Welt. Kiepenheuer, Köln - Berlin o. J. (engl. Original: The Loom of Language)
- [8] Barrow, J. D.: Ein Himmel voller Zahlen - Auf den Spuren mathematischer Wahrheit Spektrum-Verlag. Heidelberg - Berlin - Oxford, 1994
- [9] Bebedikt, H. E.: Die Kabbala. Verlag H. Bauer, Freiburg im Breisgau 1986
- [10] Faulmann, C. Schriftzeichen und Alphabete (original Wien 1880) Weltbild, Augsburg 2003
- [11] Ifrah, H.: Universalgeschichte der Zahlen, Campus-Verlag, Frankfurt/New York 1986
- [12] Wells, D.: Lexikon der Zahlen. Fischer Logo. Frankfurt a. M. 1990
- [13] Rucker, R.: Der Ozean der Wahrheit - über die logische Tiefe der Welt; Fischer Logo; Frankfurt/M. 1990

- [14] Ifrah, H.: Universalgeschichte der Zahlen, Campus-Verlag, Frankfurt/New York 1986
- [15] Schleichert, H.: Elemente der physikalischen Semantik. Oldenbourg, Wien – München 1966
- [16] Ifrah, G.: Universalgeschichte der Zahlen, Campus Verlag, Frankfurt/Main, New York 1986
- [17] Dörner, D.: Die Logik des Mißlingens - Strategisches Denken in komplexen Situationen. rororo, Reinbek bei Hamburg, 1992
- [18] Gericke, H.: Mathematik in Antike und Orient. Fourier, Wiesbaden 1992
- [19] Modis, Th.: Die Berechenbarkeit der Zukunft. Birkhäuser Verlag. Basel – Boston – Berlin 1994
- [20] Völz, H. u. Ackermann, P.: Die Welt in Zahlen und Skalen, mit, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg - Berlin - Oxford, 1996
- [21] Völz, H.: Maßstäbe für die Zeit. Shaker Verlag, Aachen 2014
- [22] Völz, H.: Kontinuierliche Digitaltechnik. Shaker-Verlag. Aachen 2008
- [23] Völz, H.: CORDIC und ähnliche Algorithmen der elementaren Funktionen mit besonderer Eignung für Mikrorechner. Nachrichtentechnik-Elektronik 33 (1983) 12, 506-510