

Vergleichender Versuch zu Fehlern beim Handeln, Glauben und Wissen

Vortrag HU 2013
Prof. Dr. Horst Völz

Dieser Beitrag benutzt hauptsächlich:

Völz, H.: Wissen - Erkennen - Information. Digitale Bibliothek Bd. 159, Berlin 2007

Weitere Literatur befindet sich am Ende.

Dieses Material wurde heruntergeladen von horstvoelz.de

Es ist für privaten Gebrauch frei nutzbar.

Bei Publikationen, Vorträgen usw. ist die Angabe der Quelle notwendig.

Bei kommerzieller Nutzung ist eine Abstimmung mit mir erforderlich.

Die Bilder sind in höherer Qualität ca. 2000×3000 Pixel oder *.cdr Version 12 oder 15 verfügbar.

Prof. Dr. Horst Völz, Koppenstr. 59, 10243 Berlin, Tel./Fax 030 288 617 08

Email: [h.voelz \(at\) online.de](mailto:h.voelz@online.de)

Kurzfassung

Fehler bzw. Widersprüche treten fast überall auf. Sie beruhen oft auf Zufälle, falsche Annahmen und Absichten. Hier wird versucht, eine gemeinsame Grundlage zu finden. Bei digitalen Signale ist zwischen 0 und 1 eine beachtlicher unzulässiger Spannungs-Bereich erforderlich. Seine Größe beeinflusst bei der Übertragung, Verarbeitung und Analog-Digital-Umwandlung ganz wesentlich die auftretende Fehlerwahrscheinlichkeit. In der formalen (binären) Logik (BOOLE'schen Algebra) existiert der Satz vom ausgeschlossenen Dritten. Gerade hierdurch sind verschiedene Antinomien usw. möglich. Sie gipfeln in der GOEDEL-Unentscheidbarkeit. Hier wird versucht, zwischen dem unzulässigen Bereich und den (logischen) Widersprüchen (Antinomien, Paradoxien usw.) eine Brücke zu schaffen und dann auf andere Gebiete zu übertragen. Der gemeinsame Ursprung aller Fehler und Widersprüche liegt offensichtlich in der sehr hohen Komplexität der Wirklichkeit, die jenseits unserer Auffassungsmöglichkeit liegt. zur fehlerarmen Behandlung verlangt sie eine Bereicheinschränkung und/oder Kompressionen im Sinn von Algorithmen usw.

Hinweis

Zu Fehlern und Widersprüchen gibt es sehr viel **Literatur** und unterschiedliche Ansichten. Das kann hier auch nicht annähernd berücksichtigt werden. Als Schwerpunkt wurde hier der **Fehlervergleich** gewählt. Die Betrachtungen erfolgen vor allem aus der Sicht von **Information** und **Elektronik**.

Gliederung

1. Was Fehler sind

- 2. Die Welt ist praktisch kontinuierlich
- 3. Digitalisierung
- 4. Wissen über die Welt
- 5. Formalisiertes Wissen
- 6. Grenzen des Wissens
- 7. Wahrheit
- 8. Widersprüche
- 9. Zusammenfassung

Versuch einer Definition

Der Begriff „Fehler“ wird bei verschiedenen Gegebenheiten oder Zusammenhängen benutzt, wenn:

- ***Etwas falsch ist*** z. B. technischer, Bedienungs-, Denk-, Druck-, Rechen-, Rechtschreib-, Software-, Übertragungs-, Wahrnehmungs-Fehler; Defekt, Fehlfunktion, Irrtum, Makel und Lapsus;
- ein ***Verhalten*** oder eine ***Entscheidung*** nicht der Situation oder den Umständen angemessen ist, z. B. Fauxpas und Tabuverstoß;
- eine ***schlechte charakterliche Eigenschaft*** oder ***körperlicher Mangel*** vorliegt (Vorurteil. Achtung: political correctness).
- bei einem ***Material*** oder einer ***Ware*** eine ***schlechte*** oder ***unbrauchbare Stelle*** im Aussehen oder in der ***Qualität*** existiert, z. B. Webfehler oder Schmutzfleck

Meist wird von einem Fehler gesprochen, wenn etwas ***Geplantes, Erhofftes wieder Erwarten nicht*** eintritt.

Für viele Fehler gibt es ***Ursachen***, die oft erst erkundet werden müssen und z. T. unvermeidbar sind.

Es gibt auch ***zufällige Fehler***. Das ist bei der Quanten-Effekten oder bei vielen Ursachen der Fall.

Bei ***Messungen*** sind systematische und statistische Fehlern zu unterscheiden (Messabweichung, früher Messfehler).

Sie können meist mittels ***Wiederholung*** der Messung und ***Fehlerrechnung*** verkleinert werden.

Für digitale Signale gibt es Methoden zur ***Fehlerkorrektur***, eigentlich -verkleinerung.

