

Opulenz oder Inhaltsreichtum von Wirklichkeit, Informatik, Zufall und Mathematik

Am 10. und 17.11.2010 hielt ich an der HU-Berlin, Medienwissenschaften Vorträge zu

Kompliziert $\Leftrightarrow$ komplex $\Rightarrow$ Komplexität Versuch einer Erklärung der Eigenschaften und Möglichkeiten

Dazu lag ein deutlich umfangreicheres Material vor (dort auch Literaturangaben); es ist weiterhin herunterladbar:
aes.cs.tu-berlin.de/voelz/PDF/Komplexneu.pdf

Vortrag und Diskussionen zwangen mich zu gründlichem Überdenken und Überarbeiten
Das nun vorliegende Ergebnis fasst in stark gekürzter Form das Ergebnis zusammen
Es ist als Inhaltsreichtum.pdf von der o. g. Seite herunterladbar
Zur Vertiefung ist jedoch weiterhin das o. g. Material nützlich oder gar notwendig
An mehreren Stellen, auch in Bildern ist mein teilweise veränderter Standpunkt zu erkennen

Lateinisch opulentia Reichtum, Üppigkeit, Macht, Überfluss
Äquivalente Begriffe für Opulenz bzw. Inhaltsreichtum könnten *Inhaltsweite* und *content-width* sein

Email: [hvoelz\(at\)fpk.tu-berlin.de](mailto:hvoelz(at)fpk.tu-berlin.de) bzw. [h.voelz\(at\)online.de](mailto:h.voelz(at)online.de)
Prof. Dr. Horst Völz, Koppenstr. 59, 10243 Berlin, Tel./Fax 030 288 617 08

Zum Inhalt

1. *Ausgangspunkt* ist der *übliche umgangssprachliche* sowie *wissenschaftliche* Gebrauch von **kompliziert, komplex und Komplexität**
Die drei Begriffe werden *verallgemeinert bzw. eingeengt definiert*
2. Zur Vorbereitung wird ihre *Messbarkeit* eingeführt und angewendet
3. *Gedächtnis* und kompliziert
4. *Benutzte Komplexitäten*, wichtige Inhalte werde beispielhaft, kurz und kritisch referiert
5. *Entstehen* und *Reduzieren* von Komplexität
6. *Schlussfolgerungen*

Kompliziert $\Leftrightarrow$ komplex

Als Adjektive betreffen beide *Eigenschaften* von Etwas
Obwohl sie *intuitiv unterscheidbar* sind, werden sie häufig *fast synonym benutzt*

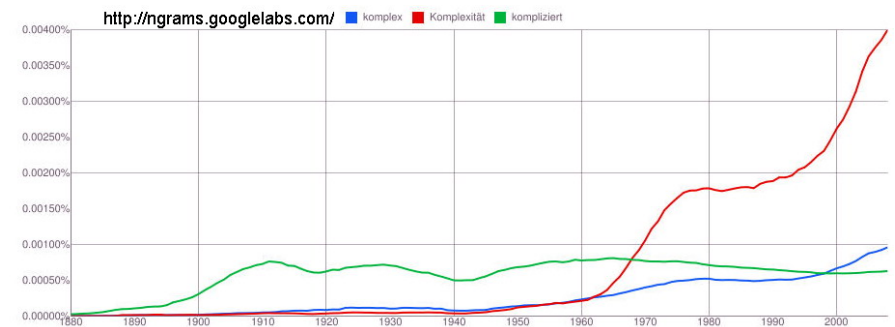
„Das ist *mir* zu **kompliziert**“
„Das ist sehr **komplex**“

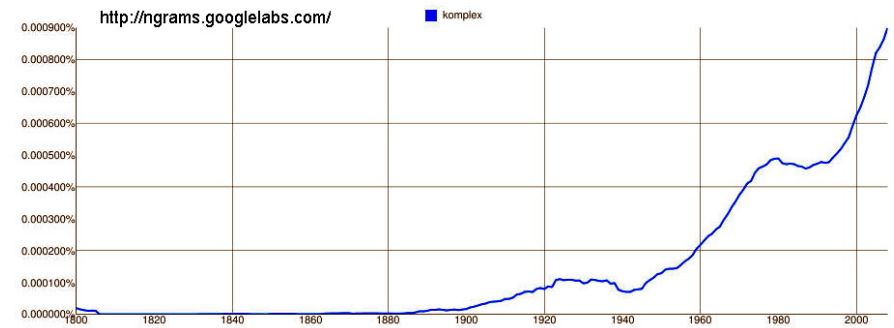
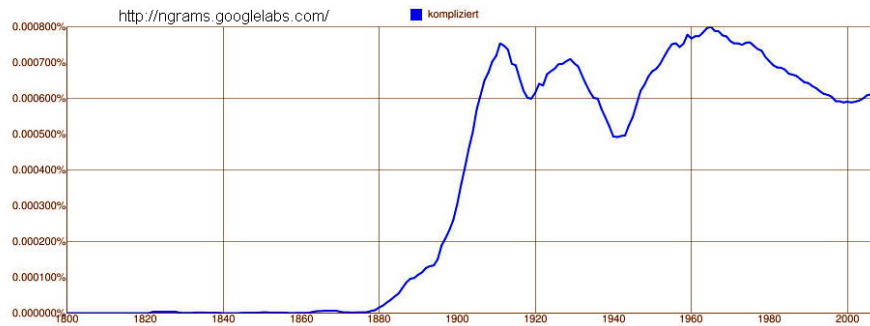
Beides kann *betreffen*:

1. *konkrete Objekte*, wie Rechner, Labyrinth, Wege zu etwas usw.
2. *Handlungen*, wie Schuhschleife oder Krawatte binden, Turnübungen, Gerätebedienungen usw.
3. *Abstrakte Inhalte*, wie Theorien, Formeln, Beschreibungen und Erklärungen

Zur Unterscheidung hilft ausnahmsweise die *Etymologie* nicht weiter

Kompliziert *lateinisch complicare* zusammenfallen, zusammenlegen, verwickeln, verwirren
Komplex *lateinisch complecti* umschlingen, umfassen, zusammenfassen
complexus das Umfassen, die Verknüpfung $\Rightarrow$ philosophisch $\approx$ Dilemma





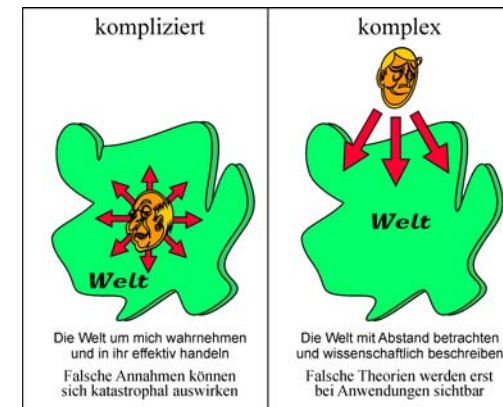
Kompliziert aber nicht komplex



Kompliziert und komplex

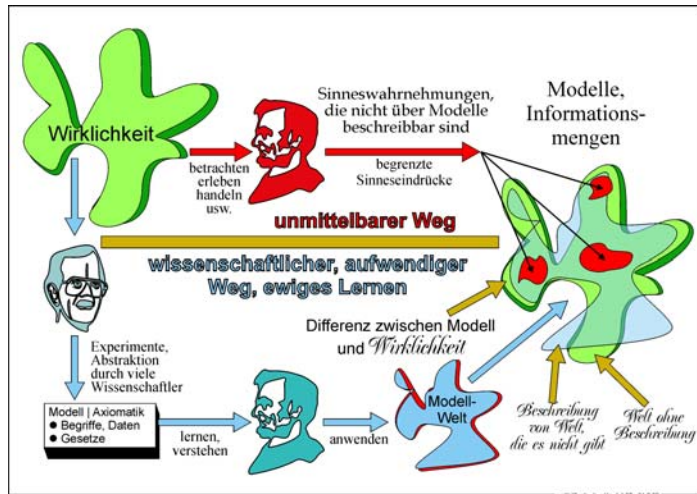
Mein Vorschlag zur Unterscheidung

kompliziert ist betont *subjektiv*: „Das ist *mir* zu kompliziert“
komplex“ entspricht einer *objektiven* Sicht: „Das *ist* sehr komplex“



Vertiefung

Wege, Methoden zum Umgang mit der **Welt** und ihr Erkennen

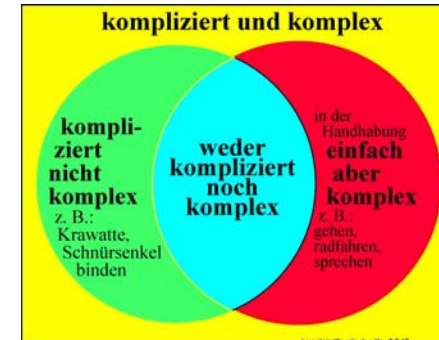


Handeln in und Verstehen der Welt kann, aber muss nicht **kompliziert** sein, es kann **erlernt** werden

Ergebnisse sind meist nur mit **Aufwand** zu erreichen, sind fast immer **komplex**

Die vier Kombinationen

	kompliziert	nicht kompliziert
komplex	schwierig zu bedienen + aufwändige Technik z. B. Handy, Rechner	leicht zu bedienen, aber aufwändige Technik z. B. Radio, Fernseher, Wasch-, Spülmaschine
nicht komplex	schwierig zu erlernen + einfache Struktur z. B. Schuhschleife oder Krawatte binden	leicht zu bedienen + einfacher Aufbau z. B. Bleistift, Zündhölzer, einfache Spiele, wie Mensch ärgere Dich nicht



Ein **VENN-Diagramm** lässt im Gegensatz zur **Tabelle** erahnen, dass **vieles** komplex + kompliziert ist, aber nur **wenig** nicht komplex + nicht kompliziert

Bemerkung zum Gegenteil von kompliziert
leicht verständlich, durchschaubar, einfach zu machen von **komplex**
wenig strukturiert, einfach aufgebaut, übersichtlich von **beiden**
einfach, simple, trivial

Versuch einer Beschreibung

kompliziert	komplex
≈ schwierig, unübersichtlich, schwer zu begreifen schwer auszuführen	≈ verworren, vielfältig, vielschichtig das Ganze ist mehr als die Summe der Teile
- vorwiegend umgangssprachlich benutzt - betrifft hauptsächlich geistige Prozesse (Wissen) und Probleme sowie Handlungen - wird vor allem dann angewendet, wenn etwas schwer zu verstehen oder durchzuführen ist	- vorwiegend wissenschaftlich-technisch - betrifft Objekte, Systeme und Darstellungen - wird vielfach durch Teile/Elemente und deren Zusammenhänge/Verknüpfungen erfasst
- ist subjektiv: jeder nimmt die Sache anders wahr, kann sie leichter oder schwerer ausführen - ist zeitabhängig, ändert sich durch Lernen, Üben und Erfahrung	- ist betont objektiv vorhanden - kann teilweise anders dargestellt werden
Bewertung erfolgt in Bezug auf unser Gedächtnis Verringern ist Aufgabe von Pädagogik/Lehre und Didaktik	- zielt oft auf die Messbarkeit von Systemen, Strukturen, Modellen und Verhalten - andere Beschreibungen, Darstellungen usw. können Grad/Maß verändern Evolution oder ablaufende Prozesse können ebenfalls Grad/Maß verändern

Andere Wortformen

Ungebräuchlich und z. T. **grammatikalisch unrichtig** sind:

- Komperative**: komplizierter, komplexer
- Superlative**: am kompliziertesten, komplexesten
- Verben**: (ver-) komplizieren, nur per Hilfsverb: komplexer machen

Substantive

Kompliziertheit (Fakt), **Komplikation** (Situation), **Komplizierung** (subst. Verb) sind ungebräuchlich

Komplizität = Fachbegriff ≈ Super-Emergenz:

verschiedene Regeln wirken zusammen und erzeugen dennoch ähnliche Merkmale (Evolution)

der **Komplex** (s. u.) ≠ das **Komplexe** ≈ die **Komplexität** sind Fachbegriffe

Achtung!

