

Vortrag an der HU am 15.01.14
Prof. Dr. Horst Völz

Von der Unmöglichkeit Fehler auszuschließen

Akzentuiert und gekürzt von

Vergleichender Versuch zu Fehlern beim Handeln, Glauben und Wissen

Dort Literatur-Quellen und viele weitere Details
[horstvoelz.de/pdf HU/](http://horstvoelz.de/pdf/HU/)

korrigiert und ergänzt nach dem Vortrag und durch die Diskussion.

Drei anzugreifende Grund-Thesen

1. Für die Logik ist die Festlegung des **ausgeschlossenen Dritten** wichtig
Ja oder Nein bzw. wahr oder falsch wird gefordert.
2. Ein **LAPLACE-Dämon** kann die Zukunft und Vergangenheit vollständig kennen.
Es genügen die Kenntnisse
aller Gesetze und einmaligen Daten zu einer einzigen beliebigen Zeit
3. **Digitale Daten sind fehlerfrei** zu übertragen und Speichern.

1. Zur formalen Logik

Die Geschichte vom Richter und Angeklagten

Ein Kreter sagt alle Kreter lügen

Dieser Satz ist falsch!

Viele Weitere Beispiele in

Falletta, N.: „Paradoxien“. Fischer - Logo, Frankfurt/M 1988/1990

Cryan, D.; Shatil, Sh.; Mayblin, B.: „Logik - ein Sachkomic“. 3. Auflage. Tibia-Press-Verlag GmbH. Überlingen 2013

Geschichte

Es gab Zeiträume, in denen Widersprüche für die Wissenschaft keine Bedeutung hatten.

Dann schien(weitgehend) eine völlige Determiniertheit gesichert.

Es gibt jedoch **drei Etappen** in denen Widersprüche größere Beachtung fanden:

1. Die **Alten Griechen** kannten bereits die „klassischen“ Widersprüche u. a. die Paradoxien von ZENON und die Lügner-Antinomie. Danach wurden Widersprüche *vergessen*.
2. Im **Mittelalter** wurden die klassischen Varianten wieder entdeckt und neu diskutiert. Es entstanden über 500 Paradoxie-Sammlungen. Vorherrschend waren aber **formale Betrachtungen**, wie: Wann entsteht aus einzelnen **Körnern ein Haufen**? Wann erfolgt der Übergang von **Kaulquappe** nach Frosch? oder „Kann **Gott** als allmächtiges Wesen einen so schweren Stein erschaffen, dass er ihn nicht heben kann?“ Mit dem aufkommenden **Rationalismus** wurden sie wieder erneut *vergessen*.
3. Die **Neuzeit** beginnt mit den vier Aporien von KANT (s. o.). Jedoch erst mit RUSSEL und GOEDEL erreicht sie zwei entscheidende Höhepunkte. Mit der **Informatik** und **Künstlichen Intelligenz** entsteht aber wieder die Gefahr, dass all Widersprüche als lösbar betrachtet werden.

Entwicklung der Logik

Mit einem Axiom-Systeme werden in *Teilschritten viele Aussagen* erzeugt.

Fundamental sind Aussage-Sätze.

Neben diesen *Aussagesätzen* gibt es auch *Befehls-* und *Frage-Sätze*, die aber hier nicht weiter betrachtet werden.

Bei Aussagesätzen kann *entschieden* werden, ob sie einen *Sachverhalt der Realität* richtig ausdrücken.

Bei ihnen ist entscheidbar, ob das Ergebnis *wahr (richtig) $\Leftrightarrow$ falsch* bzw. *gültig $\Leftrightarrow$ ungültig* oder *logisch 1 $\Leftrightarrow$ 0* ist.

Mittels der *formalen Logik* werden *Sätze* miteinander *verknüpft* und anschließend auf ihre Gültigkeit *überprüft*.

Die wesentlichen *Verknüpfungs-Operatoren* sind:

$\vee$ = ODER = *Disjunktion*, $\wedge$ = UND = *Konjunktion* sowie $\neg$ = NICHT.

Diese *traditionelle Logik* wurde bereits von ARISTOTELES aus Stagira (384 - 322 v. Chr.) eingeführt.

GOTTFRIED WILHELM VON LEIBNIZ (1646 - 1716) und BERNARD BOLZANO (1781 -1848) entwickelten Ideen für eine *mathematische Logik*.

GEORGE BOOLE (1815 - 1864) und FRIEDRICH LUDWIG GOTTLOB FREGE (1848 - 1925) schufen dazu *wesentliche Grundlagen*.

BERTRAND ARTHUR WILLIAM RUSSEL (1872 - 1970), DAVID HILBERT (1862 - 1943) u. a. erweiterten sie zur *Darstellung unseres Wissens*.

Es gibt mehrere *andere Logik-Systeme*.

FREGE $\Rightarrow$ RUSSEL

FRIEDRICH LUDWIG GOTTLOB FREGE (1848 - 1925) führte mit seinen Arbeiten den **Mengen-Begriff** ein. Als er beim Abschluss des 2. Bandes war, erhielt er 1901 von BERTRAND ARTHUR W. RUSSEL (1872 - 1970) einen Brief: Er enthielt die RUSSEL-Antinomie:

Die Menge R enthält sich selbst als Element und die Menge R enthält sich nicht selbst als Element.

FREGE konnte dieses Problem nur noch im Vorwort berücksichtigen:

„Einem wissenschaftlichen Schriftsteller kann kaum etwas Unerwünschteres begegnen, als dass ihm nach Vollendung seiner Arbeit eine der Grundlagen seines Baues erschüttert werden. In diese Lage wurde ich durch den Brief des Herrn Bertrand Russel versetzt, als der Druck dieses Bandes sich seinem Ende näherte.“

Zur Vermeidung dieser Antinomie werden heute in der Mengen-Theorie **drei Objektarten** benutzt:

- **Urelemente** treten als Elemente von Gesamtheiten auf, enthalten aber selbst keine Elemente.
- **Mengen** sind sowohl Gesamtheiten als auch Elemente von anderen Gesamtheiten.
- **Unmengen** sind Gesamtheiten, die aber nicht Elemente anderer Gesamtheiten sind.

Sie sind gemäß der folgenden Tabelle eingeteilt.

Elemente		Unmengen
Urelemente	Mengen, Nullmenge	
Klassen		

HILBERT $\Rightarrow$ GOEDEL

Auf dem Mathematik-Kongress 1900 forderte DAVID HILBERT (1862 - 1943) die vollständige Axiomatisierung aller mathematischen Theorien.

1930 bewies dann KURT GOEDEL (1906 - 1978) mit seiner Dissertation den **Unvollständigkeitssatz**.

Es kann keine Theorie geben, welche die elementare Arithmetik umfasst, für die folgende Eigenschaften beweisbar sind:

Sie ist 1. endlich beschreibbar, 2. in sich widerspruchsfrei und 3. vollständig.

1932 bewies er dann, dass es in Zahlentheorie zumindest eine Aussage gibt, die **sowohl falsch als wahr** ist. Hieraus folgt: Keine hinreichend umfangreiche ($\approx$ elementare Zahlentheorie) mathematische Theorie kann ihre eigene Widerspruchsfreiheit beweisen.

Dadurch begann die große Krise der Mathematik. Heute werden die Theorien der Mathematik in 3 Klassen eingeteilt:

- Widerspruchsfrei = berechenbar = GOEDEL-Entscheidbar.
- GOEDEL-unentscheidbar.
- Die Zuordnung ist noch nicht bekannt.

Erst 1970 wurde bewiesen: das 10. Hilbertsche Problem bezüglich der diophantischen Gleichungen ist nicht entscheidbar.

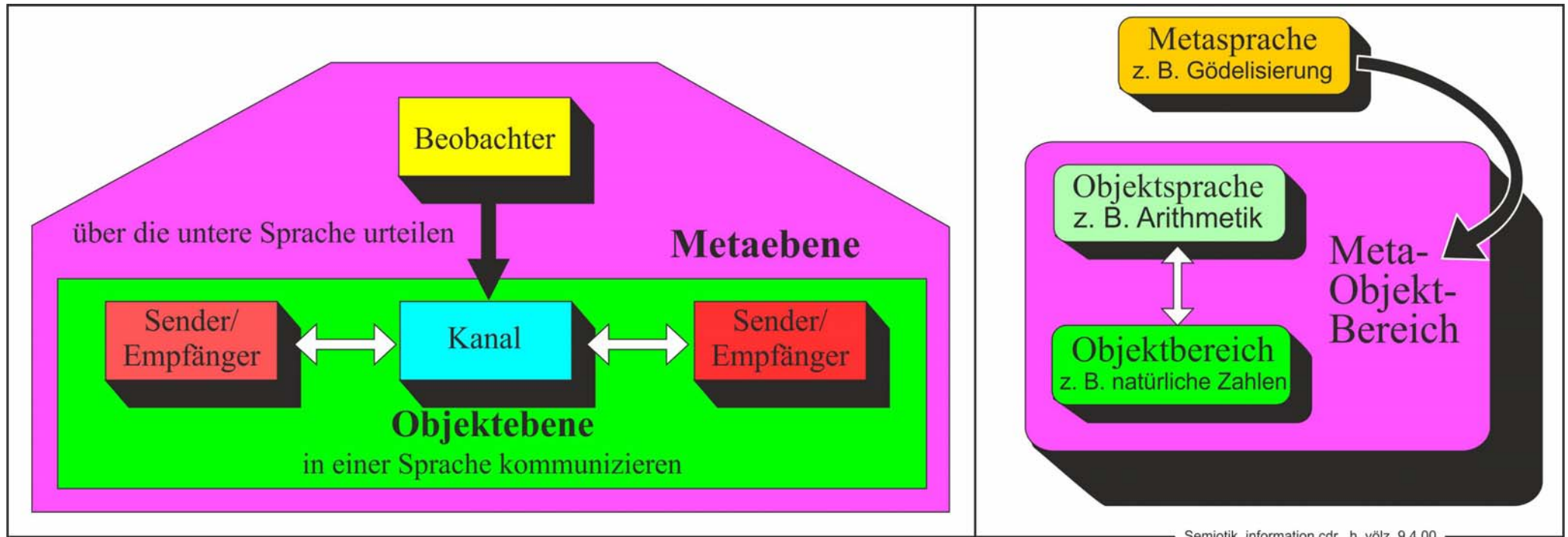
Auch Theorien zu **Ethik, Ästhetik, Fortschritt** usw. werden heute in diesem Sinne betrachtet.

P.S.: Beim Beweis hat GOEDEL die Metasprache zur Definition der Arithmetik in den Objektbereich der Arithmetik übergeführt. Zur Kodierung benutzte er für die Metasprache **Produkte von Potenzen aus Primzahlen** (Goedelisierung). So konnte er auch für die Metasprache der Arithmetik die exakten Regeln der Arithmetik selbst anwenden.