Teilweise können (Denk-) Fehler auch ***Neues bewirken*** und sind dann ***kreativ, produktiv***.

Vom Handeln zum Glauben und Wissen

Jedes „**Gebilde**“ kann/muss sich in seiner Umgebung, der **Realität** **verhalten**, mit ihr **auseinandersetzen**, in ihr **aktiv handeln**.

Das geschieht vom **Weltbeginn** an und bewirkt so die **Evolution** der Welt vom Mikro- bis zum Makrokosmos. Nur wenn dabei ein „**Erfolg**“ eintritt, „überlebt“ das jeweilige Gebilde. Andernfalls „stirbt“, verschwindet es. Das beginnt bereits unmittelbar nach dem **Urknall** mit den Elementarteilchen, Molekülen usw. und führt zum **Weltall**.

Auf der **Erde** entstehen dabei der Reihe nach **Mikroorganismen, Pflanzen, Tiere** und schließlich der **Mensch**. Er entwickelt u. a. **Zivilisation, Kultur, Kunst** und **Technik**.

Mit den so ständig **zunehmenden** Varianten der „Gebilde“ wachsen die Möglichkeiten des **Verhaltens** und **Handelns**. Dabei bilden sich auch **Strategien** heraus, welche die **Erfolgsaussicht** vergrößern.

Zunächst werden sie in der **Genetik** „**programmiert**“ abgelegt.

Als das Leben vom **Wasser** auf das **Land** ging, änderten die Bedingungen – Landschaft, Wetter und Klima – recht schnell. Die genetische Programmierung musste deshalb durch **individuelles Lernen** ergänzt werden. Das verlangte **Gehirne**.

Da der Mensch (zunächst) die **Ursachen** nicht erkannte, entstanden einfache Erklärungen durch **Intuition** und **Glauben**. Erst später entstand schrittweise die **Wissenschaft**. Sie ermöglicht bessere **Vorhersagen** und zuverlässiger **Erwartungen**.

Dennoch treten auch beim heutigen weit fortgeschrittenen Stand immer (noch) **unerwünschte Misserfolge** $\Rightarrow$ **Fehler** ein. Sie sollen hier in verallgemeinerte Form für **drei Gebiete vergleichend** betrachtet werden.

Vergleich der Klassen für Fehler

Die folgende Tabelle stellt wichtige Kennzeichen und Eigenschaften der drei Klassen gegenüber.
Dabei ist zu beachten, dass die Klassen nicht unabhängig sind, sondern sich ergänzen und überlagern.
Wie die folgenden Bilder zeigen, beeinflussen sie sich und können in einem 3D-Raum angeordnet werden.

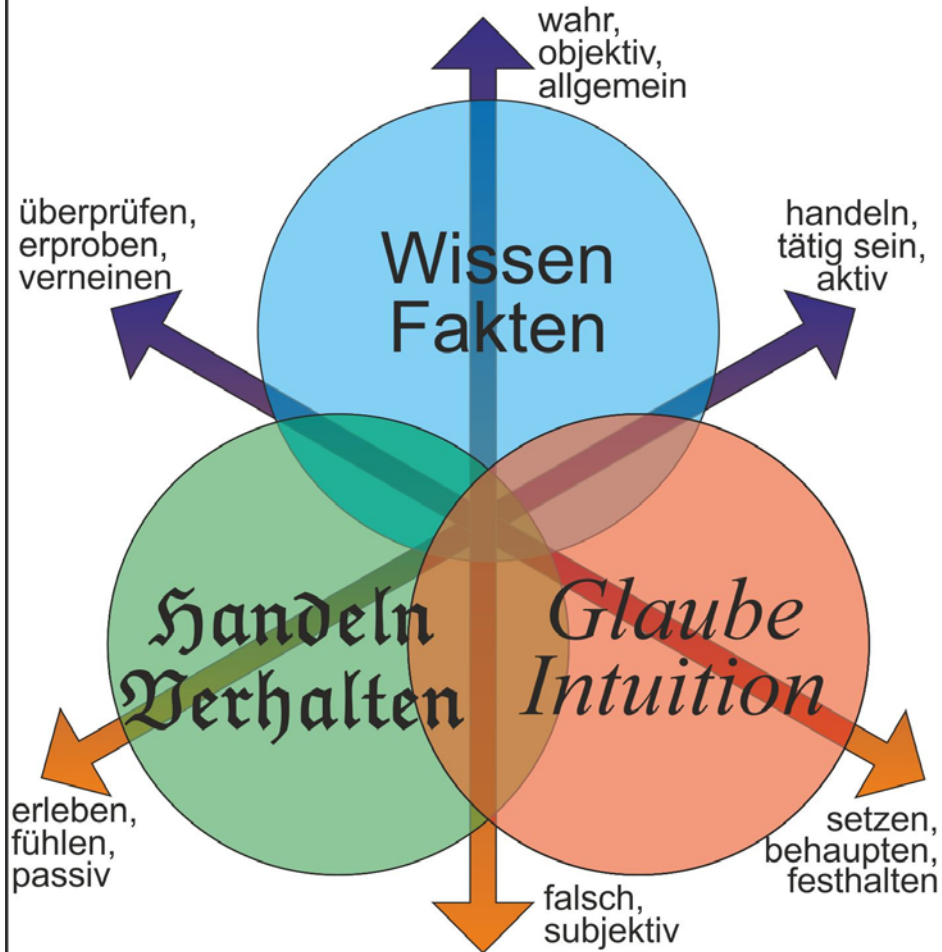
<i>Handeln, Verhalten</i>	<i>Glaube(n), Intuition</i>	<i>Wissen, Fakten</i>
Ziele in der Realität, Gesellschaft Eigenschaften von Technik, Geräten	Ganzheitlich, Religion, Mythen, Kunst, Visionen, Behauptungen, subjektiv	Theorien, Gesetze, Hypothesen, erklärend, anleitend, beweisend
Erfolgreich $\Leftrightarrow$ erfolglos (falsch) Aktiv $\Leftrightarrow$ passiv (erleben, fühlen) Funktionsfähig $\Leftrightarrow$ defekt	Überzeugend, anregend $\Leftrightarrow$ lähmend Einleuchtend (sinnvoll) $\Leftrightarrow$ zweifelnd Anmutig (schön) $\Leftrightarrow$ hässlich, abstoßend	Wahr $\Leftrightarrow$ falsch Universell $\Leftrightarrow$ speziell
Fehlleistungen, Technische Grenzen, Fehlerwahrscheinlichkeit	Sünde, Tabu, Fauxpas, Gott gewollt	Grenzen, Widersprüche, Paradigma, formale u. Modallogik, Paradoxien