Es gibt eine **Vielzahl** von Theorien, Definitionen und Messungen der **Komplexität**, z. B., Details s. u.:

Theoretische Informatik: Maß für den Rechenaufwand, u.a. $P \Leftrightarrow NP$

Mikroelektronik: Komplexität von Schaltkreisen (IC), Anzahl Gatter, Transistoren: SSI, MSI, LSI, VLSI

Soziale Komplexität: Probleme des Einzelnen in der Gesellschaft, z. T. Management (eigentlich kompliziert!)

Besonderheit: „Der“ Komplex

Inhalte haben keinen Bezug zum Thema

- **Mathematik:** geometrische Struktur
- **Chemie:** Verbund von Teilchen
- **Architektur:** Zusammenschluss miteinander verbundener Gebäude oder Räume
- **Medizin:** Gruppe von Krankheiten, die überdurchschnittlich häufig miteinander auftreten
- **Psychologie:** Unbewusstes im Denken, Handeln, Träumen, usw. (einen Komplex haben) SIGMUND FREUD (1856 - 1939)
- **Soziologie:** Zusammenfassung als Menschgruppe, teilweise mit Einbeziehung der „Umgebung“
- **Homöopathie:** Komplexmittel
- **Biologische Systematik:** Gruppe von verwandten Arten innerhalb einer Gattung

Verwandt, aber hier nicht wichtig

komplementär (Adjektiv): sich gegenseitig Ergänzendes bzw. Bedingendes, z. B.:

Quantenphysik: Welle $\Leftrightarrow$ Korpuskel, **Geschlecht:** männlich $\Leftrightarrow$ weiblich

Komplementär**farbe** = Farbe, die eine andere zu Weiß ergänzt

Komplementär**menge** = Menge aller Elemente einer Gesamtheit G , die nicht zu A gehören = $\bar{A}$ (A quer)

Komplement (Substantiv) ein Teil des sich Ergänzenden $\approx$ komplementär

Zahlendarstellung um negative Zahlen zu vermeiden; im Zehnersystem ist Komplement von 123 $\Rightarrow$ 877

Medizin: im Blutserum, auf Zelloberfläche befindliche hochmolekularer Proteine; bzgl. Immunsystem

Komplexe Zahlen der Mathematik: $z = a + b \cdot i$ mit $i = \sqrt{-1}$

Kompliment: Jemandem ein Kompliment machen, jemand hinaus komplimentieren

Komplize: Mithelfer, Mittäter, vorwiegend im kriminellen Bereich.

Zum Inhalt

1. **Ausgangspunkt** ist der **übliche umgangssprachliche** sowie **wissenschaftliche** Gebrauch von **kompliziert, komplex und Komplexität**
2. Zur Vorbereitung wird ihre **Messbarkeit** eingeführt und angewendet
3. **Gedächtnis** und kompliziert
4. **Benutzte Komplexitäten**, wichtige werden Inhalte beispielhaft, kurz und kritisch referiert
5. **Entstehen** und **Reduzieren** von Komplexität
6. **Schlussfolgerungen**

Messen

Griechische medesthai für etwas sorgen, an etwas denken, auf etwas bedacht sein

Lateinische meditare nachdenken, nachsinnen.

Deutsch im 8. Jh. $\approx$ zielen, zuteilen, mitteilen, erzählen, bestimmen, verkündigen, vergleichen, erwägen

Ableitungen oft von **Messer**, z. B.: Spannungsmesser oder **Zähler**, z. B.: Stromzähler

Messer für das Schneiden (zuteilen?!) evtl. vom **Germanischen mat** Nahrung, vgl. Mast, gemästet

Nur wenige Messgeräte haben **Sondernamen**: Waage, Uhr, Kompass, Lot und Sextant

Wichtige Eigenschaft

Messen ordnet Objekten (auch Komplexität und Kompliziertheit) **Zahlenwerte** (und Maßeinheiten) zu

Wahrscheinlich nicht zu Messen gehörend

Messe für Gottesdienst (9. Jh. **missa**), später für Verkaufsausstellung und Aufenthalts-, Speiseraum auf Schiffen

Unwahrscheinlich Zusammenhang mit **Messias** (Erlöser der Juden) oder **Messing** als Metall-Legierung.

1. Vorstufe betrifft Aussagen

Ergebnisse von Aussagen	
verschiedene Aussagesätze	bildhafte Aussagen
1. Das Buch liegt auf dem Tisch. 2. Das Buch ist aufgeschlagen. 3. Das Buch ist 10×18 cm ² groß. 4. Das Buch hat eine Masse von 200 g.	

2. Vorstufe ist abzählen

„Wie viel Bücher sind hier (wo?) vorhanden?“ Ist immer **ganzzählig!**



Ausprägungen

Objekte besitzen **Eigenschaften** wie leitend, schwer, schnell und warm
 Sie sind **unterschiedlich stark** vorhanden = **Ausprägungen**, führen zu Messwerten

Entscheidungen

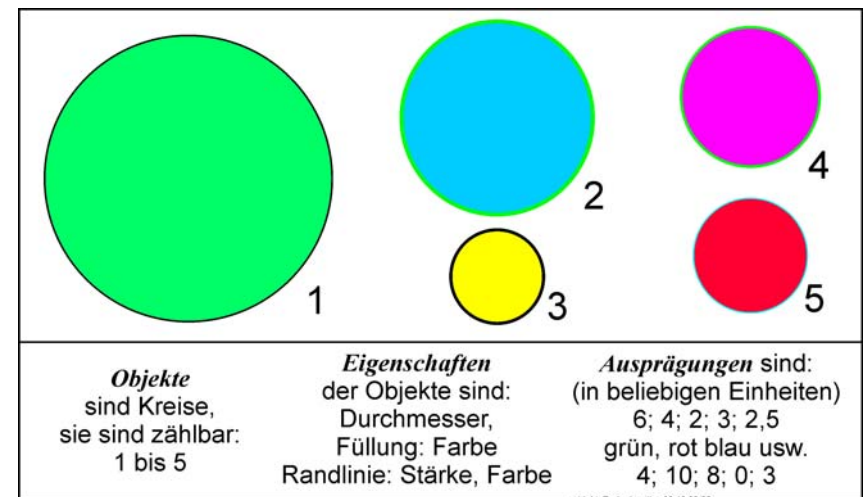
1. **Alternative**, z. B.: weiblich ⇔ männlich, warm ⇔ kalt oder dick ⇔ dünn
2. **Mehrere** (hier 3) **Ausprägungen**: kalt, angenehm, heiß
3. **Viele Ausprägungen**: eisig, frostig, kalt, kühl, unangenehm, lau, warm, heiß, unerträglich
4. **Differenzierung durch Adjektive**: extrem, sehr, mehr, weniger, kaum, etwas, gerade noch, nicht usw.

Übergang zu Zahlen

5. **Benennung der Ausprägung** mit irgendeiner (evtl. willkürlichen) **Zahl**, z.B. Chargennummer, Konto-Nr.
6. **Größenvergleich**: ≥ oder ≤ bzw. » oder «, z. B. Schulnoten

Übergang zu Maßzahlen

7. **Mess-Ergebnis** in **Maßzahl** und **Maßeinheit**, z. B. Ausprägung Temperatur = 13,5 °C



Skalentypen

Betreffen Zusammenhang zwischen **Ausprägungen** x und **Zahlwerten** Z ; a, b sind Konstanten
Die zum Zahlenwert Z gehörende Maßeinheit wird bei Skalen nicht berücksichtigt

- **Nonimal:** Umkehrbar eindeutige Zuordnung $Z_n \leftrightarrow x_n$
- **Beispiele:** Chargen-Nummer, Kontonummer, Kenzeichnung von Fußballspielern
- **Ordinal:** Monotonie $Z_n \geq Z_{n+1} \leftrightarrow x_n \geq x_{n+1}$
- **Beispiele:** Schulzensuren, MOH'sche Härteskala
- **Intervall:** Gleiche Intervalle $\Rightarrow$ gleiche Zahlendifferenzen: $Z = a + b \cdot x \Rightarrow Z_1 - Z_2 = b \cdot (x_1 - x_2)$
- **Beispiel:** Celsius-Temperatur
- **Log-Intervall** $Z = a \cdot \log(x)$
- **Beispiele:** Reiz, Lautstärke in dB oder Phon; WEBER-FECHNER'scher Gesetz
- **Verhältnis:** Verhältnisse sind gleich $Z = a \cdot x \Rightarrow Z_1/Z_2 = x_1/x_2$
- **Beispiele:** Länge, Masse, meisten SI-Größen
- **Absolut:** $Z = x$
- **Beispiele:** Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit, Währung, Windungszahl, Wirkungsgrad

Probleme der Ordinalskala

Ilias XXIV, 25: Begründung des **Trojanischen Krieges**, bei dem Troja (griechisch *Ilion*) 1184 v.Chr. in die Hände der Griechen fiel:

Bei der **Hochzeit des Peleus**, dem Führer der Myrmidonen, **mit Thetis**, einer der Nereiden, warf **Erīs**, die Göttin der Zwietracht – sie war nicht eingeladen – einen goldenen Apfel mit der Inschrift „für die **Schönste**“ unter die himmlischen Gäste. Die Entscheidung zwischen **Hera, Athene und Aphrodite** wurde **Paris**, dem Sohn des Königs Priamos von Troja, übertragen. Er sprach ihn der **Aphrodite**, der Göttin der Liebe, zu. Als Günstling der Göttin erlangte er die Liebe der **schönen Helena** von Troja, der **Frau des Königs Menelaos von Sparta** und ging mit ihr nach Troja. Um das Menelaos angetane Unrecht zu rächen, wurde ein Kriegszug unter dem Kommando Agamemnons, dem König von Mykene, unternommen. Agamemnons Streitmacht hatte viele berühmte griechische Helden unter sich, die bekanntesten waren Achilles, Patroklos, Ajax der Größere und Ajax der Kleinere, Teukros, Nestor, Odysseus und Diomedes.

Anders handelten **Studentinnen**, die auf einem Tanzvergnügen bei **Damenwahlen** keinen Jüngling für ausreichend „schön“ empfanden. Sie begannen daher, sich die Jünglinge mit Wein schön zu trinken. Nach **sechs Schoppen** forderte eine einen Jüngling auf. Von da ab wurden im täglichen Umgang alle Männer nach der **Schönheitsskala von 0 bis 6** klassifiziert.

Die wahre **Geschichte ist etwas anders**. Sie betraf Studenten, denen die Mädchen nicht für einen Tanz genügten: Sie tranken Bier, und nach **13 Bier** forderte einer eine zum Tanz auf. Anschließend wurden Mädchen nach der Anzahl der notwendigen Biere klassifiziert. Diese Variante hat mir 1998 an der FU Ärger mit dem Frauenausschuss bis hinauf zum Präsidenten eingebracht. Daher erfand ich die Damenvariante. Ärger mit einem Männerausschuss habe ich bisher nicht bekommen.

Maß der Trinkfestigkeit

Für eine „richtige“ Messung wird eine Maßeinheit benötigt, auf die alle Messungen bezogen werden
Mein Hochschullehrer Professor Dr. **Schallreuter** pflegte deshalb schalkhaft einzuführen
Für die Ausprägung der Trinkfestigkeit die Einheit „**Falstaff**“

Zum Inhalt

1. **Ausgangspunkt** ist der **übliche umgangssprachliche** sowie **wissenschaftliche** Gebrauch von **kompliziert, komplex und Komplexität**
2. Zur Vorbereitung wird ihre **Messbarkeit** eingeführt und angewendet
3. **Gedächtnis** und kompliziert
4. Von **benutzten Komplexitäten** werden wichtige Inhalte beispielhaft, kurz und kritisch referiert
5. **Entstehen** und **Reduzieren** von Komplexität
6. **Schlussfolgerungen**

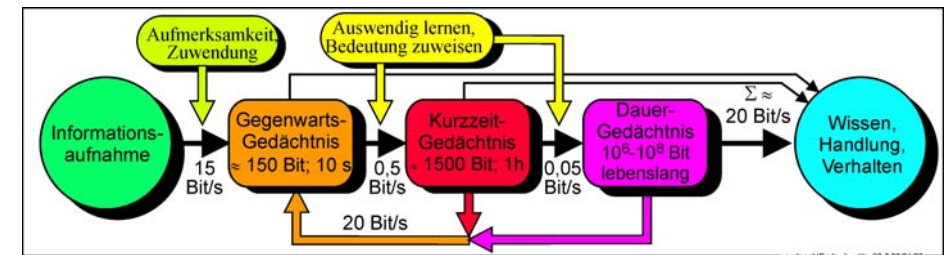
Menschliches Gedächtnis

Es gibt **unterschiedliche Gedächtnisinhalte**, u. a. für Verbales, Bewusstes, Bildhaftes, Handlungen usw.