Externer Beobachter und Metasprache

ALFRED TARSKI (1901 - 1983) führte daher eine übergeordnete **Metasprache** (Sprachhierarchie) ein. Denn Aussagen **in** einer „**Objekt**“-**Sprache** dürfen nicht mit Aussagen **über** diese Sprache vermischt werden. Sowohl in einer Sprache als auch in einem logischen System kann es **kein internes Wahrheitskriterium** geben. Die Klärung muss in einer Metasprache erfolgen.

Eine Schwierigkeit besteht jedoch darin, dass es für die **Umgangssprache** keine Metasprachen geben kann.



Einige weitere Logik-System

Weil die formale Logik streng nur in eingeschränkten Bereichen, Modellen gilt, entstanden weitere Logik-Varianten
In der **formalen Logik** gilt: **entweder** ist p wahr **oder** p ist nicht wahr; ein **Drittes** gibt es **nicht**.

Bereits ab 1920 entwickelt JAN ŁUKASIEWICZ (1878 - 1956) eine **mehrwertige Logik**, die jedoch keine Verbreitung fand.
In ihr werden statt der Ja-Nein-Aussage **reelle Zahlen** aus dem Einheitsintervall $[0, 1]$ verwendet.

Die **Modallogik** fügt der formalen Logik hinzu bzw. gilt statt ihrer:

$\Diamond p$ = Es ist **möglich** dass p gilt und/oder $\Box p$ es ist **notwendig** dass p gilt.

Mit dieser Logik lassen sich zwar verschiedene Betrachtungen, aber keine Beweise durchführen.
Je nach Anwendungsbereich werden dabei verschiedene Systeme unterschieden.

Formel	Deutung			
	Modal	Deontisch	Temporal	Epistemisch
$\Diamond p$	Es ist möglich	Es ist erlaubt	Gilt irgendwann in der Zukunft, Vergangenheit	Ich halte es für möglich
$\Box p$	Es ist notwendig	Es ist geboten	Gilt immer in der Zukunft, Vergangenheit	Ich halte es für gewiss

Lateinisch **modus** Maß; Art, (Aussage) Weise; Deontisch: griechisch **ontos** Wesen; griechisch **episteme** das Verstehen

1965 wurde von LOTFI ASKER ZADEH(*1921) die **Fuzzy-Logik** (Fuzzy-Set-Theorie) eingeführt.

Sie ist eigentlich keine mehrwertige Logik, sondern eine **unscharfe Mengenlehre**, und betont die Unschärfe der Aussage.
Meist wird dabei eine Kombination von Prozentangaben der Eigenschaften zu einer Einheit zusammengefasst.

„Angeblich“ werden hiermit Maschinen, Roboter und Haushaltsmaschinen gesteuert.

Doch bei genauer Betrachtung geschah dies nur bei deren Entwicklung.

In jedem Fall wird so aber die Unschärfe (Fehlerbereiche) des jeweiligen Gebietes berücksichtigt.

Beginn der Informatik

1936 führte ALAN MATHISON TURING (1912 - 1954) das universelle Rechenschema, den TURING-Automaten ein. Er ist nur ein **gedankliches Modell**, das wohl nie als technischer Rechner produziert wurde.

Danach entstanden mehrere ähnliche Modelle u. a.

- Gleichungskalkül nach GÖDEL-HERBRAND
- μ -rekursive Funktionen nach KLEENE
- MARKOW-Algorithmen
- Minimal-Logik nach FITCH
- Kanonischer Kalkül von POST
- Graphen-Schemata von KALUZIN
- Rekursions-Schemata von MCCARTHY
- λ -Funktionen von CHURCH

1940 folgerte ALONZO CHURCH (1903 - 1995): alle Methoden besitzen gleiche Leistung, gestatten Gleiches zu berechnen. Er führte deshalb die Hypothese der gemeinsamen **Berechenbarkeit** ein. Wesentlich ist dabei **Rekursivität**. Der vorher **intuitive** Ausdruck des Berechenbaren wird mit dem exakten **Algorithmus** gleichgesetzt und ebenfalls präzise. Alles Berechenbare ist algorithmisch mit **natürlichen Zahlen** erreichbar und kann mittels **Codierung** auf **beliebige Gebiete** übertragen werden.

Doch bereits 1937 hatte TURING das **Halteproblem** entdeckt und damit eine erste Grenze der Informatik gefunden. Fast alle Aussagen der **Theoretischen Informatik** sind heute **Nein-Aussagen**: xxx gibt es nicht oder gelten nur für $n \rightarrow \infty$.

1940 schuf TURING den **Test** bzgl. eines menschenähnlich intelligenten Computers $\approx$ Beginn der **Künstlichen Intelligenz**

Als Folge gilt:

Informatik ist nur innerhalb ihrer **Modelle** korrekt, doch diese betreffen immer nur einen **Ausschnitt der Realität**.

Wahrheit in der Wissenschaft

Letztlich muss sich eine wissenschaftliche Theorie in der Realität, Wirklichkeit bewähren.
Zur Entscheidung entstanden nacheinander drei wichtige Methoden:

FRANCIS BACON (1561 - 1626) entwickelte die **Verifikation**
(Lateinisch *verificare*, von *verus* wahr, richtig und *facere* machen).

Sie ist ein strenger Beweis, geht von Hypothesen aus, die anschließend durch gewonnene Erkenntnisse bestätigt werden.
Es stellte sich aber heraus: Eine wissenschaftliche **Theorie** ist weder aus der **Erfahrung** logisch ableitbar noch durch Erfahrung verifizierbar.

1934 zeigte Sir KARL RAIMUND POPPER (1902 - 1994):

Unser gesamtes Wissen besteht aus Hypothesen, deren Wahrheit nie sicher ist.

Es besteht vorwiegend aus **All-Sätzen**, die **immer und überall** gelten sollen.

Uns sind aber nur **endlich viele** Beobachtungen möglich.

Daher führte er zusätzlich zur Bewährung die **Falsifikation** ein (lateinische *falsus* unbegründet, grundlos, irrig, falsch).

Dabei genügt **ein Gegenbeispiel**, um die entsprechenden Inhalte für ungültig zu erklären.

Dennoch kann die übliche Praxis zuweilen die Hypothesen weiter benutzen.

1962 führte dann THOMAS SAMUEL KUHN (1922 - 1996) den Begriff des **Paradigmas** ein.

(griechische *paradigma*, Beispiel, Vorbild, Verweis, Beweis, Urbild, Modell, Muster oder mustergültiges Beispiel).

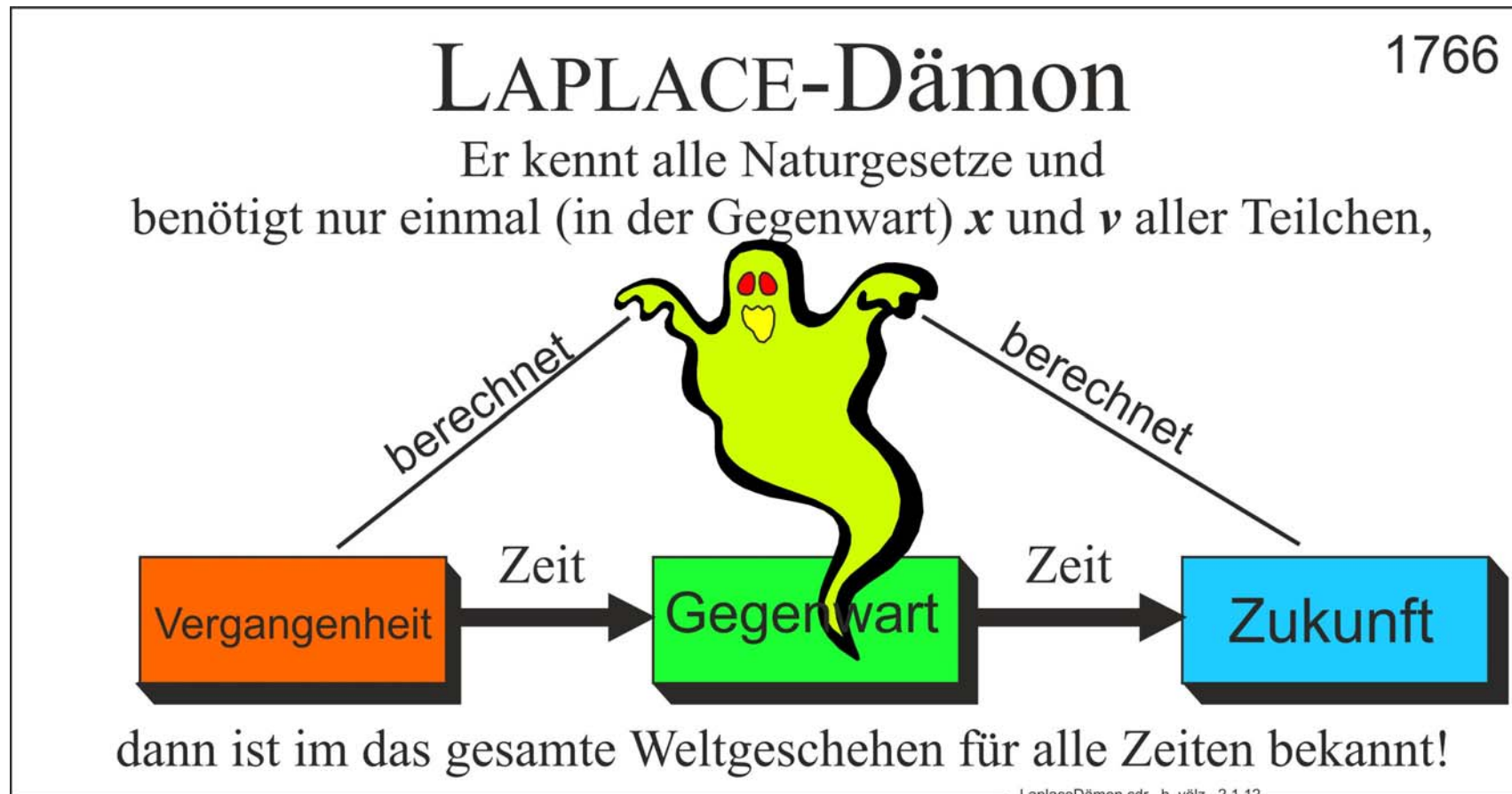
In der aktuellen Wissenschaft gibt es **vorherrschende Hypothesen/Theorien** (Paradigmen)

Sie werden allgemein als gültig anerkannt sind, können sich aber irgendwann als fehlerhaft herausstellen.

Dann tritt Paradigmenwechsel zu neuen Hypothesen ein. Das nennt er eine wissenschaftliche Revolution.

2. LAPLACE-Dämon

Axiome erzwingen bzw. entsprechen einem **vollständigen Determinismus** gemäß Ursache-Wirkung. Letztlich ergibt sich so der **LAPLACE'sche Dämon**, den 1776 PIERRE SIMON LAPLACE (1749 - 1827) erdachte. Die Idee gewann er damals aus den ehernen Gesetzen der Astronomie sowie der Mechanik.



Es kann keinen LAPLACE-Dämon geben

LAPLACE wusste bereits, dass es ihn nicht geben könne.