Zunächst wird dann das ***Handeln und Verhalten*** genauer analysiert.

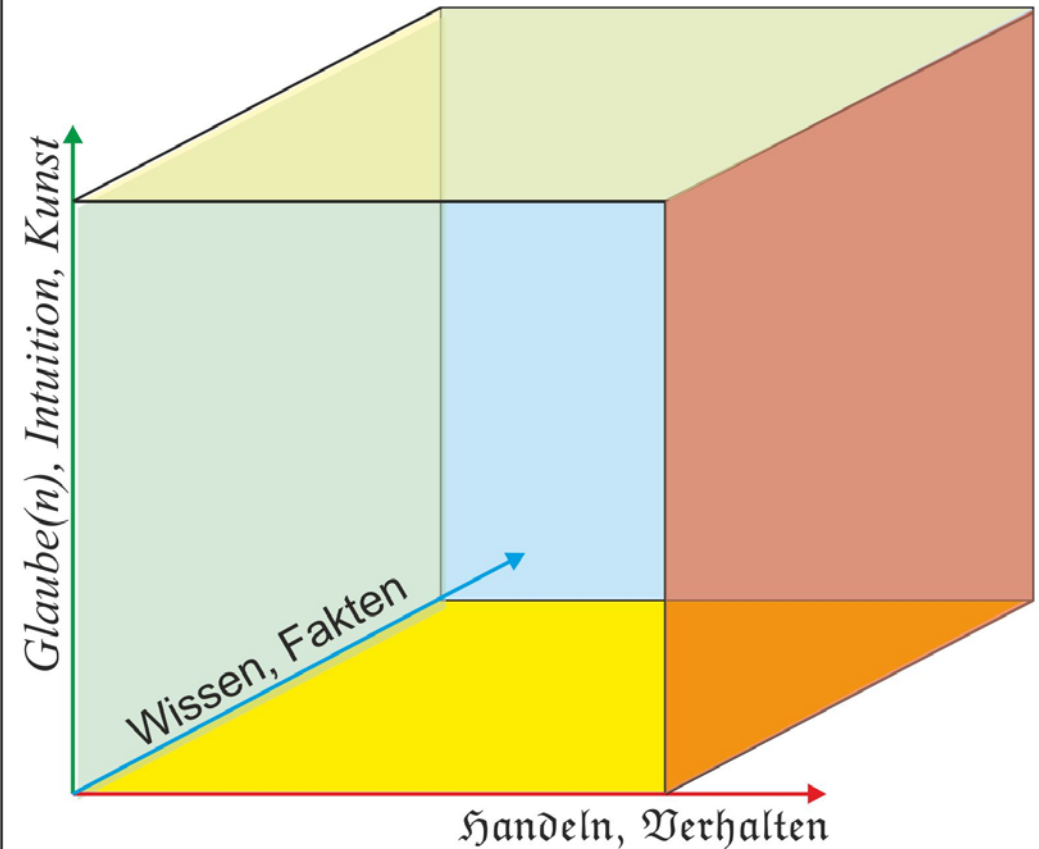
Auf *Glaube(n) und Intuition* wird weniger eingegangen. Die entsprechenden Fehler sind nämlich fast immer individuell.
Die Fehler bei der ***Wissenschaft*** bilden den zweiten Schwerpunkt.