Quantitative Ergebnisse im Sinne von Messen gibt es fast nur zu **bewussten verbalen Texten**
z. B. für Lexikonwissen, Lesen, Hören, Sprechen usw.

Absichtlich wurden Kontexte ausgeschaltet: Zufallszahlen, sinnlose Zufallssilben (Bit-Zahlen möglich)

Dann wurden drei, auch neurologisch begründete **Gedächtnisstufen** recht genau quantitativ bestimmt



Gegenwartsgedächtnis

Es gibt **unbewusstes**, **unerklärbares Unbehagen**, Abneigung, Widerwille, Sträuben, Stimmung usw. Doch diese „Emotionen“ sind kaum der Messung zugänglich und werden daher hier nicht beachtet
Bewusstseinsfähig ist nur das Gegenwartsgedächtnis $\approx$ Arbeits- und Operationsgedächtnis
Sie sind durch drei Mess-Werte gekennzeichnet

- **Gegenwartsdauer** (Speicherzeit) ≈ 10 s
- **Speicherkapazität** ≈ 150 Bit
- **Zuflussrate** ≈ 15 Bit/s, ergibt sich auch aus den beiden oberen Werten

Fakten, Aussagen, Entscheidungen usw. die **umfangreicher** sind, erscheinen uns **„zu kompliziert“**

Sind die Werte deutlich **kleiner** $\Rightarrow$ erleben wir **Langeweile**

Vgl. hierzu Rückblick auf **Vergangenheit**, Wiederholungen und **Zeitbeschleunigung im Alter**

Völz, H.: Wissen - Erkennen - Information. Allgemeine Grundlagen für Naturwissenschaft, Technik und Medizin. Shaker Verlag, Aachen 2001

Beispiele für Gegenwartsgedächtnis

Kurz nach einem Verklingen der **Kirchturmglöcke** lassen sich die Schläge noch nachzuzählen

Überschreiten der 10 s. bringt **Probleme des Verstehens** (Problem der deutschen verbalen Klammer):

Denken Sie, wie tragisch der Krieger, der die Botschaft, die den Sieg, den die Athener bei Marathon, obwohl sie in der Minderheit waren, nach Athen, das in großer Sorge, ob es die Perser nicht zerstören würden, schwebte, erfochten hatten, verkündete, brachte, starb.

Dagegen 4. Satz „Michael Kohlhaas“ HEINRICH VON KLEIST (1777 - 1811):

Er ritt einst, mit einer Koppel junger Pferde, wohlgenährt alle und glänzend, ins Ausland und überschlug eben, wie er den Gewinnst, den er auf den Märkten damit zu machen hoffte, anlegen wollte - teils nach Art guter Wirte auf neuen Gewinnst, teils aber auch auf den Genuß der Gegenwart -, als er an die Elbe kam und bei einer stattlichen Ritterburg, auf sächsischem Gebiete, einen Schlagbaum traf, den er sonst auf diesem Wege nicht gefunden hatte.

Satz ist in mehrere Einheiten zergliedert, die einzeln interpretiert werden können
Jeweils werden dabei nicht die 10 s überschreiten

Längste Satz der Literatur wahrscheinlich VICTOR MARIE HUGO (1802 - 1885) „Les Misérables“ (823 Wörter)

Auch **Lesbarkeitsindex** und **Superzeichen** gehören hierzu (s. altes Skript)

Die **Zeitdauer** wurde auch durch Messungen an **Klassischer Musik** ermittelt
und führte dann unmittelbar zu einer allgemeiner Lerntheorie (s. altes Skript)

Magische Zahl 7

Soll eine Vielzahl von Dingen, Fakten usw. sortiert werden, so werde automatisch 7 ± 2 Klassen gebildet

Die Zugehörigkeit zu einer Klasse erfordert 7 ± 2 Ja/Nein-Entscheidungen

Das entspricht $2^5 = 32$ bis $2^9 = 512$ Bit; im Mittel **27 = 128 Bit** Entscheidungen

Zur Speicherkapazität gehören daher $\approx 7 (\pm 2)$ **chunk** (englisch Klotz, Stück, Einheit)

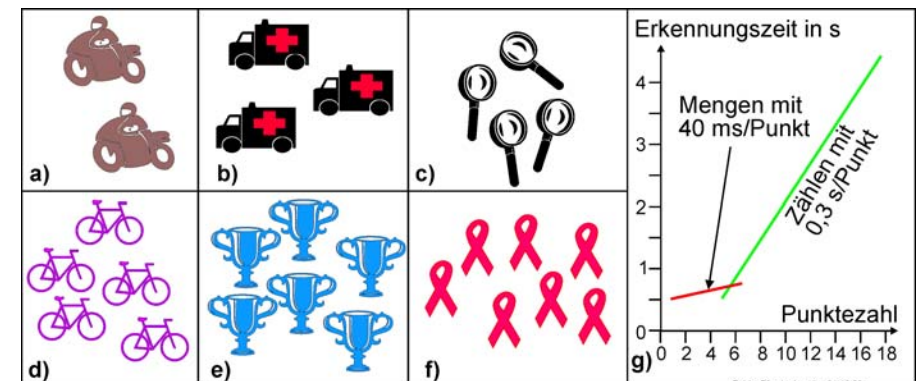
Deshalb ist die Zahl 7 sehr häufig; einige, nur wenige Beispiele sind:

7 Planeten; 7-tägige Woche, 7 Weltwunder; 7 Weise, 7 Hügel von Rom; 7-armiger Leuchter der Juden;
7 Bitten des Vaterunsers; 7 Sakramente; 7 Todsünden; 7 Werke der Barmherzigkeit;
Schneewittchen mit den 7 Zwergen; der Wolf mit den 7 Geißlein; die 7 Schwaben; 7-Meilenstiefel;
7 Freikugeln des Freischütz; 7-jähriger Krieg; 7-Schlüfer; 7. Himmel; magische 7, 7 Jahre Pech;
7 magere und 7 fette Jahre; seine 7 Sachen nehmen, 7. Sinn.

Ein Teil der $7 (\pm 2)$ Chunk wird für Bezüge, Kontexte zum Inhalte des Kurz- und Dauergedächtnisses benutzt
Sie gehen dann zwar für den Zufluss von Neuen verloren, ermöglichen jedoch „Komplizierteres“ zu bewältigen
So können sonst zu komplizierte Fakten und Handlungen genutzt werden
S. hierzu auch **Fragen-Arten** im alten Skript

Indirekt erzwingt dies auch die Anwendung der 7 für die **Bedienbarkeit** von Geräten, Menüs usw.

Bis zu ≈ 7 Objekte werden nicht gezählt, sondern unmittelbar erkannt



1. Definitionsversuch von kompliziert

Genauer am Ende

- Betrifft die Leistungsfähigkeit unseres *Gegenwartsgedächtnisses bzgl. Denken und Handeln*
- Ist immer subjektiv, individuell und kann sich im Laufe der Zeit verändern
- **Grenzen** ≈ 15 Bit/s, ≈ 10 Sekunden + Rückgriffe auf bereits Gespeichertes, Langzeitgedächtnis
- Hieraus folgen die 7 (± 2) Chunk
- Beim **Unterschreiten** von ≈ 10 Bit/s tritt fast immer **Langeweile** auf
- Durch **Lernen, Erfahrung, Üben, Oberbegriffe, Abstraktion, Klassifikation, Automatisierung von Verhalten usw.** kann kompliziert vereinfacht werden

Zum Inhalt

1. **Ausgangspunkt** ist der **übliche umgangssprachliche** sowie **wissenschaftliche** Gebrauch von **kompliziert, komplex und Komplexität**
2. Zur Vorbereitung wird ihre **Messbarkeit** eingeführt und angewendet
3. Gedächtnis und kompliziert
4. Von **benutzten Komplexitäten** werden wichtige Inhalte beispielhaft, kurz und kritisch referiert
5. Entstehen und Reduzieren von Komplexität
6. **Schlussfolgerungen**

Vielfalt der Definitionen von Komplexität

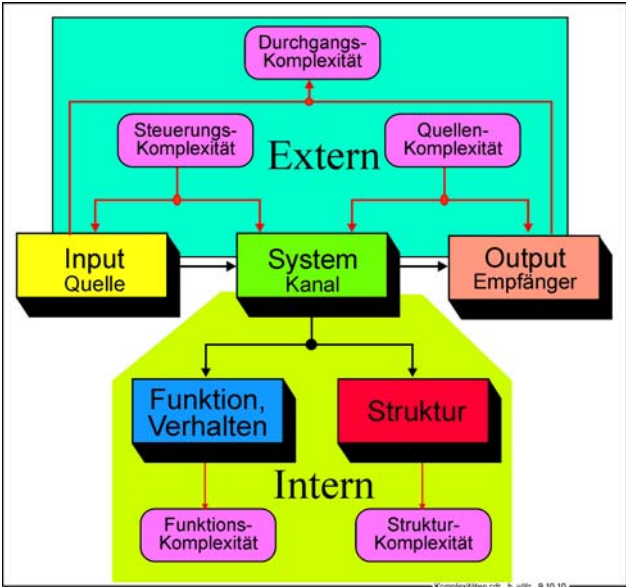
Mein Vorschlag für 2 Einteilungen

Anwendung	Ort bzw. Wirkung
• Soziale K. erfasst Probleme des Einzelnen in der Gesellschaft, z. T. auch Management (eigentlich eher kompliziert!) • Rechentchnische K. betrifft Rechenaufwand bzgl. Zeitdauer, Programmlänge und Speicherkapazität • Zahlen-K. gilt für sinnvollen Umgang mit (sehr großen und kleinen) Zahlen (kompliziert $\leftrightarrow$ komplex!) • Änderungs-K. betrifft u. a. für Evolution und Lernen • Statistische K. berücksichtigt u. a. Wahrscheinlichkeit, Zufall und Risiko, z. B. in Quantentheorie und Thermodynamik • Informationelle K. typisch sind SHANNON-Entropie, Kanalkapazität und Auffälligkeit	• System- $\approx$ Struktur-K. <i>betreffen</i> das (statisch) Interne und berücksichtigen meist Elemente und deren Verbindungen • Funktions- $\approx$ Verhaltens-K. <i>gilt</i> für die Vielfalt der Aufgaben, Fähigkeiten oder Leistungen • Quellen-K. betrifft Vielfalt der Outputs (Signale), z. B. bei Generator oder Sender • Durchgangs- $\approx$ Übertragungs-K. <i>ist</i> durch den Übergang vom In- zum Output bestimmt • Steuerungs-K. weist aus, wie sich durch Inputs Struktur und Verhalten ändern (können)

Statt **Komplexität** (K.) wäre oft der Oberbegriff **Opulenz** richtiger

Die **Auflistung ist unvollständig**, u. a. weist

SETH LLOYD, Massachusetts Institute of Technology (MIT) und Santa-Fe-Institut **31 Varianten** aus Spektrum der Wissenschaft. September 1995; 61



Soziale Komplexität

Wurde vor allem von der „Postmoderne“ wegen der wachsenden **Informationswelt (-flut)** eingeführt
Die wichtigsten Inhalte betreffen:

- 1. Unsere „Welt“ wird (erscheint) **immer komplexer** u. a. durch *neue Erkenntnisse* (z. B. Wissenschaft und Technik), *Produkte* (z. B. Haushaltsgeräte, Computer, Handy und Internet), *Globalisierung* usw.
⇒ **Wissen, Handlungsspielräume, Wahlmöglichkeiten** usw. sind erheblich **gewachsen** und wachsen weiter, daher ist umfangreiches und ständiges **Lernen notwendig**
- 2. Für jeden **Einzelnen** blieben Möglichkeiten zum **Wahrnehmen, Interpretieren, Lernen, Entscheiden** und **Handeln** jedoch **unverändert begrenzt**,
a) es sind **kaum neue Möglichkeiten** zur „praktikablen“ Vereinfachung **hinzugekommen**
b) vielmehr gingen (teilweise) einige **sogar verloren**, u. a. Traditionen, Werte, Mythen und Religionen
c) Jeder ist immer mehr **auf sich selbst gestellt**, u. a. Auflösung der Großfamilie
- 3. **Widerspruch** 1. ⇔ 2. bewirkt allgemein gültige, aber individuelle **Probleme**, Schwierigkeiten usw.
⇒ **Unsicherheit, Überforderung, Stress, Entfremdung, Vertrauensverlust, Bürokratisierung, Risiko** usw.