Dann würde es nämlich auch keine menschliche **Freiheit und Verantwortung** geben.

Heute lässt er sich wie folgt mehrfach widerlegen.

Wenn die Welt	und wenn der Dämon (wir)	nur dann wären
• deterministisch und ständig wäre, • nur wechselwirkende Teilchen enthielte, • die NEWTON'schen Bewegungsgleichungen uneingeschränkt gültig wären.	• alle Naturgesetze kennen würde, • alle Rand- und Anfangsbedingungen zu irgend einem Zeitpunkt kennen würde, • und zwar beides mit absoluter Genauigkeit, • alle diese Daten speichern könnte, • mathematisch leistungsfähig und • schnell genug, um alle Gleichungen exakt lösen zu können.	• der Lauf der Welt in allen Einzelheiten eindeutig bestimmt (gleiche Ursachen erzeugen gleiche Wirkungen), • alle Ereignisse der Vergangenheit und der Zukunft korrekt zu berechnen.

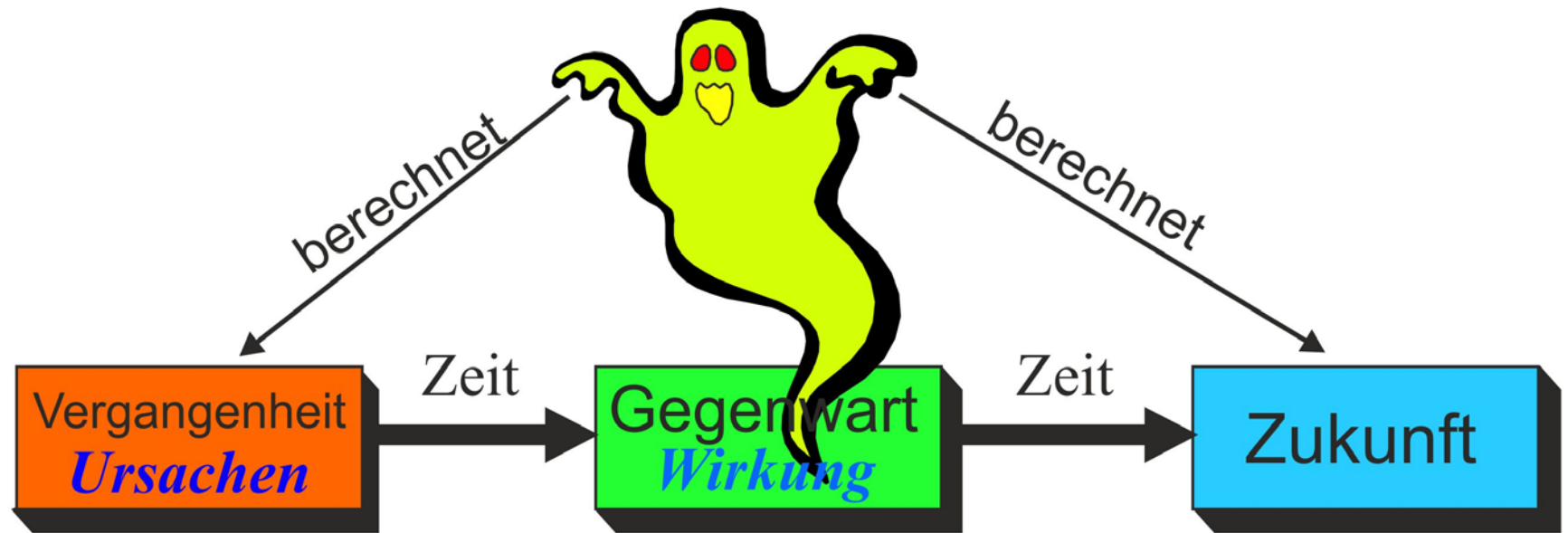
Seit etwa 1920 kommt noch hinzu, dass in der Mikrowelt gemäß der **Quantenphysik der Zufall** regiert.

Es ist ein anderer Zufall als bei Würfel, Urne, Mischen usw.

Mit den betont **menschlichen Zufälligkeiten** hat sich ausführlich ODO MARQUARD (*1928) auseinander gesetzt.

LAPLACE-Dämon

1766



Welt als Dämon? Quantentheorie

1925



LaplaceDämon2.cdr h. völz 2.1.12

Erzwungene Ungewissheiten

Der **Zufall** und die **Grenzen unserer Erkenntnis** erzwingen:

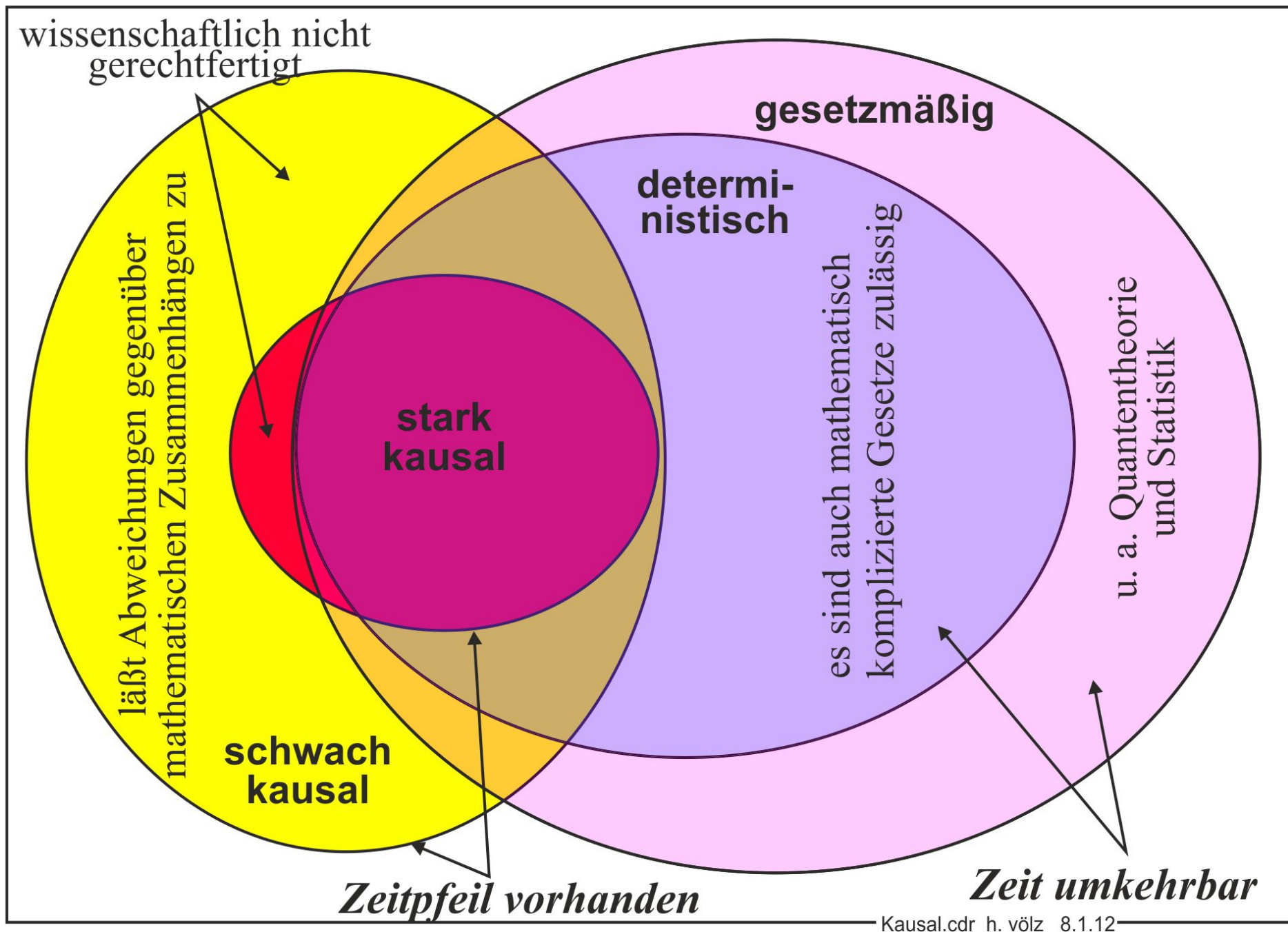
Wir können **nicht über alles** in der Wirklichkeit **sichere Aussagen** besitzen.

Daher müssen wir auf **Abweichungen** zu unseren Vorstellungen oder gar **Fehler gefasst sein**.

Das **ähneln** den unvermeidbaren **Störungen** in der technischen Welt $\Rightarrow$ **Fehlerwahrscheinlichkeit**.

Daher müssen wir wissenschaftlich zumindest **drei Bereiche, Begriffsinhalte** unterscheiden:

- **Strenger Determinismus** gemäß **Ursache $\Rightarrow$ Wirkung**. Diese Zusammenhänge sind durch Axiom-Systeme und Algorithmen komprimierbar und werden dann fehlerfrei erfüllt. Die Grenzen hierzu zeigt der LAPLACE-Dämon auf.
- **Kausalität** als **subjektiver Determinismus**: Ich gebe mich mit einer **Erklärung zufrieden**, die eventuell sogar der Realität **widerspricht** (Mythen, Götter, schwarze Schuhe, Winterkälte usw.). Teilweise sind hier **gesellschaftliche** Zusammenhänge zu erfassen, wie Normen, Moralregeln, Tabus usw.
- **Gesetzmäßig** berücksichtigen zusätzlich zum strengen Determinismus auch **statistische Gesetze**, u. a. Quantentheorie und extrem komplexe Zusammenhänge. Die statistischen Aussaussagen besitzen **immer eine Streuung** (später Messungen).



Zur Kausalität

Für die Kausalität wird immer angenommen: (kleine) *Ursache* $\Rightarrow$ (kleine) *Wirkung*

Wir nehmen an, dass es für *Alles eine (einzige) Ursache* gibt. Und wollen alles *erklärt* haben

Der Physiker und Meteorologe HEINRICH WILHELM DOVE hielt manchmal öffentliche Vorträge. Nach einem solchem Vortrag fragte ihn jemand

Woher kommt es, dass wir in den Straßen von Berlin im Winter immer fünf Grad Kälte mehr haben wie auf dem Felde.“

Er wollte sich mit dem Unwissenden nicht streiten und ihm erst sagen, dass es auf dem Felde kälter sei als in Berlin. Auch wollte der gute Mann das nicht hören, sondern er wollte für seine falsche Beobachtung eine Erklärung. Daher sagte er:

„Wegen des Heizens in den Häusern flüchtet die Kälte aus denselben auf die Straße und kommt dort dichter zusammen.“

Der Mann war zufrieden und „erzählt's auf meinen Namen weiter. Meinetwegen. Ich bin ihn wenigstens los.“

Meine Geschichte zu **schwarzen Schuhen**.