Beziehungen zur Welt, Realität

Zusammenhänge



Kombination der Varianten



Wissen_kunstN.cdr h. Völz 27.2.99/13

Menschliche Fehlleistungen

Sie sind erstmalig von SIGMUND FREUD (1856 - 1939) untersucht worden [3].

Vorsichtig weist er aus, dass wir **eigentlich keine Fehler** machen würden.

Sie kommen aber als Folge von **Störungen, Ablenkungen und unterbewussten Einwirkungen** zustande.

Mit ihren Ursachen beim Sprechen beschäftigt sich seit mehreren Jahren ausführlich die **Fehlerlinguistik**.

Wie relativ **häufig** solche Fehlleistungen auftreten ist jedoch wenig bekannt.

Auffällig ist ihre Benennung der Fehler mittels der **Vorsilbe „ver-“**.

Z. B. *sich* verhören, verlesen, verschreiben und versprechen sowie *etwas* vergessen, verlegen, verlieren und vertauschen.

Es gibt jedoch sehr **viele Wörter** mit dieser Vorsilbe. Im Duden mit rund 1000 Seiten füllen sie allein 16.

Außerdem ist es die **zweithäufigste Vorsilbe** im Deutschen. Nach KAEDING gilt in % [4]: ge: 22.2; be: 11.4; **ver: 9.8**; er: 6.2; an: 4.3; zu: 3.8; vor: 3; aus: 2.7; un: 2.5; erst: 2.4; da: 2.4; ein: 2.3; ab: 2.3; auf: 2; über: 1.8

Daher betreffen viele Wörter nicht Fehler, wie z. B.: verbinden, verfügen, vergeben, vergnügen, verheilen, verheiraten, verlieben, verloben, verpflegen und verwahren.

Gliederung

1. Was Fehler sind
2. Die Welt ist praktisch kontinuierlich
3. Digitalisierung
4. Wissen über die Welt
5. Formalisiertes Wissen
6. Grenzen des Wissens
7. Wahrheit
8. Widersprüche
9. Zusammenfassung

Feinheit der diskreten Welt

Meist wird heute angenommen, dass die Natur diskret sei.

Dann existieren auch für Länge, Zeit und Masse kleinstmögliche diskrete Werte. Sie wurden mehrfach bestimmt.

Die wohl erste und heute bevorzugte Variante geht Sir ARTHUR STANLEY EDDINGTON (1882 - 1944) zurück.

Sie wurde auch von MAX KARL ERNST LUDWIG PLANCK (1858 – 1947) unterstützt und trägt heute seinen Namen.

Eine andere stammt von NIELS BOHR (1885 – 1962), ERWIN SCHRÖDINGER (1887 – 1961), PAUL ADRIAN MAURICE DIRAC (1902 – 1984)

Zur Berechnung wird meist von den folgenden **Naturkonstanten** ausgegangen.

PLANCK'sches Wirkungsquantum h $6,62607554 \cdot 10^{-34}$ J·s
 Lichtgeschwindigkeit (im Vakuum) c $2,99792457 \cdot 10^8$ m·s⁻¹
 Gravitationskonstante f $6,6725985 \cdot 10^{-5}$ N·m²·g⁻²
 Ruhmasse des Elektrons m_e $9,10938975 \cdot 10^{-28}$ g

Größe	PLANCK	BOHR, SCHRÖDINGER, DIRAC
Länge	$\sqrt{h \cdot f \cdot c^3} \approx 4,051 \cdot 10^{-35} \text{ m}$	$\frac{h}{m_e \cdot c} \approx 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$
Zeit	$\sqrt{h \cdot f \cdot c^5} \approx 1,35 \cdot 10^{-43} \text{ s}$	$\sqrt{\frac{h}{m_e \cdot c^2}} \approx 8,09 \cdot 10^{-21} \text{ s}$
Masse	$\sqrt{\frac{h \cdot c}{f}} \approx 5,46 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$	$m_e \approx 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Die quasi-kontinuierliche Welt

Für die üblichen (makroskopischen) Messungen sind die diskreten Elementar-Werte viel zu klein

Daher ist es dann sinnvoll, von (**physikalisch**) **kontinuierlichen** Werten auszugehen.

Dieses kontinuierlich entspricht aber nicht dem **mathematisch** Kontinuierlichem (es gibt immer Zwischenwerte).

Die prinzipiell mögliche Stellenzahl der **Messwerte** ist jedoch viel größer als die der **Messgenauigkeit** (s. u.).