Eine **Messung** ist, wenn überhaupt, nur in einer Ordinalskala möglich
Da Widersprüche u. viele Inhalte, **subjektiv** und **individuell** sind, gehören sie im hier definierten zu **kompliziert**
Der eingeführte Begriff dürfte aber kaum zu ändern sein, deshalb ist Oberbegriff „**Soziale Opulenz**“ sinnvoll

Weitere Details im alten Skript
Guter Überblick u. a. in: WERSIG, DÖRNER, LUHMANN; bzgl. Zufall und Philosophie MARQUARD

Bedienbarkeit bei Menüs usw.

Hängt u. a. von der **Anzahl der Verzweigungen** je hierarchischer Stufe ab
Wahrscheinlich besteht ein Bezug zu den 7±2 Shunks des **Gegenwartsgedächtnisses**
Ebenso zur **Auffälligkeit** der Informationstheorie (s. u.) mit der Wahrscheinlichkeit *p*

$$h = -p \cdot \ln(p)$$

ln(*p*) entspricht **WEBER-FECHNER-Gesetz**, hinzu kommt noch der **bewertende Faktor p**
Die Funktion besitzt ihr Maximum bei **p_{max} = 1/e ≈ 37 %**
Mittlere Verzweigung *V_m* = reziprok Wahrscheinlichkeit *p* ⇒ Bedienbarkeit

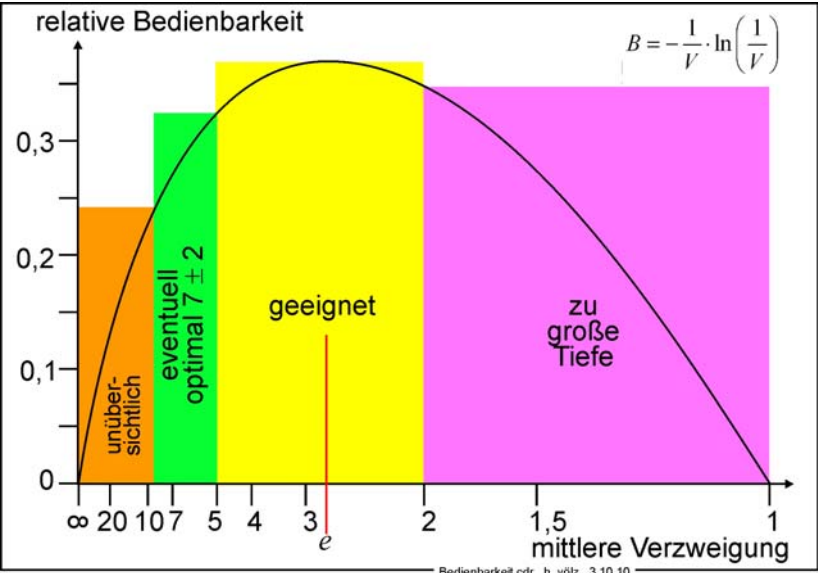
$$B_d = -\frac{1}{V_m} \cdot \ln\left(\frac{1}{V_m}\right)$$

Das Maximum **V_m = e ≈ 2,71...** stimmt mit dem **Bezeichnungsaufwand B_Z** von Zahlen überein
= Produkt aus **Zahlenbasis B** und notwendigen **Zifferanzahl Z**

$$B_Z = B \cdot Z$$

Ermöglichen *N* = *B^Z* Zahlen ⇒ *Z* = log(*N*)/Log(*B*) ⇒ Maximum (d*Z*/d*B* = 0) für **B = e ≈ 2,71928...**

Bei **vielen Endknoten** ist auch **Tiefe des Baumes** zu berücksichtigen
Wie sie sich auswirkt ist nicht bekannt, wahrscheinlich sind dann Werte **V_m ≈ 2 bis 7** günstig



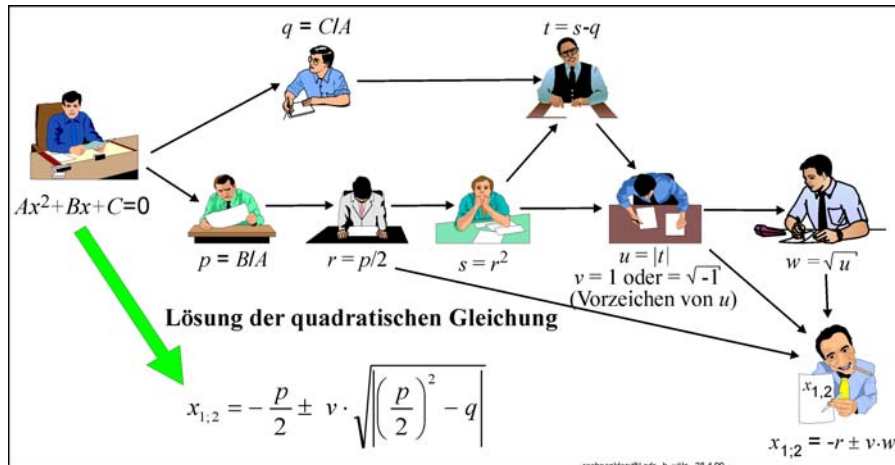
Ergänzung zur optimalen Zahlenbasis

Beispiel dezimale Zahl 3582

Basis	Zahl	Bezeichnungsaufwand
Binär	1101 1111 1110	12·2 = 24
Ternär	1122 0200	8·3 = 24
Oktal	6776	4·8 = 32
Dezimal	3582	4·10 = 40
Hexadezimal	DFE	3·16 = 54

Rechentechnische Komplexität

Sehr einfaches, historisches Beispiel: **Komplexität** = **Anzahl** der erforderlichen „Rechenknechte“ = 9



KOLMOGOROFF-Komplexität

Zeichenketten sind oft mit **Algorithmen** zu erzeugen, die **kürzer** als die **Zeichenkette** sind

Sogar **unendliche Zeichenketten** können Struktur besitzen $\Rightarrow$ endliche (rekursive) Algorithmen generierbar

Für viele Muster existiert ein aktuell „minimaler“ Algorithmus

Aber theoretisch **kann es keinen Algorithmus geben, der den kürzesten Algorithmus bestimmt**

Deshalb definierte ANDREJ NIKOLAJEWITSCH KOLMOGOROFF (1903 - 1987) die **KOLMOGOROFF-K.**

als den **z. Z. bekannten kürzesten Algorithmus** = **Obergrenze**, kann nur noch verkleinert werden

Abhängigkeit vom Rechnertyp lässt sich durch den universellen TURING-Automaten umgehen

Allgemeiner: **algorithmische Komplexität** = **SKC-Komplexität** (SOLOMONOFF - KOLMOGOROFF - CHAITIN)

Kolmogorow-Komplexität

es gibt:

- eine universelle Turingmaschine M
 - ein Programm p
 - ein auf dem Speicherband stehende Inschrift i
- sie erzeugen die Folge

$$s = M(p, i)$$

Es seien alle Programme p_i bekannt, die auf leerem Speicherband s erzeugen
Hierunter gibt es ein kürzestes p_k seine Länge

$$L_M(s)$$

ist die Kolmogorow-Komplexität bezüglich M

Es gibt eine zweite universelle Turingmaschinen U
Dafür gilt

$$L_M(s) \leq L_U(s) + K_{M,U}$$

$K_{M,U}$ ist die Länge des Simulationsprogramms von M auf U

Beispiele

für unendliche Folgen

333333333...

wiederholen und anhängen von 3

01010101010101

wiederholen und anhängen von 01

01001000100001000001

Startkette $s_0 = 01$

wiederholen $s_0 = 0$ & $s_0 : s_{n+1} = s_n \& s_0$

2 3 5 7 11 13 17

Primzahlfolge

1 4 7 2 5 0 3 6 1 4 7 2

Start 1: Addition von 3: Mod 8

Satz von Chaitin

Es lassen sich endlich viele Ketten verkürzen, aber unendlich viele nicht

Dies gilt aber nicht für **endlichlange** Ketten, also für alle praktischen Anwendungen

Theorie rechentechnischer Komplexität

bestimmt durch den Rechenaufwand bzgl.:

1. **Zeitdauer** (Zeit-K.), 2. **Programmlänge** (Raum₁-K.) und 3. **Speicherkapazität** (Raum₂-K.)

Besonders wichtig ist die **Kenngröße n** der (**Eingangs-**) **Werte**:

- Bei Addition, Multiplikation, Division usw. z. T. auch Primzahltest, -zerlegung gilt die **Zifferanzahl** z. B. $n = 2$ bei „13“; $n = 9$ bei „103 398 947“ und $n = 5$ bei „12,549“
- Bei einem Such- oder Sortieralgorithmus die **Anzahl der Wörter** oder **Begriffe**
- Bei einem Programm die **Anzahl der Befehle** bzw. **Zeilen**

Es sei der **Algorithmen für die Aufgabe bekannt**, so lassen sich Funktionen definieren

Für die **Zeit-K.**: $f_T(n)$ und für **Raum-K.**: $f_R(n)$

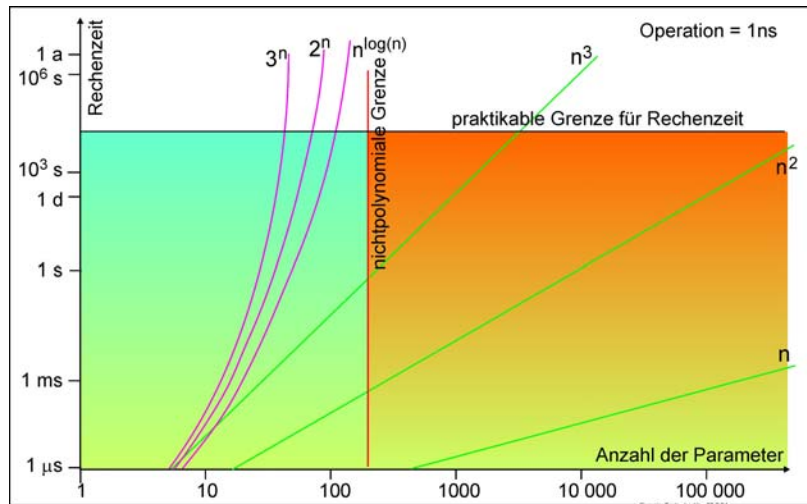
Für **kleine n** verhalten sie sich unregelmäßig, sprunghaft, für **große n** ($n \rightarrow \infty$) werden sie jedoch glatt, stetig

Oft sind sie mit einem **Polynom** zu nähern, dessen **höchster Grad x** bestimmt dann

die **Polynomiale Komplexität** = **Polynomiales** Wachstum $\Omega(x) \sim n^x$ bzw. $\Phi(x) \sim n^x$

Zuweilen ist auch eine **Exponentialfunktion** e^m ($m > 1$) erforderlich,

$\Rightarrow$ deutlich andere, **exponentielle Komplexität** = **exponentielles** Wachstum $\Omega(x) \sim x^m$ bzw. $\Phi(x) \sim x^m$



Für nicht-polynomiales Wachstum ergibt sich eine scharfe **Obergrenze bzgl. Eingangsgröße n** . Die **Rechenzeit** wächst dann so steil an, dass in sinnvoller Zeit **keine Lösung** erreicht wird. Wesentlich ändert sich hieran auch nichts, wenn die Rechner sehr viel schneller werden.