Drei wesentliche Grenzen unserer Erkenntnis

- Der Menschheit und noch mehr jedem Einzelnen ist nur ein ***sehr kleiner Raum der Welt*** einigermaßen detailliert ***zugänglich***. Zudem stehen uns für entfernte Bereiche nur ganz wenige Messmethoden (elektromagnetische Wellen und Licht) zur Verfügung.
- Die ***Lebenszeit*** der Menschheit und noch mehr die jedes Einzelnen ist gegenüber den etwa 13 Milliarden Jahren, die schon jetzt die Welt bestanden hat, nur extrem kurz. Ein experimenteller Blick in die Zukunft ist uns verwehrt. Er kann nur mittelbar mit erheblicher Unsicherheit bestimmt werden.
- Was wir ***nicht direkt wahrnehmen können***, müssen wir mit Zeichen und deren Verknüpfung beschreiben. Diese Z-Information benutzt aber immer Objekte der Welt. Durch diese Rückbezüglichkeit können leicht Widersprüche entstehen.

3. Zum Auftreten von Fehlern

Es geht primär um die **Beschreibung der (zur) Welt**, dabei muss **kontinuierlich** und **diskret** unterschieden werden.

Es gibt mehrere Arten von kontinuierlich

1. **mathematisch**: zwischen zwei Zahlen kann immer eine weitere eingefügt werden = reelle Zahlen.
Diese Betrachtungen sind für (physikalische) Anwendungen „nutzlos“!
2. **Messwerte** betreffend: können beliebig fein abgestuft werden, sind aber immer mit **systematischen** und **zufälligen** Fehlern behaftet, können aber durch **Wiederholung** verbessert werden. (Mittelwert und Streuung)
3. Bedeutung von externen von **Störungen** (Abschirmung und Kompensation)
4. **Interne** Störungen entstehen in der Messapparatur und sind **letztlich physikalisch bedingt**.
Sie betreffen vor allen das **thermische Rauschen** und manchmal auch das **Quanten-Rauschen**.
5. Ergebnisse unsere **Sinne** und unser **Handeln** ähneln den Messwerten, jedoch nicht wiederholbar.
Auch fast alle technischen Messwandler verhalten sich so.

Kommentare zu 2.

- **Systematische** Messfehler entstehen durch ungenügende „Eich“-Möglichkeiten der Messgeräte und -anordnungen. Sie sind nicht völlig vermeidbar und können nur abgeschätzt werden. Sie werden hier weiter nicht berücksichtigt.
- **Zufällige** Messfehler stammen von unterschiedlichen Störungen und Rückwirkungen mit dem Gemessenen. Sie lassen sich durch mehrfache Wiederholung der Messung mittels Fehlerrechnung verringern.

Die quasi-kontinuierliche Welt

Für die üblichen (makroskopischen) Messungen sind die diskreten Elementar-Werte viel zu klein

Daher ist es dann sinnvoll, von (**physikalisch**) **kontinuierlichen** Werten auszugehen.

Dieses kontinuierlich entspricht aber nicht dem **mathematisch** Kontinuierlichem (es gibt immer Zwischenwerte).

Die prinzipiell mögliche Stellenzahl der **Messwerte** ist jedoch viel größer als die der **Messgenauigkeit** (s. u.).

Ähnliches gilt auch dann, wenn zwei voneinander abhängige Werte bestimmt werden.

Theoretisch wirkt hierfür die **HEISENBERG-Unschärfe** begrenzend, bzgl. der Zeit Δt und Energie ΔE gilt z. B..

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h$$

Auch hierbei sind die realen Messfehler so viel größer, dass ebenfalls Kontinuierlichkeit angenommen werden kann.

Externe Störungen

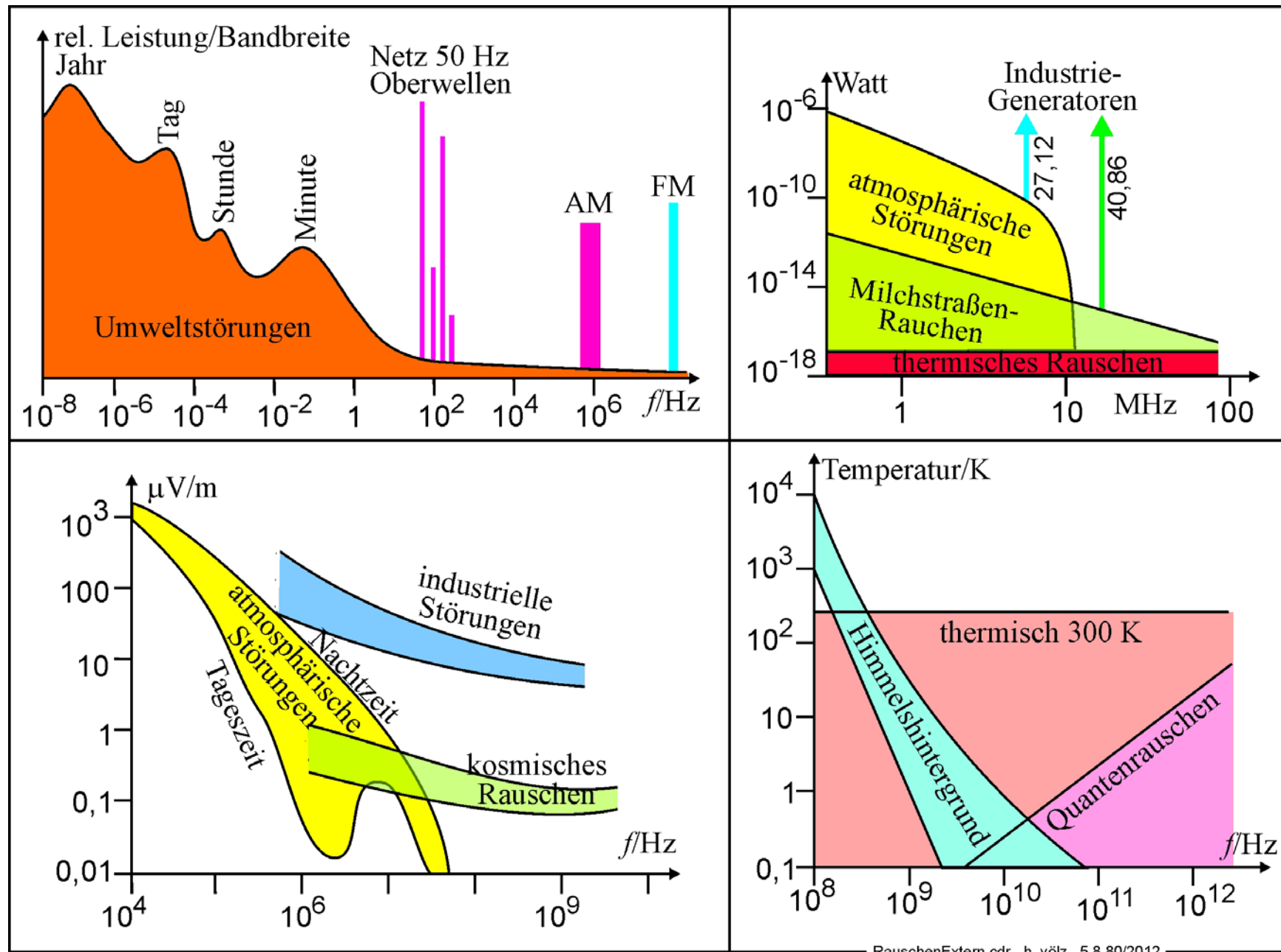
Es gibt eine Vielzahl externer Signalstörungen (weitere Details [1])

- **Außerirdisch:** kosmisches Rauschen der Rest- bzw. Hintergrundstrahlung (**Überbleibsel** des Urknalls). Hinzu kommen Strahlungsausbrüche der Sonne und Fixsterne des Milchstraßensystems, nehmen mit $\approx 1/f^3$ ab.
- **Terrestrisch** sind insbesondere das **atmosphärisches Wärmerauschen** und **Blitzentladungen**.
- **Technisch** verursacht: **unerwünschte** HF-Sender, Zündfunken, Bürstenfeuer von Maschinen und Schaltvorgänge ihre Anzahl nimmt ständig zu, Handy, DECT, WLAN usw. (weit über das Bild hinaus).
- **Rückwirkungen** durch **Verkopplung** mit **anderen** (schaltungs-) Teilen des Empfangssystems, z. B: Erdschleifen.

Sie lassen sich durch angepasste Maßnahmen stark reduzieren. Die wichtigsten sind

- **Frequenzselektive Ausfilterung** der nur gewünschten Signale.
- **Abschirmung** des Störers oder des Empfangssystems.
- **Symmetrisierung, Kompensation** usw. durch definierte zusätzliche, gegenpolige Einkopplung der Störung.
- Definierte **gemeinsame Erdpunkte** gegen störende Verkopplungen.

Bemerkung: Vorlesung Elektronik an HU hierüber geschieht zufällig kurz nach der Errichtung der Mauer!



Das elektronische Rauschen

Rauschen geht auf das Mittelhochdeutsche zurück und betrifft ein gleichmäßiges, anhaltendes dumpfes Geräusch u. a. Rauschen von Blättern im Wind und bei Regen.

Elektrisches Rauschen ist betrifft messbare unregelmäßige Stromschwankungen.

Es ist in gewissen Umfang immer vorhanden und dann unvermeidbar.

Es wurde erstmalig **1918** durch WALTER SCHOTTKY (1886 - 1976) beschrieben.

In der Arbeit wird auch das **Schrot**-Rauschen als Folge der statistisch auftreffenden Elektronen erklärt.

Etwa 10 Jahre später hat JOHN BERTRAND JOHNSON (1887–1970) die **thermische** Ursache experimentell belegt.

Er fand dabei auch das **Funkel-Rauschen** mit dem Frequenzgang $1/f$.

HARRY NYQUIST (1889 -1976) führte für das Rauschen die gemittelte (frequenzabhängige) Leistungsdichte ein.

Inzwischen sind viele **physikalischen Rauschphänomene**, entdeckt worden u. a.

das **Stromverteilungs**rauschen bei Röhren und das Rauschen bei Halbleitern.

Auch die **Quanteneffekte** erzeugen ein (elektrisches) Rauschen.

Viele physikalische Rauschphänomene sind auch heute noch Gegenstand intensiver Untersuchungen.

Rauschen als unvermeidbare Störung

Rauschen ist gekennzeichnet durch:

1. **Effektivwert** der Spannung, entspricht dem statischen Mittelwert, folgt aus der **Leistungsdichte**.
2. **Statistik** der Signale; infolge der Vielfalt der Einflüsse liegt oft GAUß-Verteilung vor.
3. **Frequenzgang**, vielfach frequenzunabhängig bis zu einer oberen Grenzfrequenz (weißes Rauschen), bei einigen Rauschquellen tritt auch „farbiges“ Rauschen auf, z. B. das zu tiefen Frequenzen ansteigende, z. B. $1/f$ -, Funkel-, Stromverteilungs- (Röhren) und Generations-Rekombinations-Rauschen (Halbleiter) bzw. das $1/f^2$ -Rauschen.