Ähnliches gilt auch dann, wenn zwei voneinander abhängige Werte bestimmt werden.

Theoretisch wirkt hierfür die **HEISENBERG-Unschärfe** begrenzend, bzgl. der Zeit Δt und Energie ΔE gilt z. B..

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h$$

Auch hierbei sind die realen Messfehler so viel größer, dass ebenfalls Kontinuierlichkeit angenommen werden kann.

Es gibt zwei wichtige Klassen von Messfehler

- **Systematische** Messfehler entstehen durch ungenügende „Eich“-Möglichkeiten der Messgeräte und -anordnungen. Sie sind nicht völlig vermeidbar und können nur abgeschätzt werden. Sie werden hier weiter nicht berücksichtigt.
- **Zufällige** Messfehler stammen von unterschiedlichen Störungen und Rückwirkungen mit dem Gemessenen. Sie lassen sich durch mehrfache Wiederholung der Messung mittels Fehlerrechnung verringern.

Bei den **Störungen** sind zwei Fälle zu unterscheiden.

- **Externe** Störungen die in die Messapparatur von Außen eindringen. Sie sind durch **Abschirmung**, **Kompensation** usw. weitgehend vermeidbar, aber zumindest zu reduzieren.
- **Interne** Störungen entstehen in der Messapparatur und sind **letztlich physikalisch bedingt**. Sie betreffen vor allem das **thermische Rauschen** und manchmal auch das **Quanten-Rauschen**.

Externe Störungen

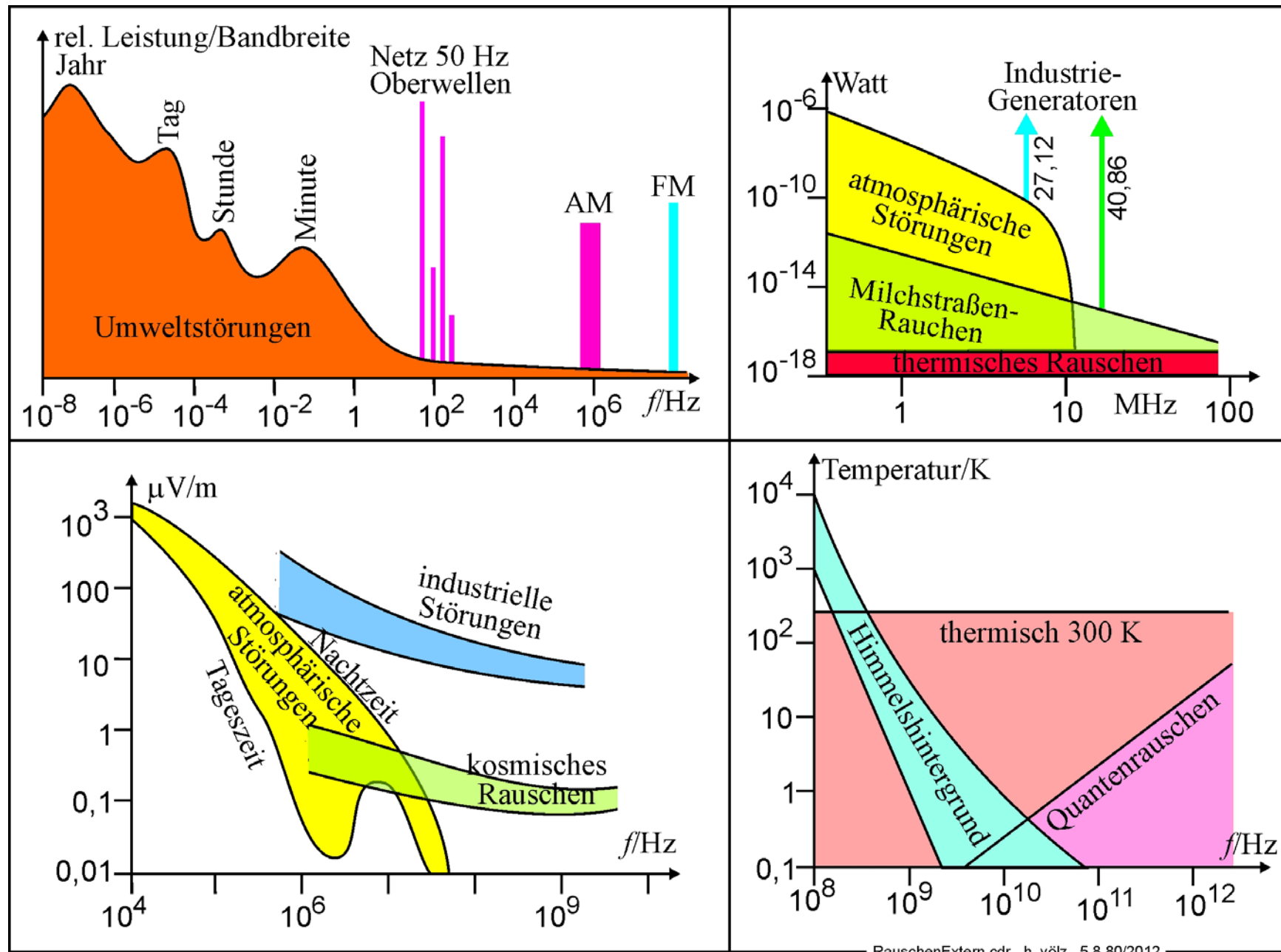
Es gibt eine Vielzahl externer Signalstörungen (weitere Details [1])