Klassen $P \Leftrightarrow NP$

Polynomiale Probleme heißen **feasible** (durchführbar) = **P-Probleme**

- **Polynomiale Grenze** ist weitgehend unabhängig vom gewählten Rechner- bzw. Automatentyp selbst bei sehr unterschiedlichen Modellen ändert sich maximal der Grad des Polynoms
- **Alle wichtigen Operationen**, u. a. Addition, Multiplikation, übliche arithmetische Funktionen $\Rightarrow n \leq 3$
- **Summe, Produkt und Kombination von Polynomen** $\Rightarrow$ wieder zu polynomialen Aufwand

Exponentielle Probleme heißen **infeasible** (nicht durchführbar)

Es existiert immer eine klar umrissene Grenze für maximales n

Das gilt u.a. auch für $n^{\log(n)}$ und $n!$ $\Rightarrow$ **überpolynomial** = **NP-Probleme**

Nicht „**nichtpolynomial**“ sondern: Es gibt eine nichtdeterministische Lösung in polynomialer Zeit

Sie bzw. der Weg dorthin muss u. a. durch ein „**Orakel**“ (Zufall) erraten werden

Vorhandene Lösung ist in polynomialer Zeit **verifizierbar**

Für Einzelfälle könn(t)en Algorithmen mit berechenbarem Aufwand existieren

NP-vollständig

Wird ein Problem genannt, dass **universell für alle NP-Probleme** steht

Wenn hierfür eine **Lösung** existiert, ist sie u.a. durch Transformation, Abbildung **für alle NP-Probleme** nutzbar

Typisch ist das Problem des **Handelsreisenden** (s. altes Skript)

Nicht berechenbar

Es gibt Probleme, Funktionen usw. die **prinzipiell nicht berechenbar**

Am ältesten ist die (rekursive) ACKERMANN-Funktion (WILHELM ACKERMANN, 1896 - 1962)

$$A(0, y) = y + 1$$

$$A(x, 0) = A(x-1; 1)$$

$$A(x, y) = A(x-1, A(x, y-1))$$

x\y	0	1	2	3	4	5	...	61	62
0	1	2	3	4	5	6	...	62	63
1	2	3	4	5	6	7	...	63	64
2	3	5	7	9	11	13	...	123	125
3	5	13	29	62	125	253	...	$1,8 \cdot 10^{19}$	$3,7 \cdot 10^{19}$
4	13	65533	nicht mehr darstellbar	$> 10^{100}$					

Noch schwieriger wird es, wenn nicht einmal ein Algorithmus existieren kann

Ein Beispiel ist das TURING **Halteproblem**

System-Komplexität

Griechisch *sýstema* ≈ aus mehreren Teilen zusammengesetztes u. gegliedertes Ganzes
sýn zusammen; *histánai* (hin)stellen, aufstellen; *Synístánai* zusammenstellen; verknüpfen

System-Beschreibungen

Funktionelle K.: bestimmt durch *externe Aufgaben* und *Ziele*

Verhaltens-K.: (z. B. Lebewesen): *tritt extern in Erscheinung*; durch Beschreibung bestimmt

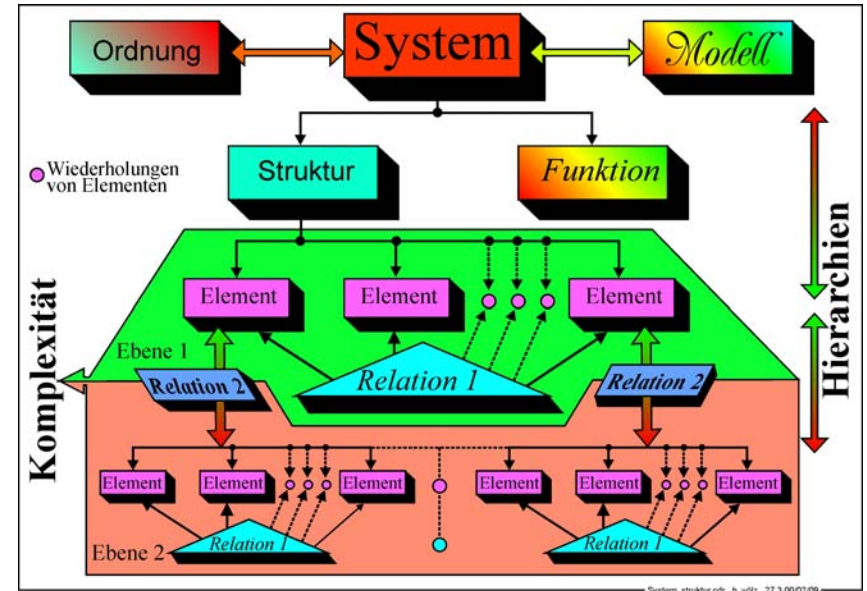
Struktur-K. (black- ⇒ white box), berücksichtigt *Elemente* + *Verbindung*

- **System** ≈ Ganzheit ≈ Zusammenhang ≈ Gebilde ≈ Abhängigkeit
- **Element** ≈ Knoten ≈ Bauteil, Bauelement, Abschnitt, Black-Box
- **Verbindung** ≈ Weg ≈ Wechselwirkung ≈ hier erfolgen **Flüsse** von Stoff, Energie, Information usw. kann auch für System und Elemente zur Umgebung = nach Außen vorhanden sein

Alle drei können sich auch **intern verändern** ⇒ zusätzlich Funktion und Verhalten ≈ Zustände + Regeln

In der Literatur sind nur unbefriedigende und widersprüchliche Berechnungen bekannt

Selbst für **statische** und **streng hierarchische Systeme** sind keine nützlichen Ansätze möglich
 Weitere Details s. altes Skript



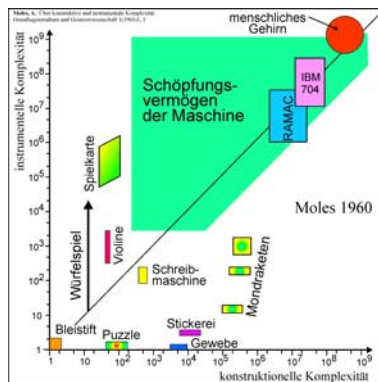
Komplexitäten nach MOLES

Von ANDRÉ ABRAHAM MOLES (1920 - 1992) stammt **einfacher Ansatz**. Er unterscheidet

- **Konstruktuelle K.:** Anzahl der Bauteile/Elemente; Bleistift besteht aus der Mine und dem Holz
- **Instrumentelle K.:** Anzahl der Anwendungsmöglichkeiten; Bleistift als Lineal, als elektrischer Widerstand

Meist gilt Instrumentelle K. > Konstruktuelle K.

Hier liegen **Spiele** und **Schöpfungsvermögen** von Mensch und Maschine



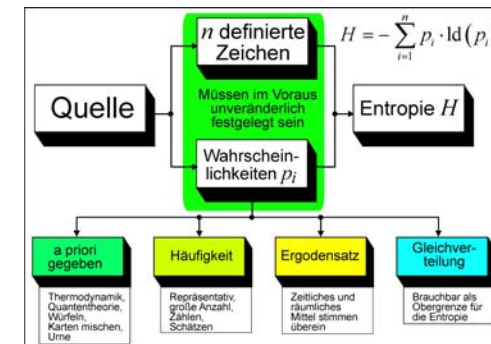
Quellen-Komplexität ≈ SHANNON-Entropie

Es gibt **n** unterscheidbaren **Signale** (Zeichen), die mit der **Wahrscheinlichkeiten** p_i auftreten

$$H = - \sum_{i=1}^n p_i \cdot \lg(p_i)$$

Achtung! **Zufall**: Wahrscheinlichkeit ⇔ Häufigkeit, Ergodensatz, Gleichverteilung

Komplexität ⇔ **Unbestimmtheit**, am größten bei Gleichverteilung; weiß, GAUß'isch ⇒ **Wärmetod**



Struktur-Komplexität = deterministische Entropie

HILBERG hat **Informationsfolgen und Hardware** auf Komplexität (SHANNON-Entropie) untersucht
Statistik der Signale $\Rightarrow$ streng hierarchische Umschalter für Zugriff

Werden stufenweise umgeschaltet, wenn sich am Ausgang etwas ändert $0 \Leftrightarrow 1 \Rightarrow x = 1$ sonst 0

x -Werte werden für die Schalterebenen aufaddiert

Für eine Bit-Folge **01101001** ergibt sich dann die Struktur-K. = Entropie = 4

n -bit-Folgen können Werte zwischen 0 und $n/2$ annehmen.

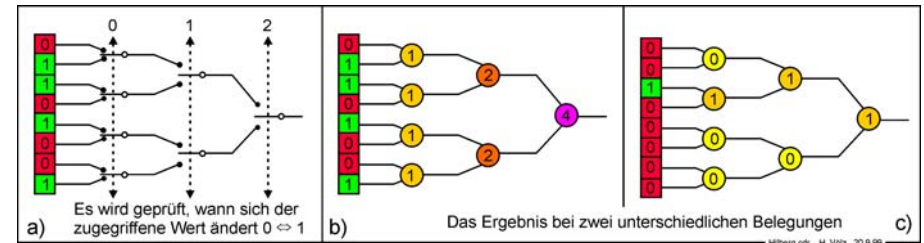
Im Vergleich mit der Informations-Entropie ergibt sich für $n \rightarrow \infty$ Übereinstimmung

Ferner ergeben sich Bezüge zu Arbeiten von CHAITIN, LEVIN, KOLMOGOROFF-K. u. a.

Bauelement	Komplexität
AND	1
n -XOR	$2^n - 1$
n -stufiger Decoder	2^n
RS-Flipflop	1.97
Master-Slave-Flipflop	3.31
Speicher mit m -Wort, n Adressen	$m \cdot 2^n$
n Bit/Addition	$n \cdot 2^n$
n Bit/Multiplikation	$n \cdot (2^n - 1)$

Diese Ergebnisse stimmen gut mit intuitiven Vorstellungen überein

Etwas erstaunlich ist nur: **Addition $\Leftrightarrow$ Multiplikation:** für z. B. $n = 2$ sind 8-Bit $\Leftrightarrow$ 6-Bit erforderlich



Fraktale Komplexität, Beispiel Grenzen

1961 hat LEWIS RICHARDSON Länge von Grenzen untersucht, hängen u. a. erheblich vom Maßstab ab

Z. B. **Küste der USA** Globus $\approx 2\,000$ km, Seekarte $\approx 20\,000$ km, zu Fuß viel länger

Sogar in **offiziellen Dokumenten** vorhanden

Grenze Spanien $\Leftrightarrow$ Portugal: von Spanien mit 987 km, von Portugal 1 214 km

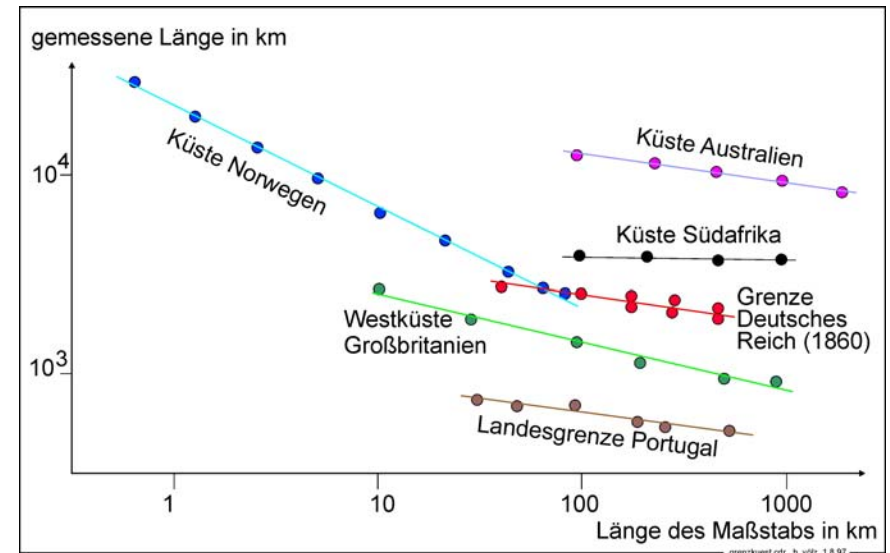
Niederlande $\Leftrightarrow$ und Belgien 380 $\Leftrightarrow$ 449