Das **thermische Widerstandsrauschen** entsteht durch die statistische Bewegung der Ladungsträger (Elektronen). Es ist vorwiegend „weiß“. Mit der benutzten Bandbreite B , der absoluten Temperatur T , der Boltzmann-Konstante $k \approx 1,38 \cdot 10^{-23}$ Ws/grd gilt für die Rauschleistung

$$P_r = k \cdot T \cdot B.$$

Für die Rausch-Spannung muss der Arbeitswiderstand R berücksichtigt werden:

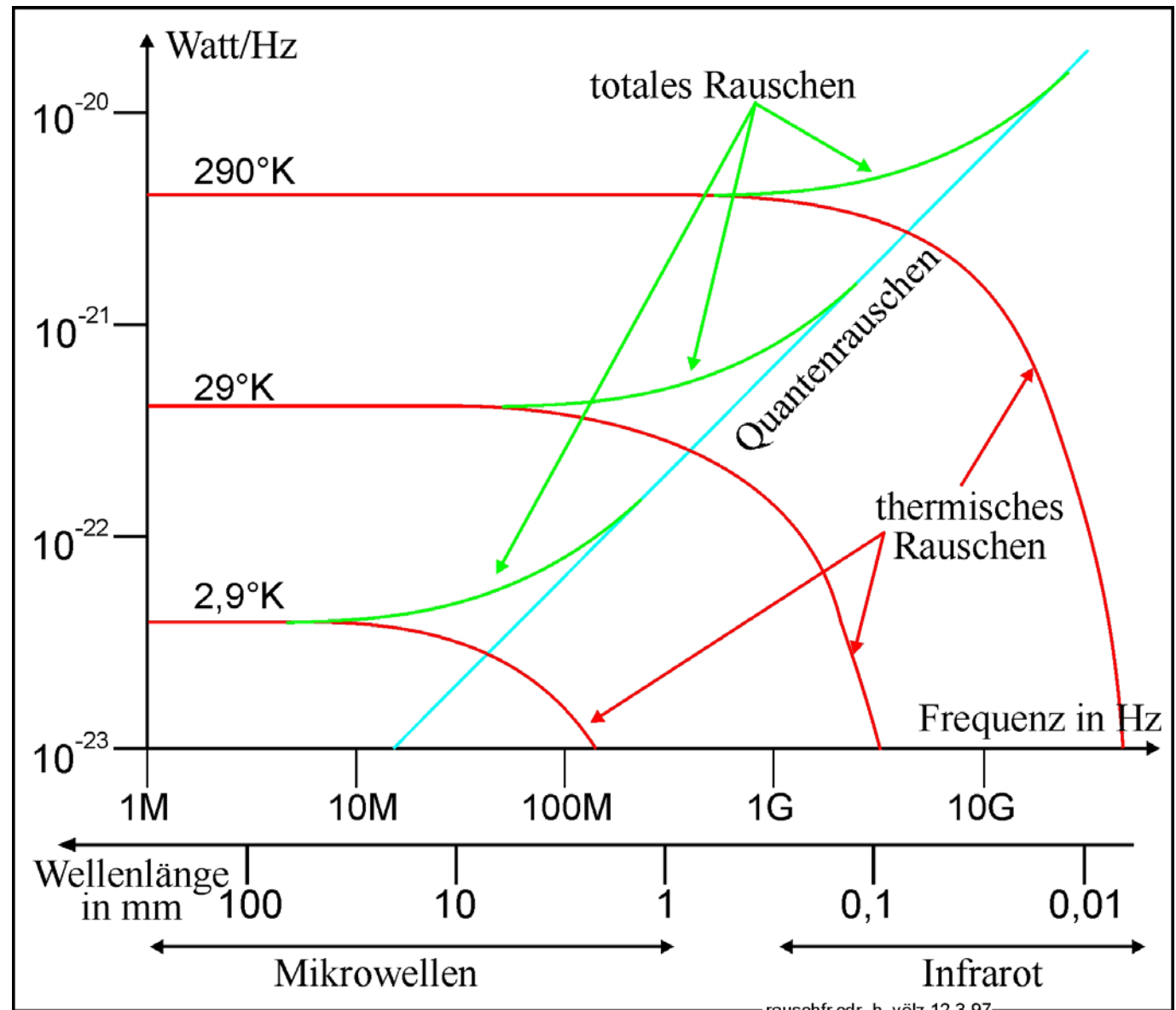
$$\bar{U}_r = \sqrt{P_r \cdot R} = \sqrt{k \cdot T \cdot B \cdot R}.$$

Das **Quantenrauschen** entsteht durch das statistische Auftreten von (Quanten-) Teilchen, z. B. Photonen. Es ist unabhängig von der Temperatur, aber proportional zu deren Frequenz ν , daher folgt

$$E = h \cdot \nu.$$

Erwähnt seien noch das Rauschen von **Kontaktstellen** zwischen Leitern und/oder Halbleitern sowie das **BARKHAUSEN-Rauschen** infolge des spontanen Umklappens magnetischer Bezirke.

Bei Zimmertemperatur $T \approx 290 \text{ K}$ überwiegt die Rauchleistungsdichte des Quantenrauschens die des thermischen Rauschens erst oberhalb von $\approx 1 \text{ GHz}$.



Auftreten der Messfehler

Wird eine Größe n -mal gemessen, so ergeben sich infolge der Störungen unterschiedliche Messwerte x_i .

Daraus lassen sich der **wahrscheinlichste** = **Erwartungs-** = **Mittelwert** = x_0 und die **Streuung** = **Varianz** = σ bestimmen:

$$x_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{und} \quad \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2.$$

n kann sehr groß gemacht werden und daher theoretisch gegen unendlich streben.

Dann ergibt sich für jeden fehlerbehafteten x -Wert eine (Wahrscheinlichkeitsdichte-) Funktion $f(x)$ und es folgt.

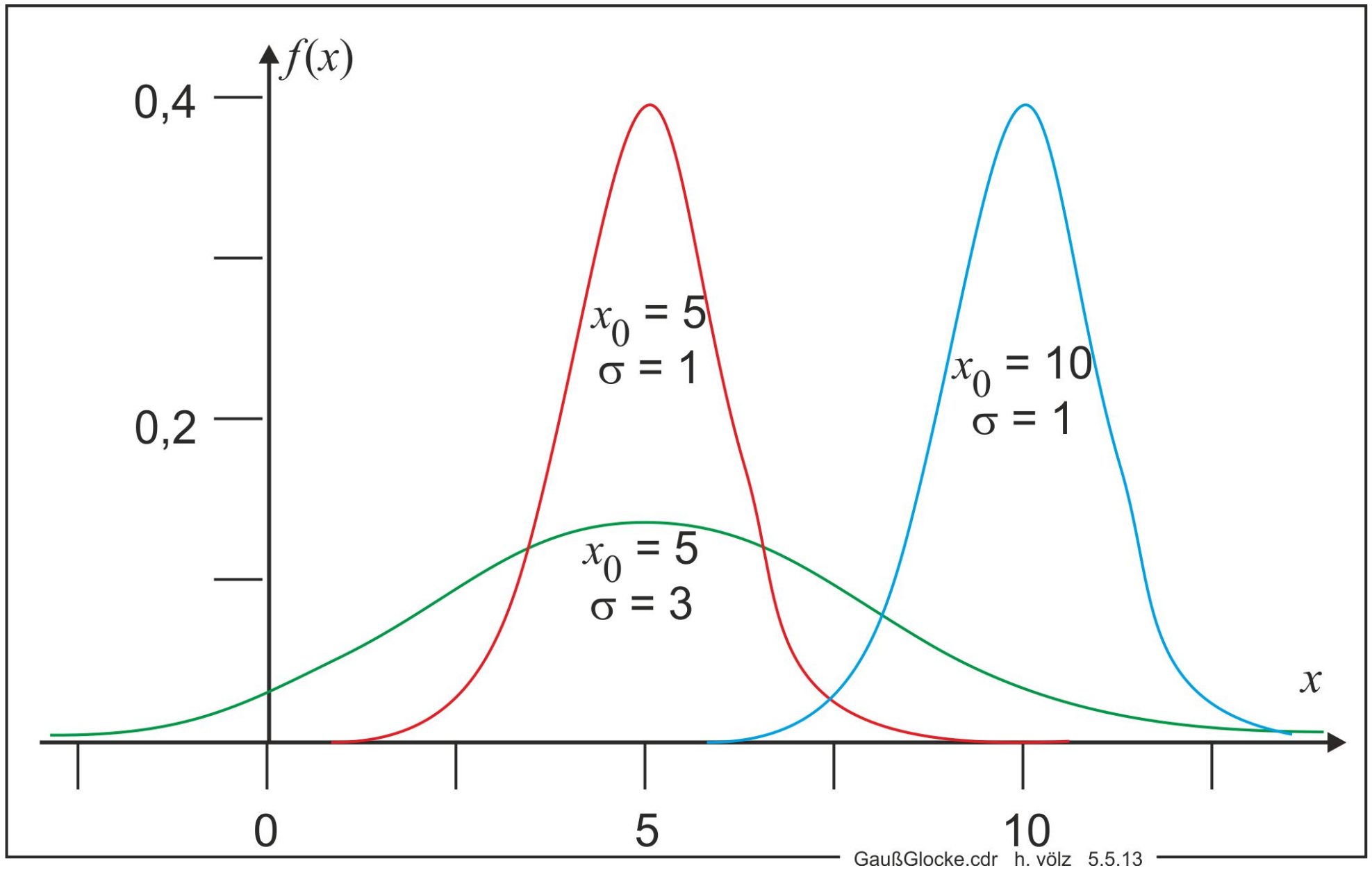
$$x_0 = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx \quad \text{und} \quad \sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - x_0)^2 f(x) dx.$$

In den meisten praktischen Fällen sind die Störungen durch viele Ursachen bewirkt.

Dann gehorcht $f(x)$ der **Normal** = **GAUß-Verteilung**:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}.$$

Eine Messung aus vielen Messwerten ist daher durch den Mittelwert x_0 und die Varianz σ ausreichend gekennzeichnet.