- **Außerirdisch:** kosmisches Rauschen der Rest- bzw. Hintergrundstrahlung (**Überbleibsel** des Urknalls). Hinzu kommen Strahlungsausbrüche der Sonne und Fixsterne des Milchstraßensystems, nehmen mit $\approx 1/f^3$ ab.
- **Terrestrisch** sind insbesondere das **atmosphärisches Wärmerauschen** und **Blitzentladungen**.
- **Technisch** verursacht: **unerwünschte** HF-Sender, Zündfunken, Bürstenfeuer von Maschinen und Schaltvorgänge.
- **Rückwirkungen** durch **Verkopplung** mit **anderen** (schaltungs-) Teilen des Empfangsystems, z. B: Erdschleifen.

Sie lassen sich durch angepasste Maßnahmen stark reduzieren. Die wichtigsten sind

- **Frequenzselektive Ausfilterung** der nur gewünschten Signale.
- **Abschirmung** des Störers oder des Empfangssystems.
- **Symmetrisierung, Kompensation** usw. durch definierte zusätzliche, gegenpolige Einkopplung der Störung.
- Definierte **gemeinsame Erdpunkte** gegen störende Verkopplungen.

Bemerkung: Vorlesung Elektronik an HU hierüber geschieht zufällig kurz nach der Errichtung der Mauer!



Das elektronische Rauschen

Rauschen geht auf das Mittelhochdeutsche zurück und betrifft ein gleichmäßiges, anhaltendes dumpfes Geräusch u. a. Rauschen von Blättern im Wind und bei Regen.

Elektrisches Rauschen ist betrifft messbare unregelmäßige Stromschwankungen.

Es ist in gewissen Umfang immer vorhanden und dann unvermeidbar.

Es wurde erstmalig **1918** durch WALTER SCHOTTKY (1886 - 1976) beschrieben.

In der Arbeit wird auch das **Schrot**-Rauschen als Folge der statistisch auftreffenden Elektronen erklärt.

Etwa 10 Jahre später hat JOHN BERTRAND JOHNSON (1887–1970) die **thermische** Ursache experimentell belegt.

Er fand dabei auch das **Funkel-Rauschen** mit dem Frequenzgang $1/f$.

HARRY NYQUIST (1889 -1976) führte für das Rauschen die gemittelte (frequenzabhängige) Leistungsdichte ein.

Inzwischen sind viele **physikalischen Rauschphänomene**, entdeckt worden u. a.

das **Stromverteilungsrauschen** bei Röhren und das Rauschen bei Halbleitern.

Auch die **Quanteneffekte** erzeugen ein (elektrisches) Rauschen.

Viele physikalische Rauschphänomene sind auch heute noch Gegenstand intensiver Untersuchungen.

Rauschen als unvermeidbare Störung

Rauschen ist gekennzeichnet durch:

1. **Effektivwert** der Spannung, entspricht dem statischen Mittelwert, folgt aus der **Leistungsdichte**.
2. **Statistik** der Signale; infolge der Vielfalt der Einflüsse liegt oft GAUß-Verteilung vor.
3. **Frequenzgang**, vielfach frequenzunabhängig bis zu einer oberen Grenzfrequenz (weißes Rauschen), bei einigen Rauschquellen tritt auch „farbiges“ Rauschen auf, z. B. das zu tiefen Frequenzen ansteigende, z. B. $1/f$ -, Funkel-, Stromverteilungs- (Röhren) und Generations-Rekombinations-Rauschen (Halbleiter) bzw. das $1/f^2$ -Rauschen.