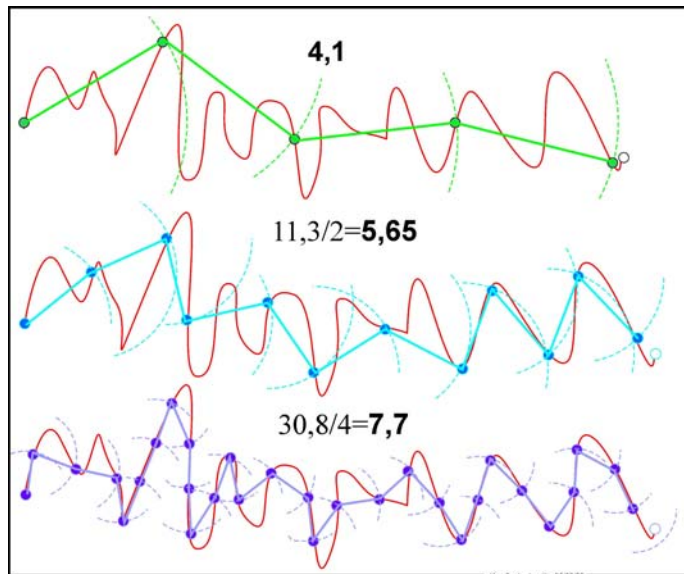
Erklärbar als „**Messradius**“ einer Kurve

$\Rightarrow D$ der HAUSDORFF-Dimension $\approx$ fraktale Dimension = Verkrümmung, Gerade $D = 1$

Mit einer Bezugslänge L_0 gilt:

$$L = L_0 \cdot R^{1-D}$$





Monsterkurven

Erzeugungsprinzip

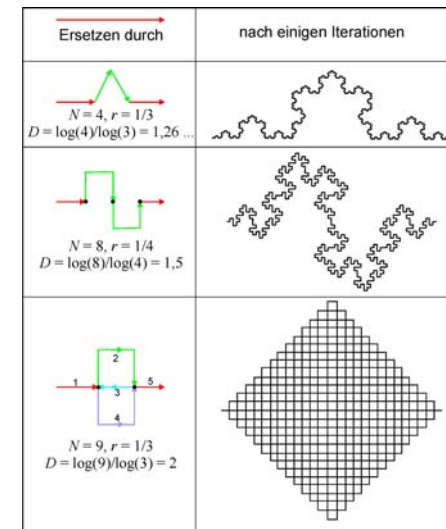
1. Ausgangskurve, meist gerade Linie
2. Ersetzungsregel = Generator-Kurve
3. Ergebnis nach (unendlich) häufiger Iteration, Rekursion

HAUSDORFF -Dimesion $D \Rightarrow$ Komplexität

$$D = \frac{\log(S_{nach})}{\log(S_{vor})}$$

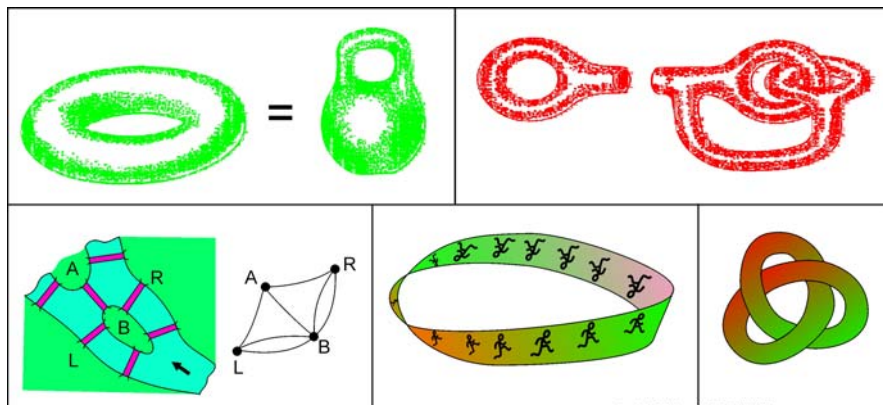
S Streckenteile vor bzw. nach der Ersetzung

- D = 1: glatte Linier mit endlicher Verkrumpelung
- D = 2: die Fläche wird von einer Linie voll ausgefüllt, jeder reelle Punkt wird genau einmal erreicht.



Topologische Komplexität

entspricht dem „**Geschlecht**“ des (mathematischen) Systems. Wesentlich ist die Anzahl der Löcher Gleich komplex sind z.B. Kugel und Würfel, bzw. Torus, Hantel und Tasse mit Henkel



Zahlen-Komplexität

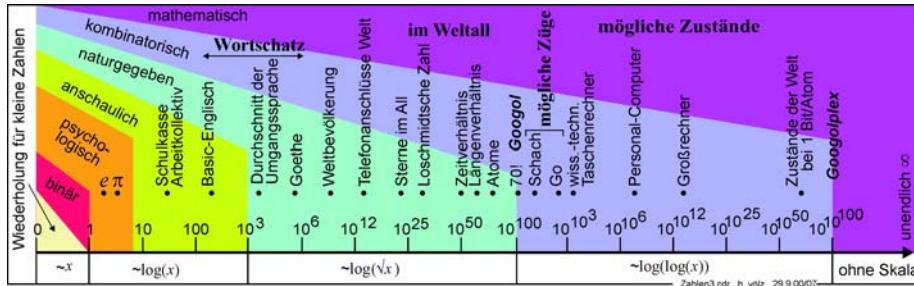
Die Erfahrung zeigt, dass wir mit Zahlen je nach ihrer Größe sehr unterschiedlich umgehen Als Erster hat hierauf wohl RUCKER mit vielen Details hingewiesen. Er schlägt 4 Klassen vor

Ich schuf eine **erweiterte, vertiefte Einteilung**. Sie gilt ähnlich für die reziproken Zahlen

Sie wird auch deutlich, wenn **Werte annähernd gleichdicht** längs einer Linie **dargestellt** werden sollen

- **Klein**: 1 bis 1000binär (0/1) + psychologisch (7±2) + anschaulich
- **Mittel**: 1000 bis Billion naturgegeben +
- **Groß**: bis $10^{100} = 1$ Googol..... naturgegeben
- **Unvorstellbar**, aber noch nicht unendlich. Googolplex = $(10^{10})^{100}$ kombinatorisch
- nicht bei RUCKER: unendlich und kontinuierlich mathematisch (unerschöpflich)

Zahlenbereich	Zahlen	Bezug	evtl. Denkgesetz
binär	0/1	Logik, BOOLEsche Algebra, Wahrheit; Antinomien	ja/nein, wahr/falsch
psychologisch	7 ± 2	Gegenwartsgedächtnis, Klassenbildung	sofortiges Überblicken
anschaulich	≈ 1000	Kurzzeitgedächtnis, Zählen in einer Stunde, vorstellbar	lineare Einteilung
naturgegeben	$\approx 10^{99}$	Physik, exponentiell, Wirklichkeit, Sinneswahrnehmung	logarithmische Skala
kombinatorisch	riesig	Möglichkeiten, Evolution, Quantentheorie	$\log(\log(x))$ -Skala
mathematisch	∞	kontinuierlich, abzählbar, Theorie von CANTOR	abstrakt, Logik
unerschöpflich	ohne	Philosophie	??



RUCKER: kleine Zahlen

Notwendigkeit der Unterteilung

Binär

Ja/Nein-Entscheidungen, Aussagenlogik, BOOLEsche Algebra, binären Arithmetik, entweder $\Leftrightarrow$ oder Ausschluss eines **Dritten**: z. B. „sowohl als auch“; Welle $\Leftrightarrow$ Korpuskel
Es entstehen leicht Widersprüche, Paradoxien, Kretaer Lügner,

Dieser Satz ist falsch

$\Rightarrow$ GÖDEL-Entscheidbarkeit

Physiologischer Bereich

$7 \pm 2, \Rightarrow$ **Gegenwartsgedächtnis**, Bezug für **kompliziert**

Anschaulicher Bereich

Von einem Meter ist **gerade noch 1 Millimeter** mit bloßem Auge zu erkennen

Bis Tausend zählt man in etwa einer **Stunde**

RUCKER definiert **Zehn-Finger-Flip-Flop** mit $2^{10} = 1024$ Zuständen

Um im anschaulich Bereich zu bleiben u.a.

Bereits im Altertum **Tausender-Staffelung**: Million, Milliarde, Billion, Billiarde, Trillion, Trilliarde usw.

Vorsätze des SI (p, µ, m, k, M, G, T usw.); Technische Schreibweise mit 10^3 Sprüngen

So ist und bleibt **lineares Denken** möglich und richtig

Wegen intuitiver Anschauung gerade noch **nicht kompliziert** möglich

Naturgegebener = mittlerer Bereich

Bei RUCKER mittel und groß

Um 1900 stellten **Physiker** fest: größtmögliche Verhältnisse von **Makro-** zu **Mikrowelt** $\approx 10^{90}$
Z. B. Masse des Weltalls $\approx 10^{85}$ Elektronen, RUCKER führt **Googol** 10^{100} ein

Den Namen Googol erfand um 1930 der Neffe des Mathematikers EDWARD KASNER

Das Letzte, was **Archimedes** (287 - 212 v.Chr.) aufschrieb = „Sandzahl“ = 10^{63} Sandkörner im Kosmos

Bei kleinen Zahlen gilt **Addition**, ergibt **hier keinen Sinn**

Folglich: **Exponential-Darstellung** $\Leftrightarrow$ **logarithmische Skala**

Entspricht: **Gleitkomma-Arithmetik** + wissenschaftliche Schreibweise: **Mantisse** und **Exponent**

Unsere Sinne $\Rightarrow$ WEBER-FECHNER-Gesetz: Wahrnehmung **W** $\sim \log(R)$ physikalischer Reiz

$\Rightarrow$ **logarithmisches Denken**!?

Probleme zeigt u.a. DIETRICH DÖRNER (*1938) Gefahr bei **exponentiellem Wachstum**

Anekdote Schachspiel

Indischer Herrscher **SHIHRAM** tyrannisierte, **weiser Brahmane** SISSA schuf deshalb **Schachspiel**

SHIHRAM **wurde milder**, ließ es verbreiten, **gewährte** Brahmanen **freien Wunsch**

Weizenkörner (Reis): erstes Feld des Schachbretts ein Korn, dann immer die doppelte Zahl
 $2^{64} - 1 = 18.446.744.073.709.551.615$ Körner = 1500-fache der weltweiten Weizenenernte 2004

Weitere Details zu Schach s. altes Skript

Kombinatorischer Bereich

Bei RUCKER unvorstellbar

Wahrscheinlichkeitsrechnung und **Kombinatorik** erzeugen extrem kleine und große Zahlen

Z. B. **Weltall als Speicher**: 10^{80} Atome je 1 Bit $\Rightarrow (2^{10})^{80}$ unterscheidbare Zustände

Bereits der Exponent bei 10^x ist unvorstellbar groß: $x = 3 \cdot 10^{79}$, Zahl hat so viele Ziffern

Auch die **Fakultät** überschreitet schnell die physikalische Grenze: $70! \approx 1,2 \cdot 10^{100}$

Anzahl der **möglichen Stellungen** beträgt für Dame $\approx 10^{40}$, Schach $\approx 10^{120}$, GO-Spiel $\approx 10^{1761}$

Sie kann niemand in seinem Leben ausprobieren!

Zahlen $> 10^{100}$ sind **nicht realisierbar** $\Rightarrow$ **rein abstrakt, theoretisch**, ohne jeden praktischen Nutzen

Sie lassen jedoch **Angaben für eine (spezielle) Komplexität** zu (s. u.)