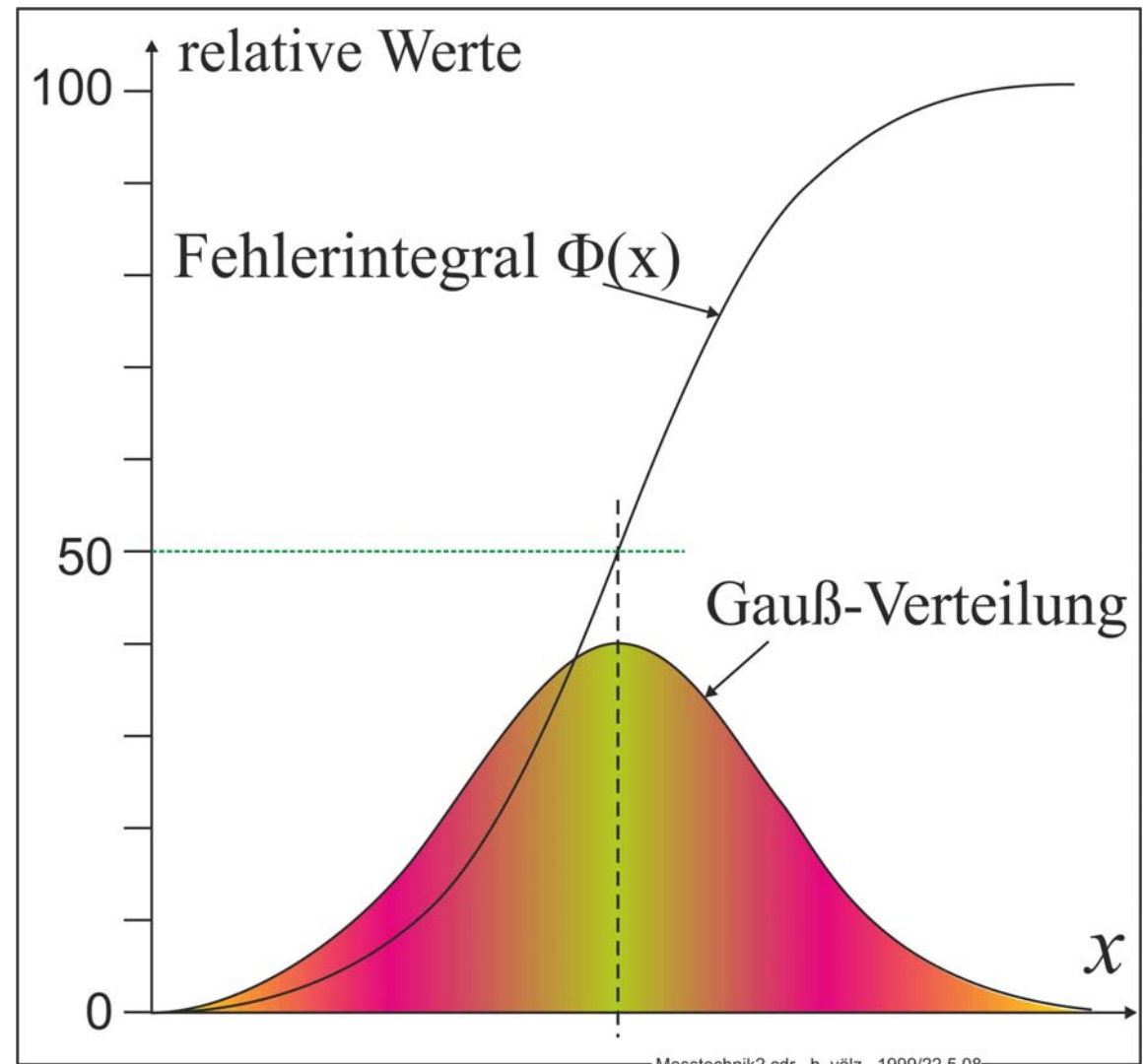
Das Fehlerintegral $\Phi(x)$

Für viele Anwendungen interessiert nicht nur die Wahrscheinlichkeit von Einzelwerten, die GAUß-Verteilung.

Es ist auch die Summenwahrscheinlichkeit in einen Intervall wichtig.

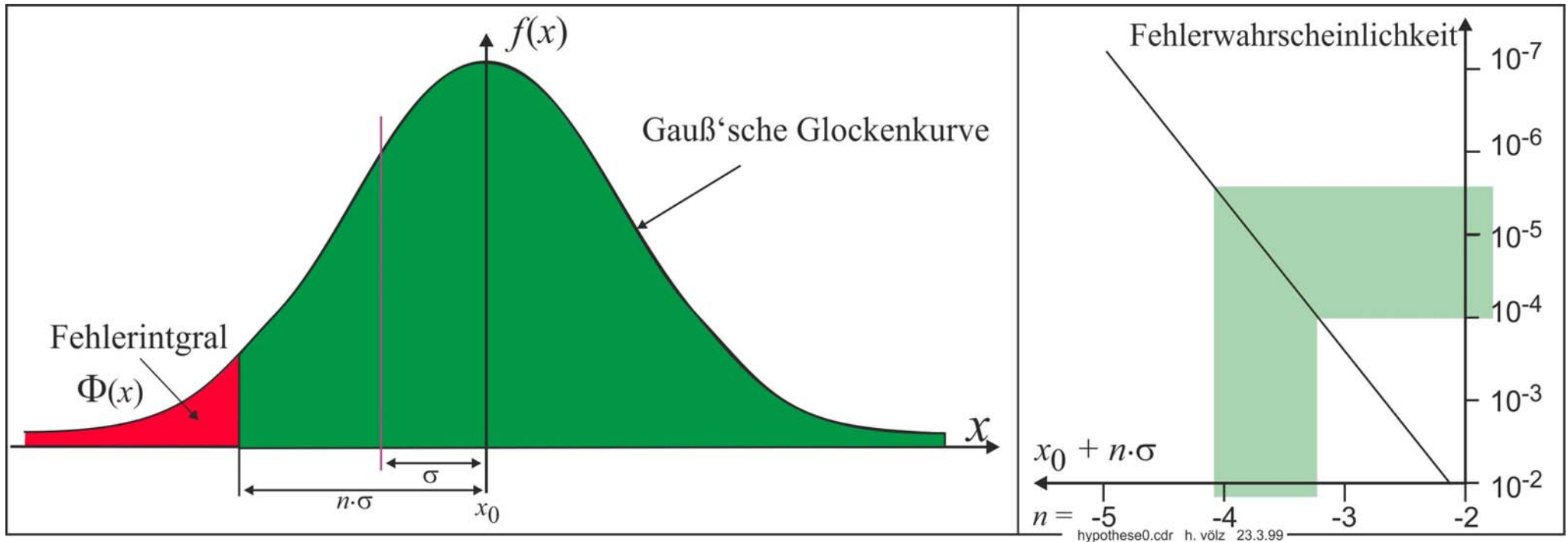
Meist wird dafür die Summierung (das Integral) bei $x = -\infty$ begonnen. Dann gilt für das Fehlerintegral

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(\xi-x_0)^2}{2\sigma^2}} d\xi$$



Restfehler bei $x \approx -\infty$

Diese Werte sind u. a. für die später zu behandelnde Digitalisierung wichtig.
Dabei ergibt sich das folgende Bild.



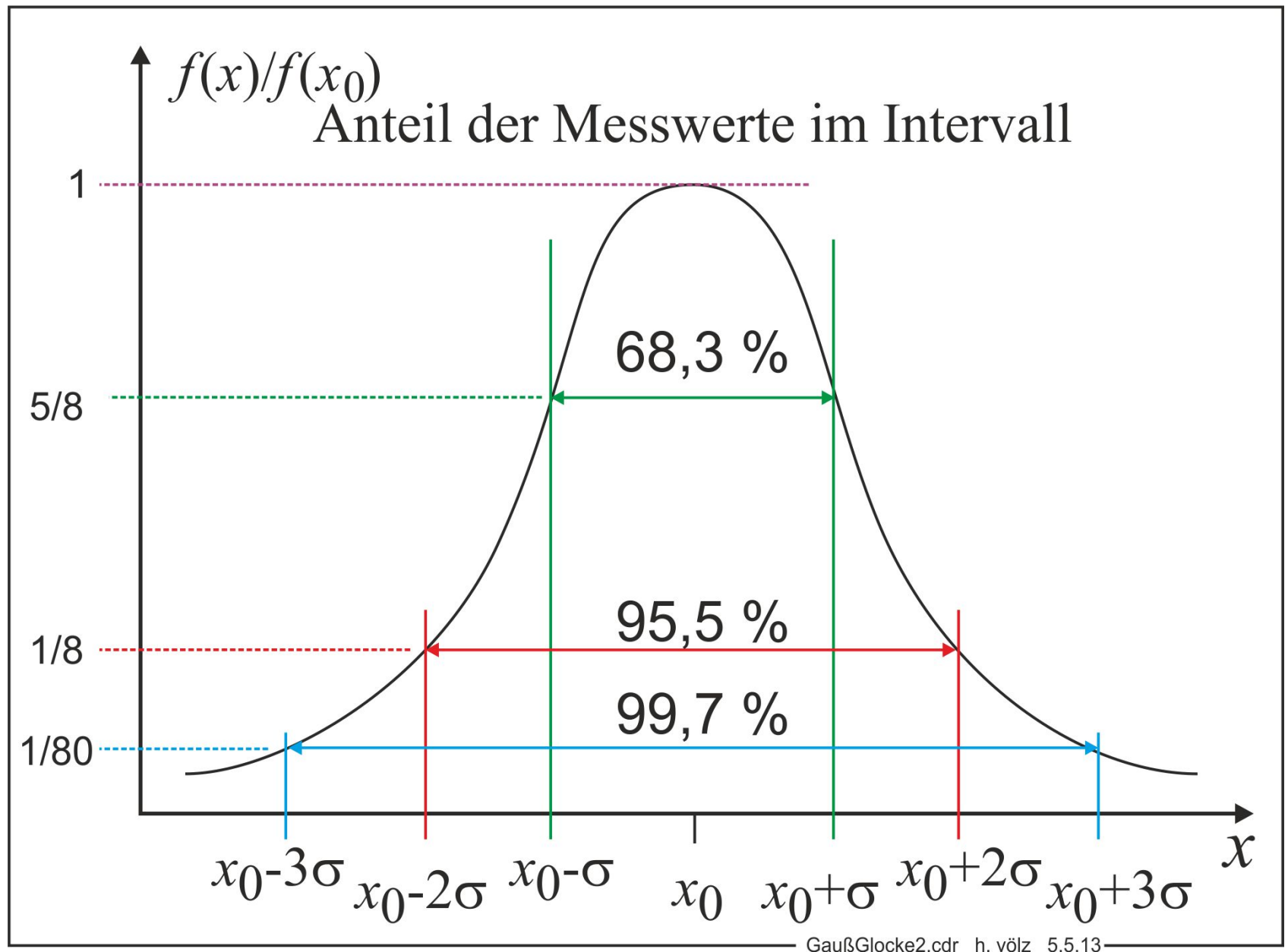
Für die Zuverlässigkeit einer Messung interessiert auch die Anzahl (Häufigkeiten) vom Messwerten in Intervallen um x_0 .
Für eine Fehlerrate von 10^{-4} bis $5 \cdot 10^{-6}$ (Bild rechts) ist eine nützliche Fehlerkorrektur möglich, das verlangt eine Berücksichtigung vom Vierfachen des Streubereichs.

Im Bereich um den Mittelwert x_0 mit der Varianz $\pm\sigma$ befinden sich im statistischen Mittel 68,3 % $\approx 2/3$ der Messwerte.

Es gibt dann immer 31,7 % $\approx 1/3$ Messwerte die hierin **nicht enthalten** sind.

Bei der Ausgabe der Zahlenwerte von einem Rechner sind deshalb die **gültigen Stellen** zu beachten.

Unzulässig ist
 $6,73523 \pm 1,32814$
Richtiger müsste es lauten
 $6,7 \pm 1,3$



4. kontinuierliche oder diskrete Welt

Bis 1900 war die Welt für Physiker kontinuierlich.