Das **thermische Widerstandsrauschen** entsteht durch die statistische Bewegung der Ladungsträger (Elektronen). Es ist vorwiegend „weiß“. Mit der benutzten Bandbreite B , der absoluten Temperatur T , der Boltzmann-Konstante $k \approx 1,38 \cdot 10^{-23}$ Ws/grd gilt für die Rauschleistung

$$P_r = k \cdot T \cdot B.$$

Für die Rausch-Spannung muss der Arbeitswiderstand R berücksichtigt werden:

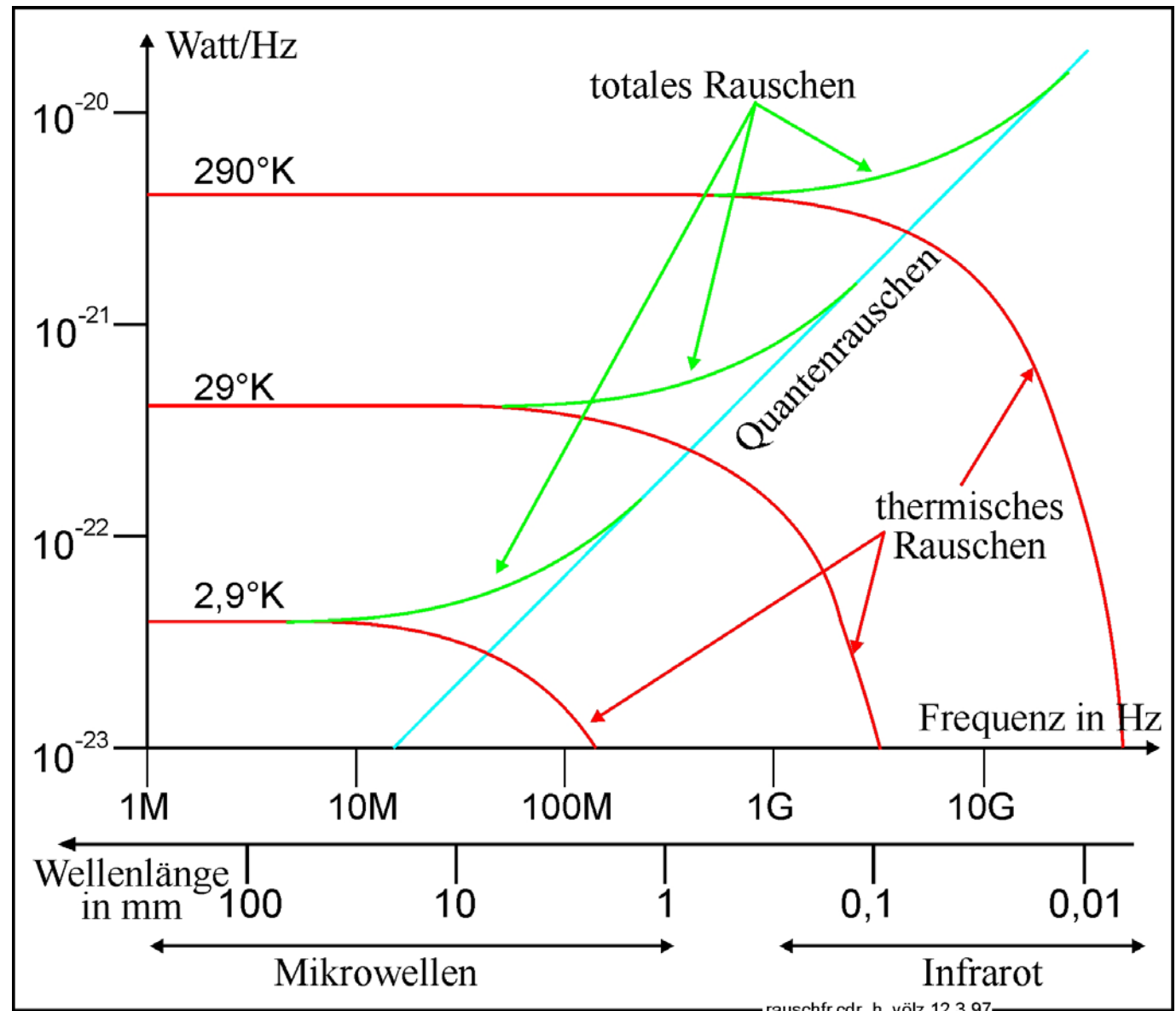
$$\bar{U}_r = \sqrt{P_r \cdot R} = \sqrt{k \cdot T \cdot B \cdot R}.$$

Das **Quantenrauschen** entsteht durch das statistische Auftreten von (Quanten-) Teilchen, z. B. Photonen. Es ist unabhängig von der Temperatur, aber proportional zu deren Frequenz ν , daher folgt

$$E = h \cdot \nu.$$

Erwähnt seien noch das Rauschen von **Kontaktstellen** zwischen Leitern und/oder Halbleitern sowie das **BARKHAUSEN-Rauschen** infolge des spontanen Umklappens magnetischer Bezirke.

Bei Zimmertemperatur $T \approx 290 \text{ K}$ überwiegt die Rauchleistungsdichte des Quantenrauschens die des thermischen Rauschens erst oberhalb von $\approx 1 \text{ GHz}$.



Auftreten der Messfehler

Wird eine Größe n -mal gemessen, so ergeben sich infolge der Störungen unterschiedliche Messwerte x_i .