Für sie existieren keine Namen, RUCKER $\Rightarrow$ **Googolplex** $(10^{10})^{100} = 1$ gefolgt von Googol Nullen

Ihre Darstellung verlangt eine Skala gemäß **log(log(x))**

Mathematischer Bereich 1

Bei RUCKER nicht vorhanden

Im kombinatorischen Bereich existieren weder ∞ noch kleine Zahlen gemäß $\varepsilon \rightarrow 0$

Zahlengerade $\Rightarrow$ **Peano-Axiom**: Es gibt immer eine um 1 größere Zahl, also **keine größte Zahl**

Das erzwingt die Einführung von ∞ = unbegrenzte Zahlengerade $\Rightarrow$ **Menge** der natürlichen Zahlen = ∞

Führt zu unanschaulichen Vorstellungen: Auch die Menge der rationalen Zahlen = ∞

Beweis 1. Cantor-Diagonalverfahren $\Rightarrow$ **abzählbar unendlich**

Anschauliche Anwendung $\Rightarrow$ **HILBERT-Hotel** (DAVID HILBERT, 1862 - 1943) mit ∞ vielen Zimmern

Ist voll belegt, dennoch können neue Besucher untergebracht werden: Umziehen von $n \rightarrow n + x$

Aufzählbare Menge: Es gibt eine Funktion $f(x)$, die für $x = 1, 2, 3 \dots$ alle Elemente erzeugt

Verlangt somit **eindeutige Zuordnung** zwischen den Elementen der Menge und den natürlichen Zahlen

Entscheidbare Menge: $M_1 \subset M$, M_1 entscheidbar zu M dann, wenn berechenbare Funktion $f(x)$ existiert, mit der für jedes x entscheidbar ist, ob Element von x zu M_1 gehört oder nicht, f nimmt 0 oder 1 an

Abzählbarkeit der rationalen Zahlen 1. Diagonal-Verfahren von Cantor

		Nenner						
		1	2	3	4	5	6	7
Zähler	1	1/1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7
	2	2/1	2/2	2/3	2/4	2/5	2/6	2/7
	3	3/1	3/2	3/3	3/4	3/5	3/6	3/7
	4	4/1	4/2	4/3	4/4	4/5	4/6	4/7
	5	5/1	5/2	5/3	5/4	5/5	5/6	5/7
	6	6/1	6/2	6/3	6/4	6/5	6/6	6/7
	7	7/1	7/2	7/3	7/4	7/5	7/6	7/7

Cantor1.odt h. völz 1982/18.11.10

Überabzählbar

Reelle Zahlen können dadurch eingeführt werden, dass es **zwischen Zahlen immer eine weitere** gibt

Ihre Darstellung führt zu **Zahlen mit ∞ vielen Ziffern** = nicht abbrechende Ziffernfolge

Alle Zahlen des Teil-Bereichs $0 \leq x < 1$ werden aufgelistet (2. CANTOR-sches Diagonal- Verfahren)

natürliche Zahlen	reelle Zahlen mit nicht abbrechender Länge
1	$0, z_{11} z_{12} z_{13} z_{14} \dots z_{1n} \dots$
2	$0, z_{21} z_{22} z_{23} z_{24} \dots z_{2n} \dots$
3	$0, z_{31} z_{32} z_{33} z_{34} \dots z_{3n} \dots$
4	$0, z_{41} z_{42} z_{43} z_{44} \dots z_{4n} \dots$
...	...
m	$0, z_{m1} z_{m2} z_{m3} z_{m4} \dots z_{mn} \dots$
...	...

Es lassen sich aber Zahlen herstellen, die darin nicht enthalten sind:

z. B. werden alle Diagonalziffern geändert: für $z_{mm} \neq 1 \Rightarrow z_m = 1$, sonst $z_m = 2$

Aus den neuen Ziffern wird die reelle Zahl $0, z_1 z_2 z_3 \dots z_m \dots$ erzeugt

Sie kann ist in der Tabelle nicht vorkommen $\Rightarrow$ es gibt **überabzählbar** viele reelle Zahlen

Es lassen sich sogar ∞ zusätzliche Ziffern erzeugen, z. B. für $z_{mm} \neq 2, 3, 4 \dots z_m = 3, 4, 5, \dots$ sonst ...

Hinzu kommt noch der unendliche Zahlenbereich $1 \leq x \rightarrow \infty$

Was ist hier Komplexität?

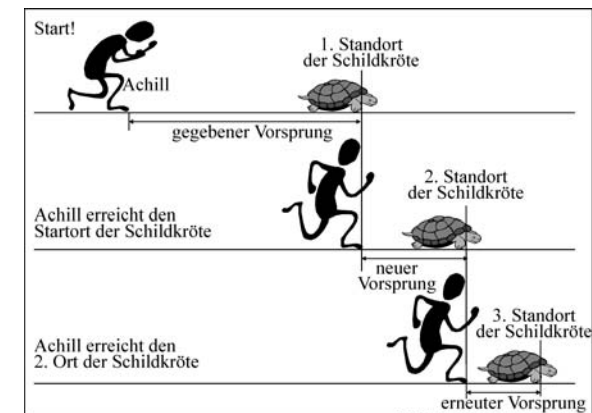
Kontinuierlich $\Leftrightarrow$ diskret

Reelle Zahlen $\Leftrightarrow$ Welt ist diskret und endlich $\leq 10^{100}$. Andererseits führen sie auch zu $\varepsilon \rightarrow 0$

ZENON aus Elea (335 - 264 v. Chr.): *Wetlauf Achill und Schildkröte*

ARCHIMEDES (-285/7 - 212 v. Chr.) führt daher **Kontinuum** ein (kontinuierlich $\Leftrightarrow$ **diskret**)

Immer kleiner werdende Schritte haben Entsprechung in der Infinitesimal-Rechnung von NEWTON - LEIBNIZ



Mächtigkeiten $\Rightarrow$ Kardinalzahlen

Über die Mengentheorie lassen sich noch „mächtigere“ als *ab-, aufzählbare* Mengen einführen
Problem wurde von CANTOR eingeführt.

Die **Potenzmenge** $\mathcal{A} = P(A)$ der Menge A ist die die **Summe aller Teilmengen** von A

Sie beginnt mit der leeren Menge, mit den Mengen alle *Einzel-Elemente*
Gefolgt von allen Teilmengen mit 2 dann 3, 4 ... Elementen

Die Potenzmenge einer *ein*-elementigen Menge enthält also zwei Elemente.
Besitzt A n Elemente, so hat $\mathcal{A}$ die Elementanzahl 2^n

Für unendliche Mengen A gibt es kein Verfahren, das alle Teilmengen auflisten könnte

Beweis: CANTORS zweites Diagonal-Schema

Damit besitzt die **Potenzmenge der reellen Zahlen** eine höhere Mächtigkeit als überabzählbar $\hat{=}$ reelle Zahlen

Fortsetzen: Mächtigkeiten der Potenzmengen von Potenzmengen von Potenzmengen usw.

Es gibt **keine mächtigste Menge, größte Kardinalzahl**

Zusammenhang der Zahlenbereiche

Die Zahlenbereiche entsprechen einer Zunahme der Komplexität, jeder ist etwa gleich kompliziert

Zwischen den Zahlenbereichen gibt es **Übergänge, Verknüpfungen**

Bewirken offensichtlich mit **Vereinfachungen** $\Rightarrow$ weniger komplex, kompliziert

Ein übersichtlicher Prozess ist **Klassenbildung**:

Anschaulich viele Objekte werden deutlich weniger Klassen (**psychologischer** Bereich) zugeordnet
Klassenzuordnung erfolgt mittels Klasseneigenschaften = Ja/Nein-Entscheidungen (**binärer** Bereich)

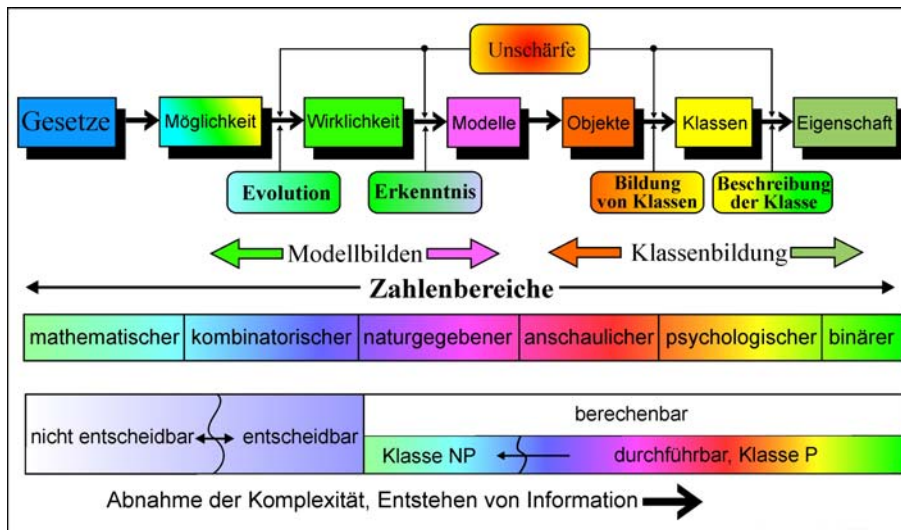
Zusammenhang **Evolution** $\Leftrightarrow$ **Erkenntnis**:

Aus den (quantenphysikalischen) **kombinatorischen** Möglichkeiten der Welt

Wählt **Evolution** eine **naturgegebene** Realität aus

Um derartige Zusammenhänge zu erkennen, schaffen wir **anschauliche Modelle**

Bei allen **Übergängen** treten Ungenauigkeiten und Unschärfen (HEISENBERG)



Zum Inhalt

1. **Ausgangspunkt** ist der **übliche umgangssprachliche** sowie **wissenschaftliche** Gebrauch von **kompliziert, komplex und Komplexität**
Die drei Begriffe werden **verallgemeinert bzw. eingeengt definiert**
2. Zur Vorbereitung wird ihre **Messbarkeit** eingeführt und angewendet
3. **Gedächtnis** und kompliziert
4. **Benutzte Komplexitäten**, wichtige Inhalte werde beispielhaft, kurz und kritisch referiert
5. **Entstehen und Reduzieren** von Komplexität
6. **Schlussfolgerungen**

Entstehen von Komplexität

Hier nur ganz kurz, Ergänzungen und Details im alten Skript

- **Schöpfung**, Schöpfungsmythen
- **Emergenz** (lateinisch *emergere* auftauchen, hervorkommen, sich zeigen)
- **Evolution** (lateinisch *evolvere* hervorrollen, abwickeln, Aufschlagen (eines Buches))
- **Thermodynamik** 3. Hauptsatz $\Rightarrow$ Wärmetod $\hat{=}$ es gibt keine Unterschiede mehr, als Gewesene ist vergessen!
- **Wachsen, Entwicklung**, z. B. Samen $\Rightarrow$ Pflanze oder Geburt $\Rightarrow$ Kind $\Rightarrow$ Erwachsener $\Rightarrow$ Tod

Faust I. GOETHE, Studierzimmer

Geschrieben steht: »Im Anfang war das **Wort**!«
Hier stock ich schon! Wer hilft mir weiter fort?
Ich kann das Wort so hoch unmöglich schätzen,
Ich muß es anders übersetzen,
Wenn ich vom Geiste recht erleuchtet bin.
Geschrieben steht: Im Anfang war der **Sinn**.
Bedenke wohl die erste Zeile,
Daß deine Feder sich nicht übereile!
Ist es der Sinn, der alles wirkt und schafft?
Es sollte stehn: Im Anfang war die **Kraft**!
Doch, auch indem ich dieses niederschreibe,
Schon warnt mich was, daß ich dabei nicht bleibe.
Mir hilft der Geist! Auf einmal seh ich Rat
Und schreibe getrost: Im Anfang war die **Tat**!