Grenze durch MAX PLANCK (Strahlungs-Gesetze). Dan Quantentheorie

Es existieren wahrscheinlich diskrete Grenzen für Länge, Zeit und Masse.

Die wohl erste und heute bevorzugte Variante geht Sir ARTHUR STANLEY EDDINGTON (1882 - 1944) zurück.

Sie wurde auch von MAX PLANCK (1858 – 1947) unterstützt und trägt heute seinen Namen.

Eine andere stammt von NIELS BOHR (1885 – 1962), ERWIN SCHRÖDINGER (1887 – 1961), PAUL ADRIAN MAURICE DIRAC (1902 – 1984)

Zur Berechnung wird von den folgenden **Naturkonstanten** ausgegangen.

PLANCK'sches Wirkungsquantum..... h $6,62607554 \cdot 10^{-34}$ J·s
 Lichtgeschwindigkeit (im Vakuum)..... c $2,99792457 \cdot 10^8$ m·s⁻¹
 Gravitationskonstante..... f $6,6725985 \cdot 10^{-5}$ N·m²·g⁻²
 Ruhmasse des Elektrons..... m_e $9,10938975 \cdot 10^{-28}$ g

Größe	PLANCK	BOHR, SCHRÖDINGER, DIRAC
Länge	$\sqrt{h \cdot f \cdot c^3} \approx 4,051 \cdot 10^{-35} \text{ m}$	$\frac{h}{m_e \cdot c} \approx 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$
Zeit	$\sqrt{h \cdot f \cdot c^5} \approx 1,35 \cdot 10^{-43} \text{ s}$	$\sqrt{\frac{h}{m_e \cdot c^2}} \approx 8,09 \cdot 10^{-21} \text{ s}$
Masse	$\sqrt{\frac{h \cdot c}{f}} \approx 5,46 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$	$m_e \approx 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Kontinuierlich $\Leftrightarrow$ Digital

Zunächst sei festgestellt, dass alle **ursprünglichen** und letztlich **benötigten** Signale im o. g. Sinn **kontinuierlich** sind. Fast alle **Wandler**, wie Mikrofone, Lautsprecher, Fotodioden, LED, CCD-Sensoren usw. arbeiten kontinuierlich. Auch unsere **Sinnesorgane** reagieren primär kontinuierlich. Ähnliche gilt für unsere **Sprache, Gesang** und **Handlungen**.



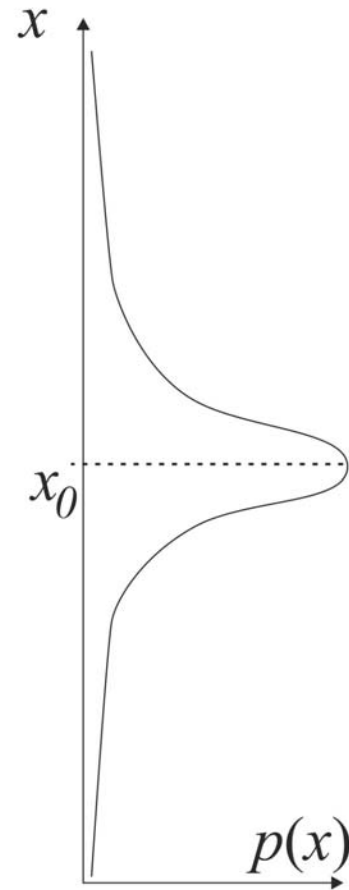
SignalverarbeitungN.cdr H. Völz 29.12.93/07/13

So pflanzt sich die Störungsunsicherheit des kontinuierlichen Signals in die diskretisierten (digitalen) Werte fort.

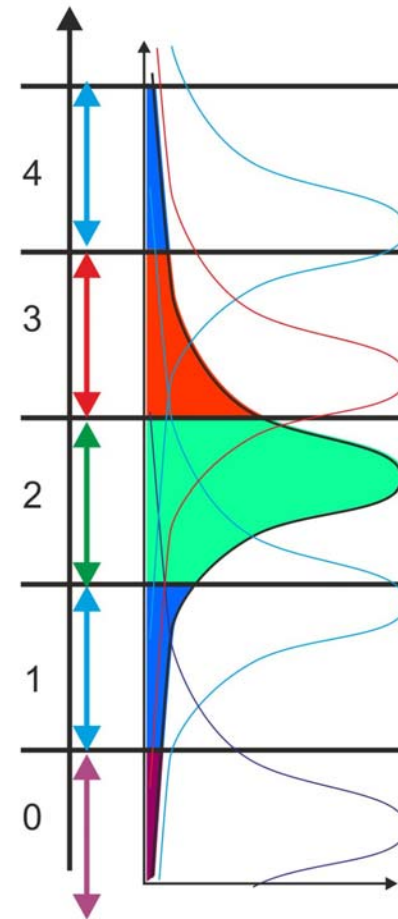
von kontinuierlich nach diskret

Prinzipiell wird immer ein **Anteil** der kontinuierlichen Werte **falsch** den diskreten Werten **zugeordnet**.

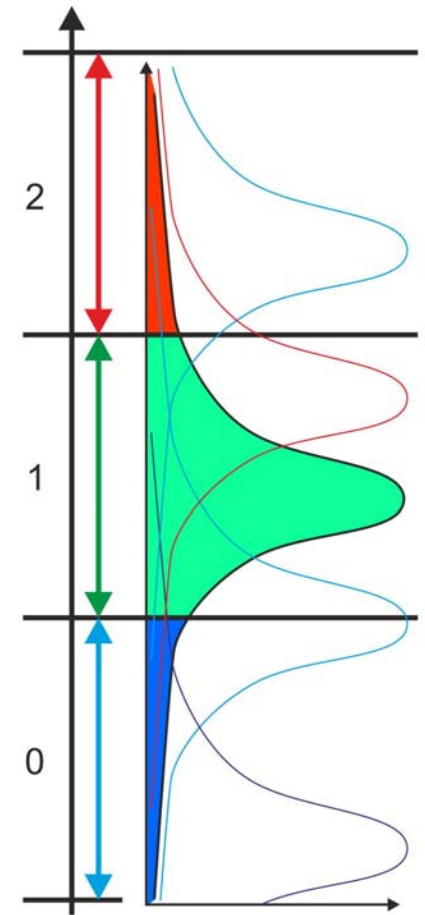
Zuweilen kann er sogar mehrfach falsch zugeordnet werden.



Häufigkeit der Meßwerte



diskrete Stufen



wie groß die Stufen auch gewählt werden, stets gehen Teile mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit fehlerhaft von den Nachbarstufen ein

—signalkontinuierlich2.cdr h. völz 25.7.11—

Oft werden **binäre** Signale benutzt.
Bei den entsprechenden Schaltungen (hier TTL-Technik) sind genaue **Bereiche** für **Eingangs-** und **Ausgangspegel** festgelegt.

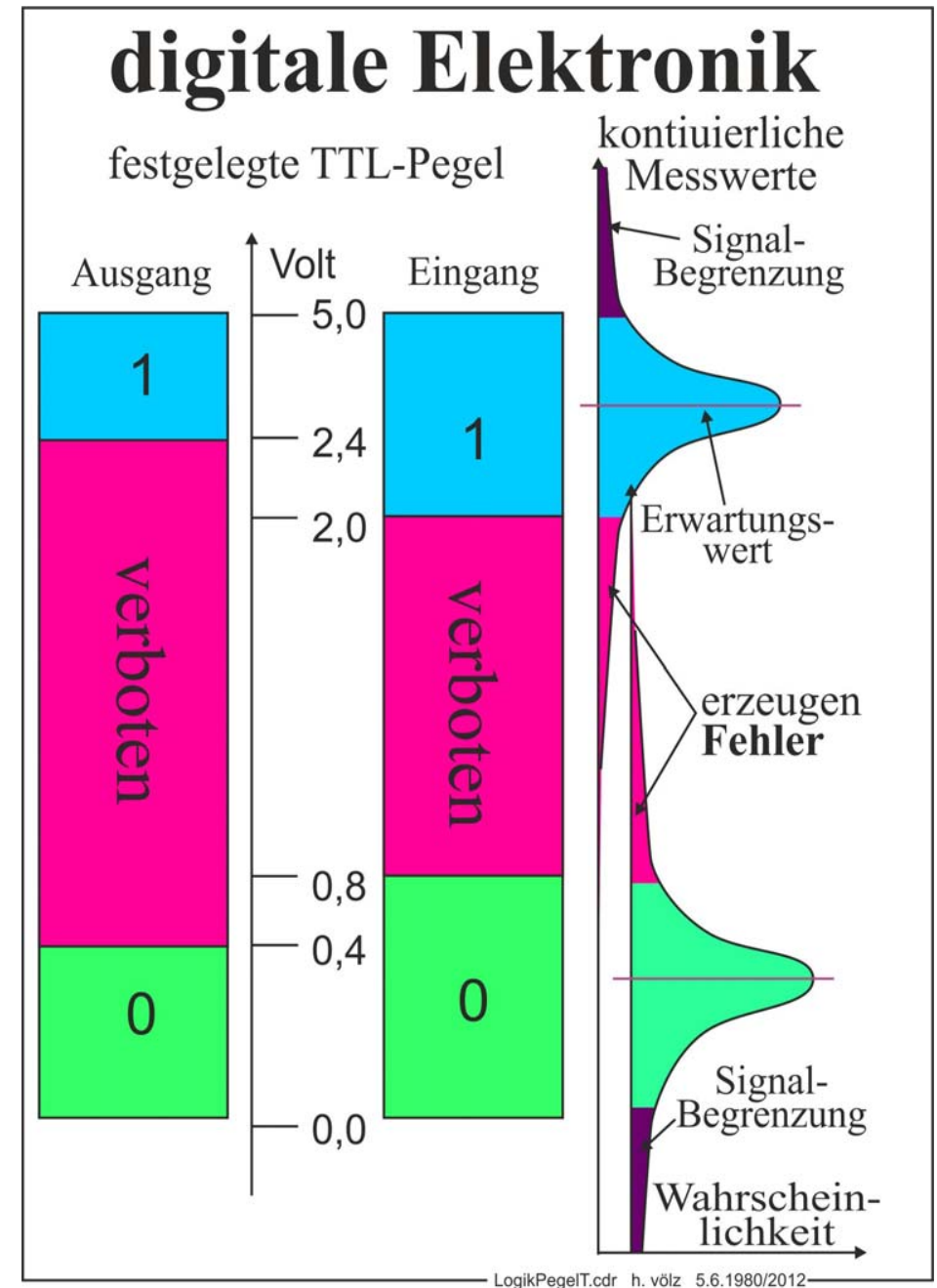
Sie sind durch einen **unzulässigen Bereich** getrennt.
Verschwindet dieser Bereich, so wird die
Fehlerwahrscheinlichkeit extrem groß $\rightarrow 1$.

Infolge der jeweils „**einseitigen**“ **Begrenzung** lässt sich dann der auftretende Fehler auf die **Hälfte reduzieren** (vgl. S. 20).

Dies gilt auch für die **Übertragung** und **Speicherung** digitaler, binärer und diskreter Signale.

Ferner ist zu beachten, dass **auch alle digitalisierten** Signale von Störungen und damit Unsicherheiten betroffen sind.

Das gilt auch für **kombinatorische und Rechner-Schaltungen**.
Auch Digital ist daher prinzipiell nicht fehlerfrei.



Problem der kleinen Fehler

In Bereich „Magnetische Signalspeicher“ wurden alle Speicher von uns alle russischen Forschungssatelliten entwickelt. Von den etwa 70 Geräten bewirkte keines einen Satellitenausfall. (USA üblich etwa 50 %)

Für den letzten großen Speicher R3m zum Marsmond Phobos forderte die russische Seite wegen der hohen Entwicklungs- und Betriebskosten des Satelliten eine Fehlerrate von 10^{-12} .

Hierzu gab es eine mehrstündige langwierige Diskussion zu den technischen Möglichkeiten und Grenzen. Irgendwann teilte mein junger Entwickler für die Elektronik Herr VOIGT mit: Er verpflichtet sich für seinen Teil die Forderung einzuhalten, verlange aber, dass die russische Seite das notwendige Messgerät liefere.

Nach einer Pause bestätigte das die russische Delegation – und für diesen Tag war die Diskussion darüber beendet. Doch die 10^{-12} wurde in keiner der künftigen Beratungen mehr gefordert.

Hierzu eine Abschätzung

Bei der Speicherkapazität von 200 MByte und der Datenrate von 2 MBit/s bei der Aufnahme (und 4 kBit/s bei der Wiedergabe) wird **je Durchlauf rund 1 Tag** benötigt.

Tritt hier ein Fehler auf, so wäre die Fehlerrate bereits rund 10^{-7} .

Bei 10^{-12} dürfte ein Fehler also erst nach $\approx 100\,000$ Tagen ≈ 300 Jahren Dauertest auftreten.

Um eine auch nur minimale statistische Sicherheit zu erreichen, müssten mindestens 10 Fehler gemessen werden. Dazu wären dann $\approx 3\,000$ Jahre notwendig!

Eine Verkürzung der Zeit durch Test z. B. bei höherer Temperatur und anderem Stress ist leider bei Magnetbandgeräten kaum durchführbar und würde auch die Zeiten nur unwesentlich verkürzen.

Fakten

Die **Realität/Welt** ist in Raum und Zeit sowie in Struktur und Verhalten extrem **hoch komplex**.

Sie übertrifft gewaltig die **Grenzen** unseres **Gehirns**, aller technischen **Speicher** und **Rechner**.

Schließlich **gehören** sie ja auch zur Welt.

Nur einige **Teile der Welt** besitzen weitgehend streng deterministischen Gesetzen gemäß **Ursache $\Rightarrow$ Wirkung** bzw. räumlicher Zusammenhänge.

Nur sie lassen sich mittels **Axiomsysteme komprimieren**.

Nur in ihnen sind **logische Entscheidungen ohne Widersprüche** möglich.

In ihnen sind können **formale Sprachen** und **mathematische Gesetze** mittels **Zeichen** und Symbole erfolgreich sein.

Dadurch wird indirekt ein erheblich größerer Bereich der Realität dem **menschlichen Verständnis zugänglich**.

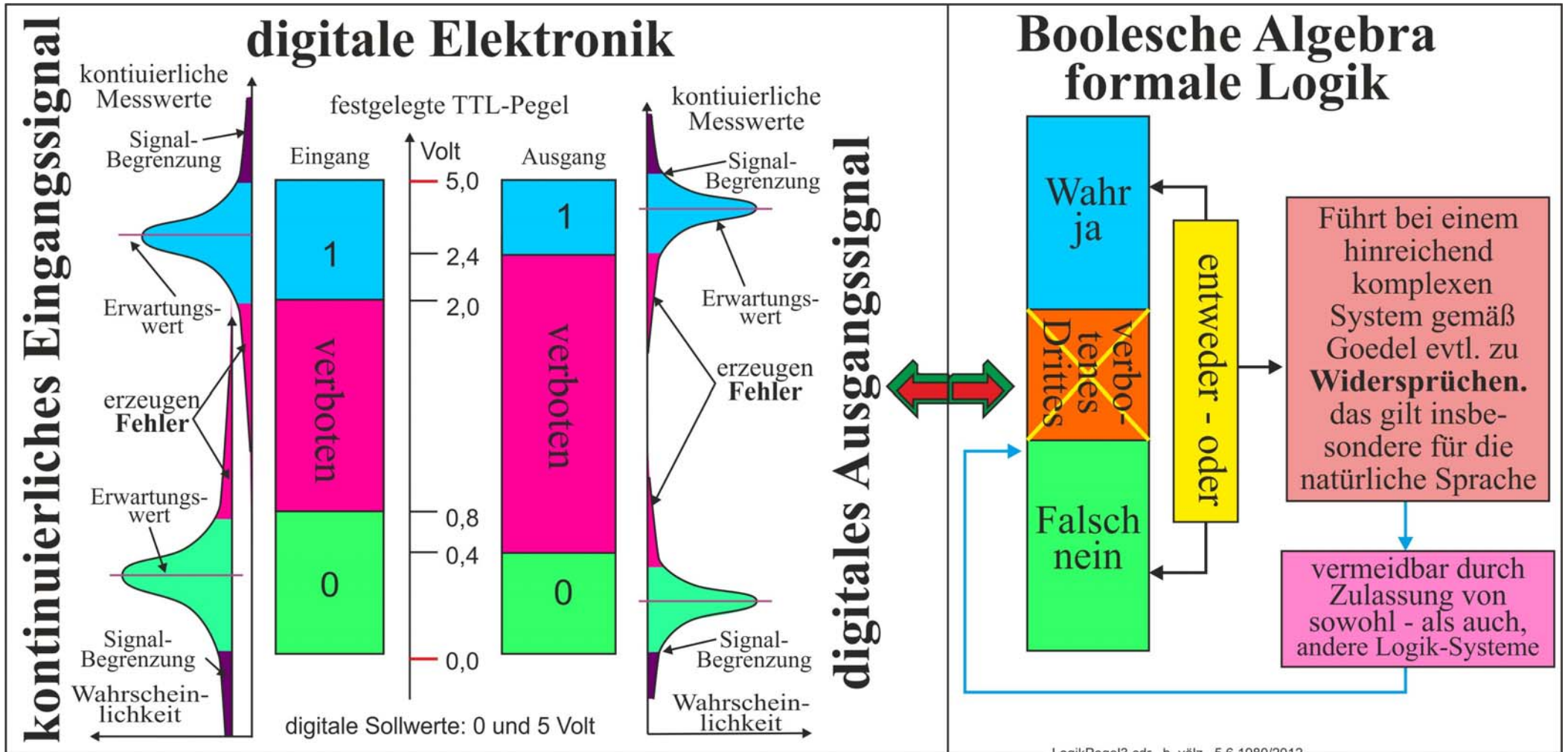
Ferner ermöglichen die Axiomsysteme **technische Realisierungen** und Anwendungen der **Informatik**.

Grundsätzlich sind aber immer im gewissen Umfang **Störungen und Zufall** (Quantenphysik) vorhanden.

Sie bewirken letztlich stets **unvermeidliche Fehler** und **Widersprüche**.

Technisch lassen sie sich durch **größere Abstände** beim **0/1-Pegel**; digital durch Redundanz + Fehlerkorrektur reduzieren.

Bei sprachlichen Aussagen ist dafür eine **Meta-Sprache** – sofern verfügbar bzw. ein externer Beobachter – nützlich.



Es gilt also

Axiomatik und **formale Logik** sind besonders **wertvolle** und **nützliche Methoden**, insbesondere der Wissenschaft. Sie ermöglichen es uns vor allem, **weitaus mehr** von der Welt zu **verstehen** und **nutzen**.

Dennoch können **Intuition**, **Glauben** und **Kunst** ein zusätzliches oder anderes Verständnis ergänzen.

Dabei kann der Mensch mit seiner **praktischen Erfahrung** (was das auch sei) **sinnvolle Entscheidungen** treffen. Wahrscheinlich denken wir dann **nicht** algorithmisch und formal logisch.

Unklar ist, wie **Poesie**, **Musik**, **Tanz** usw. zu berücksichtigen sind.

Entsprechen sie überhaupt irgendwie einem „**Abbild**“ der **Realität**?

In Analogie zur Technik **kontinuierlich** $\Leftrightarrow$ **diskret** ergibt sich die Frage nach einer „kontinuierlichen“ Sprache.

Grundsätzlich wichtig ist es,

dass wir die **immer vorhandene unvermeidbare Fehler** anerkennen.

Mit ihnen ist **sinnvoll**, **bewusst** und **konstruktiv** umzugehen.

Wir können weder der **binären Logik** (Entscheidung) noch den digitalen **Fehlerraten völlig vertrauen**.

Zusatz durch Diskussion nächste Seite.

Ergänzungen nach dem Vortrag und der Diskussion

Es gibt auch eine **positive Seite von Fehlern**. Sie können konstruktive Hinweise und damit Hinweise zu neuen Ergebnissen geben: Vielleicht entsteht dabei sogar ein Ausbruch aus dem jeweiligen Paradigma gemäß KUHN. Mit meinem Kollegen JOHANNES MÜLLER (Philosoph und Heuristiker) hatte ich oft längere Diskussionen. Am Ende stellte wir beide zuweilen fest: Wir haben uns gründlich missverstanden, aber gerade dadurch neue Einsichten gewonnen.

Weiter sei bemerkt, dass in der **Evolution** die Fehler beim Kopieren der DNA wesentlich für die Evolution sind. Ohne sie hätte es keine Evolution gegeben.

Das **Bild auf Seite 37** wurde geändert und ergänzt, damit es besser meinem Anliegen entspricht und damit Missverständnisse vermieden werden.

Die logische Beweiskette ist notwendig, weil wir sonst überhaupt kaum ein Mittel – außer der statischen Erfahrung – für eine (gewisse) Sicherheit hätten.

Ein Fehler tritt bei Untersuchungen usw. auf und ist somit nachweisbar. Dass **kein Fehler** vorhanden ist, ist dagegen nie nachweisbar. Er könnte ja immer noch bei Verlängerung der Messung auftreten. Das entspricht etwa dem Halteproblem bei Algorithmen.

In diesem Sinne können wir auch Meinung ändern. Das Halteproblem wird hier durch den Tod gelöst.

Vielen Dank

Hinweis

Dieses Material wurde heruntergeladen von horstvoelz.de

Es ist für privaten Gebrauch frei nutzbar.

Bei Publikationen, Vorträgen usw. ist die Angabe der Quelle notwendig.

Bei kommerzieller Nutzung ist eine Abstimmung mit mir erforderlich.

Die Bilder sind in höherer Qualität ca. 2000×3000 Pixel oder *.cdr Version 12 oder 15 verfügbar.

Prof. Dr. Horst Völz, Koppenstr. 59, 10243 Berlin, Tel./Fax 030 288 617 08

Email: h.voelz (at) online.de