Inhaltsreichtum.doc h. Völz angelegt am 20.12.10, aktuell 17.01.2011 Seite 69 von 80

Senken von Komplexität

Ergänzungen im alten Skript

zumindest aus **zwei Gründen** für die komplexen Gebilde, insbesondere die Welt **notwendig**

- Damit **wir** mit ihnen trotz unseres engen Bewusstseins und Gedächtnisses **umgehen können**
- Damit sie **didaktisch** möglichst übersichtlich **erfasst, dargestellt und berechnet** werden können

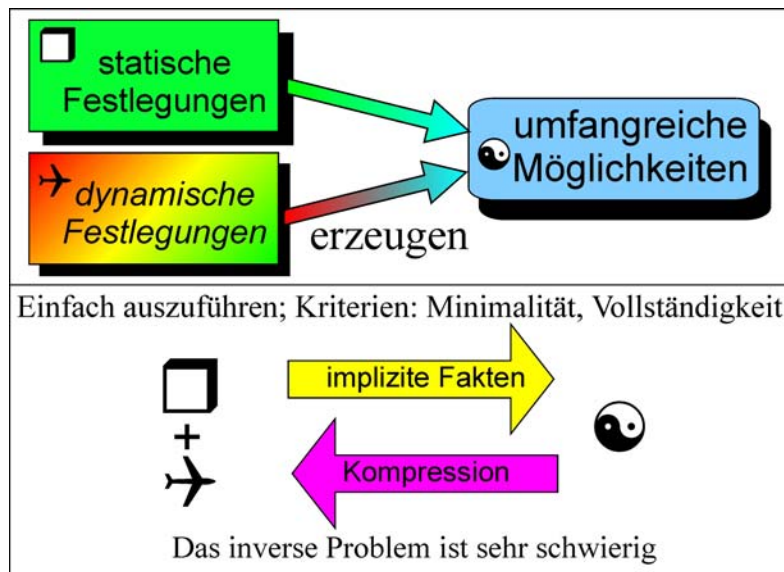
Eigentlich sollte **Umkehrung des Entstehens** geeignet sein, führt aber oft zu **neuen Probleme**, z. B.:

Quadrieren $\Leftrightarrow$ Wurzelziehen; Potenzieren $\Leftrightarrow$ Logarithmus
Produkt von Primzahlen $\Leftrightarrow$ Primzahlzerlegung
DDR-Witz: Kritik von oben $\Leftrightarrow$ unten

Daher sind spezielle **Methoden erforderlich**, alle bedingen aber **Unschärfen, Mängel und Grenzen**

- **Rationalismus** = Annahme von Axiomen und allgemeingültigen Gesetzen (s. Bild)
- **Modelle**, die nur das „Wesentliche“ im betrachteten Kontext erfassen und das andere weglassen
- **Reduktion** = Heraustrennen einzelner Aspekte, aber das Ganze ist mehr als die Summe der Teile
- **Abstraktion** $\approx$ Verallgemeinerung = Zusammenfassen ähnlicher Sachverhalte, Systeme usw.
- **Kompression** = Verdichtung, verlustfrei jedoch nur für endliche, digitale Daten (vorwiegend bei Dateien)

Inhaltsreichtum.doc h. Völz angelegt am 20.12.10, aktuell 17.01.2011 Seite 70 von 80



Inhaltsreichtum.doc h. Völz angelegt am 20.12.10, aktuell 17.01.2011 Seite 71 von 80

Zum Inhalt

1. **Ausgangspunkt** ist der **übliche umgangssprachliche** sowie **wissenschaftliche** Gebrauch von **kompliziert, komplex und Komplexität**
2. Zur Vorbereitung wird ihre **Messbarkeit** eingeführt und angewendet
3. **Gedächtnis** und kompliziert
4. **Benutzte Komplexitäten**, wichtige Inhalte werde beispielhaft, kurz und kritisch referiert
5. **Entstehen** und **Reduzieren** von Komplexität
6. **Schlussfolgerungen**

Inhaltsreichtum.doc h. Völz angelegt am 20.12.10, aktuell 17.01.2011 Seite 72 von 80

kompliziert, komplex und kontinuierlich

Kompliziert wurde eingengt, erweitert und spezialisiert; ist so wahrscheinlich brauchbar (s. o. Definition)

Komplex und **Komplexität** wird recht unterschiedlich und z. Z. widersprüchlich benutzt

Es sind **mindestens 3 Varianten notwendig**, die schrittweise zu **definieren** und zu **benennen** sind (s. u.)

Bei **kontinuierlich** sind **zwei Anwendungen** zu unterscheiden:

1. **mathematisch**, betrifft die Dichte der **reellen Zahlen** $\Rightarrow \infty$
2. **nachrichtentechnisch** betrifft Signale
Sie sind durch **Elektronen**, **Photonen** usw. bestimmt, sind damit aber eigentlich **diskret**
Entscheidend ist: für sie gibt es **keine diskret definierten (Amplituden-) Stufen**
Jeder Signalwert ist durch Störungen - vor allem Rauschen - überlagert und damit **unbestimmt**
Grenze zumindest **HEISENBERG-Unschärfe**

Oberbegriff und dessen Einteilung

Es dürfte kaum möglich sein, **komplex** und **Komplexität** neu zu definieren

Im **Sprachgebrauch** werden sie **weiterhin unscharf** und **widersprüchlich** bleiben

So wie wir sagen „**es ist schön**“, alt oder heiß“ $\Rightarrow$ dann auch „**es ist komplex** oder kompliziert“

Doch beim **Substantiv Komplexität** folgt die Forderung nach einer **Ausprägung, Messung**

Bei **Kompliziertheit** geschah das hier durch Bezug auf unser Gedächtnis

Es dürfte daher nützlich sein für **kompliziert, komplex** und **Komplexität** einen **Oberbegriff** einzuführen

Mein Vorschlag ist

Opulenz

oder **Inhaltsreichtum**, evtl. auch **Inhaltsweite** oder **content-width**

Hierzu sind dann **Unterbegriffe** zu bilden, die sich deutlich gegeneinander abgrenzen lassen

Meine **Vorschläge** sind

- **Kompliziertheit** bezogen auf unser **Gedächtnis** und unser **Handeln**
- **Komplexum** bezogen auf die **Wirklichkeit**, die Welt, das **Universum** $\leq 10^{100}$
- **Komplexis** bezogen auf **Möglichkeit**, Wahrscheinlichkeit und **Kombinatorik**; >0 und $<\infty$
- **Komplexness** bezogen auf rein **gedankliche Konstruktionen**, vor allen Varianten der **Unendlichkeit**

Bemerkung: Mir ist unklar, wie das philosophische **Unerschöpfliche** einzuordnen ist

Kompliziertheit

- **Opulenz** bzgl. **subjektiver Wahrnehmung** und **Fähigkeit unseres Handelns**
- Begrenzt durch die Leistungsfähigkeit unseres **Gegenwartsgedächtnisses**
- Betrifft überwiegend **bewusste** und **verbal** fassbare Inhalte
- Ist immer subjektiv und individuell, verändert sich mit der Zeit
- Typisch sind **Lesbarkeitsindex**, **Anschaulichkeit**, Satz, Absatz usw. <1000
- **Grenzen** ≈ 15 Bit/s, ≈ 10 Sekunden mit Rückgriffe auf bereits Gespeichertes u.a. Langzeitgedächtnis
- Hieraus folgen die **7 (± 2) Chunk** $\Leftrightarrow 2^7 \approx 150$ Bit
- Beim **Unterschreiten** von ≈ 10 Bit/s tritt meist **Langweile** auf
- **Lernen, Erfahrung, Oberbegriffe, Abstraktion, Klassifikation, Automatisieren von Verhalten** usw. ermöglichen **Kompliziertheit zu senken** $\Rightarrow$ **Didaktik, Pädagogik, Lehre**
- **Kontinuierlich** $\Leftrightarrow$ **diskret sind unwesentlich**

Komplexum

- **Opulenz** bzgl. von **Wirklichkeit**, Technik, Welt, **Universum** $\leq 10^{100}$
- Betrifft vorwiegend **objektiv Vorhandenes**, wie Bausteine, Gegenstände, Geräte, Lebewesen
- Ist betont **diskret**, berücksichtigt die **Elemente**, jedoch nicht deren **Verknüpfung, Wechselwirkung**
- Erfordert meist **logarithmische Skalen** bzw. **exponentielle Gesetze** (Wachstum)
- Daher Rechnen mit Mantisse und Exponent, Gleitkomma-Arithmetik
- **Aneignung** erfolgt oft gemäß **WEBER-FECHNERSchen Gesetz**: $W \sim \log(R)$
- Dennoch große **subjektive Schwierigkeiten** im Umgang mit **exponentiellem Wachstum**

Komplexis

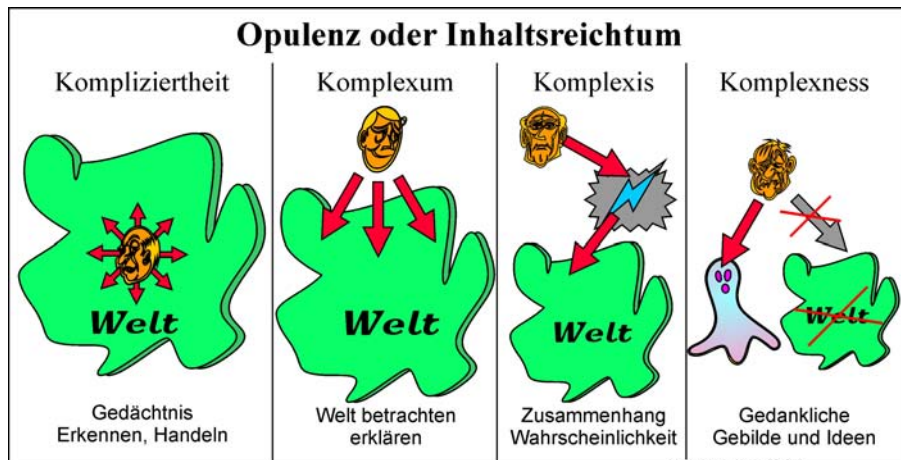
- **Opulenz** bzgl. *Möglichkeit*, *Wahrscheinlichkeit* und *Kombinatorik*
- Die Grenze der *Endlichkeit* und des *Diskreten* wird nicht verlassen; >0 und $<\infty$
- Berücksichtigt von der Welt *auch Verknüpfungen und Wechselwirkungen* der Elemente
- Das *Ganze ist mehr als die Summe der Teile*
- Von den *vielen Möglichkeiten* (Zufall, Quantentheorie) tritt *aktuell nur eine* ein!
- Werte $>10^{100}$ haben *kaum praktische Bedeutung*, ermöglichen aber *nützliche Aussagen*, z. B. Spielstellungen oder -züge
- Erfordert z. T. spezielle *Zahlendarstellungen* und *Rechenoperationen*
- Zahlenwerte ermöglichen *kaum* eine *Veranschaulichung*
- Zur Einordnung von Werten ist eine *$\log(\log(x))$ -Skala* vorteilhaft

Komplexness

- **Opulenz** bzgl. Varianten von *Unendlichkeit*
- Hat *keinen direkten Bezug zur Realität*, Welt
- *Betrifft u.a.* reelle Zahlen, Kontinuum, Grundlagen der Infinitesimal-Rechnung, abzählbar, überabzählbar, Mächtigkeit und Kardinalzahlen
- Ist ein reines, weitgehend widerspruchsfreies und in sich konsistentes *Gedankengebäude*
- Zeigt *Grenzen des menschlichen Denkens* auf (ideale Antizipation)
- Für den Aufbau der Inhalte wird *strenge Ja/Nein-Logik* benutzt
- *Unschärfen, Unbestimmtheiten* werden fast vollständig *vermieden*
- Betrifft mehr die *Qualität* (Messbarkeit) als die *Quantität*

Ich überlege, ob oder wie weit Kunst (speziell Musik) und Literatur hier einzuordnen sind?!

Zu *Quantität* $\Leftrightarrow$ *Qualität*, s. Völz: Information I. 1982, S. 320f



Vielen Dank!

für Ihr Zuhören

Ich wünsche mir eine sehr kritische Diskussion