Daraus lassen sich der **wahrscheinlichste** = **Erwartungs-** = **Mittelwert** = x_0 und die **Streuung** = **Varianz** = σ bestimmen:

$$x_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{und} \quad \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2.$$

n kann sehr groß gemacht werden und daher theoretisch gegen unendlich streben.

Dann ergibt sich für jeden fehlerbehafteten x -Wert eine (Wahrscheinlichkeitsdichte-) Funktion $f(x)$ und es folgt.

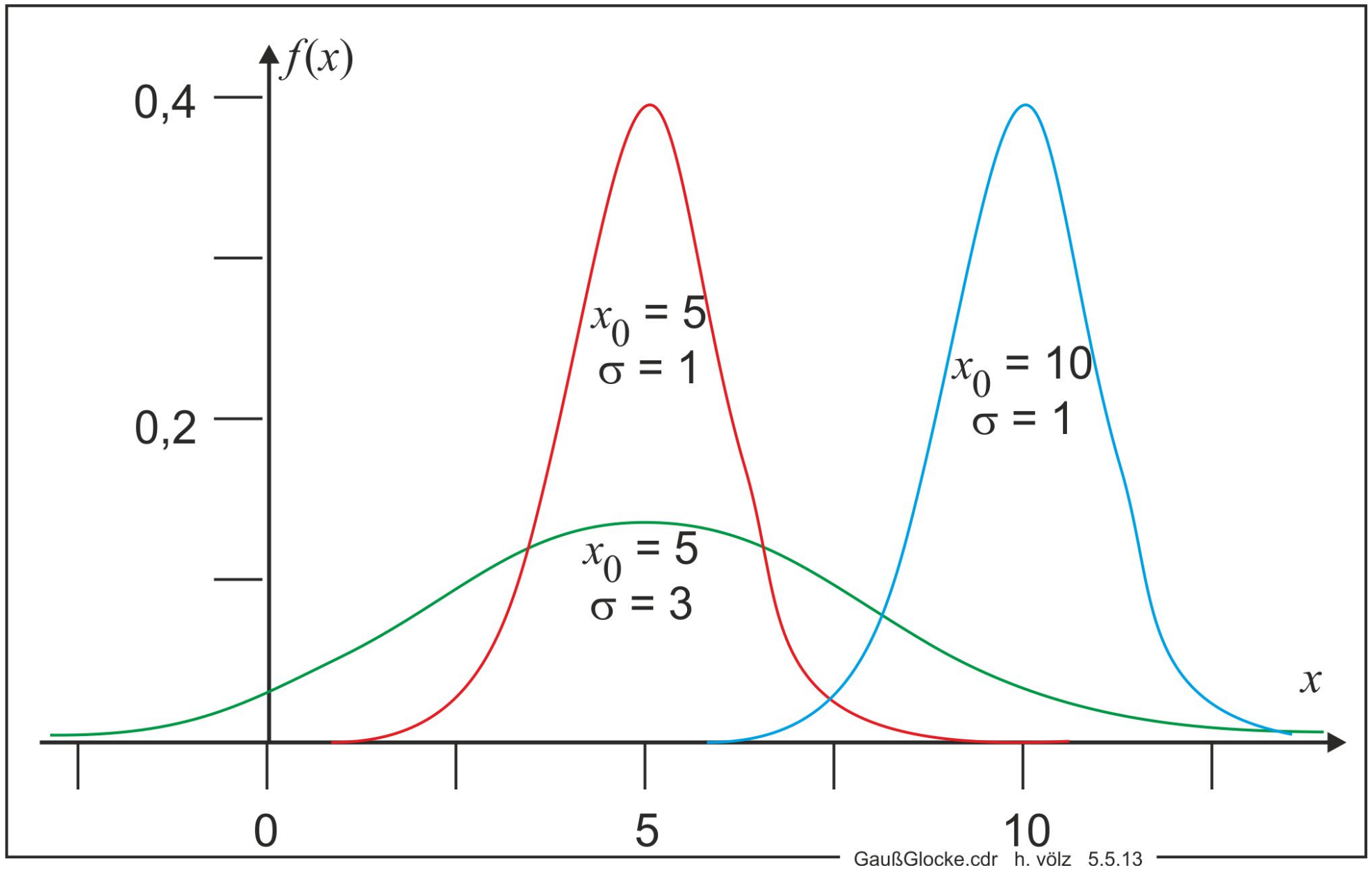
$$x_0 = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx \quad \text{und} \quad \sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - x_0)^2 f(x) dx.$$

In den meisten praktischen Fällen sind die Störungen durch viele Ursachen bewirkt.

Dann gehorcht $f(x)$ der **Normal** = **GAUß-Verteilung**:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}.$$

Eine Messung aus vielen Messwerten ist daher durch den Mittelwert x_0 und die Varianz σ ausreichend gekennzeichnet.



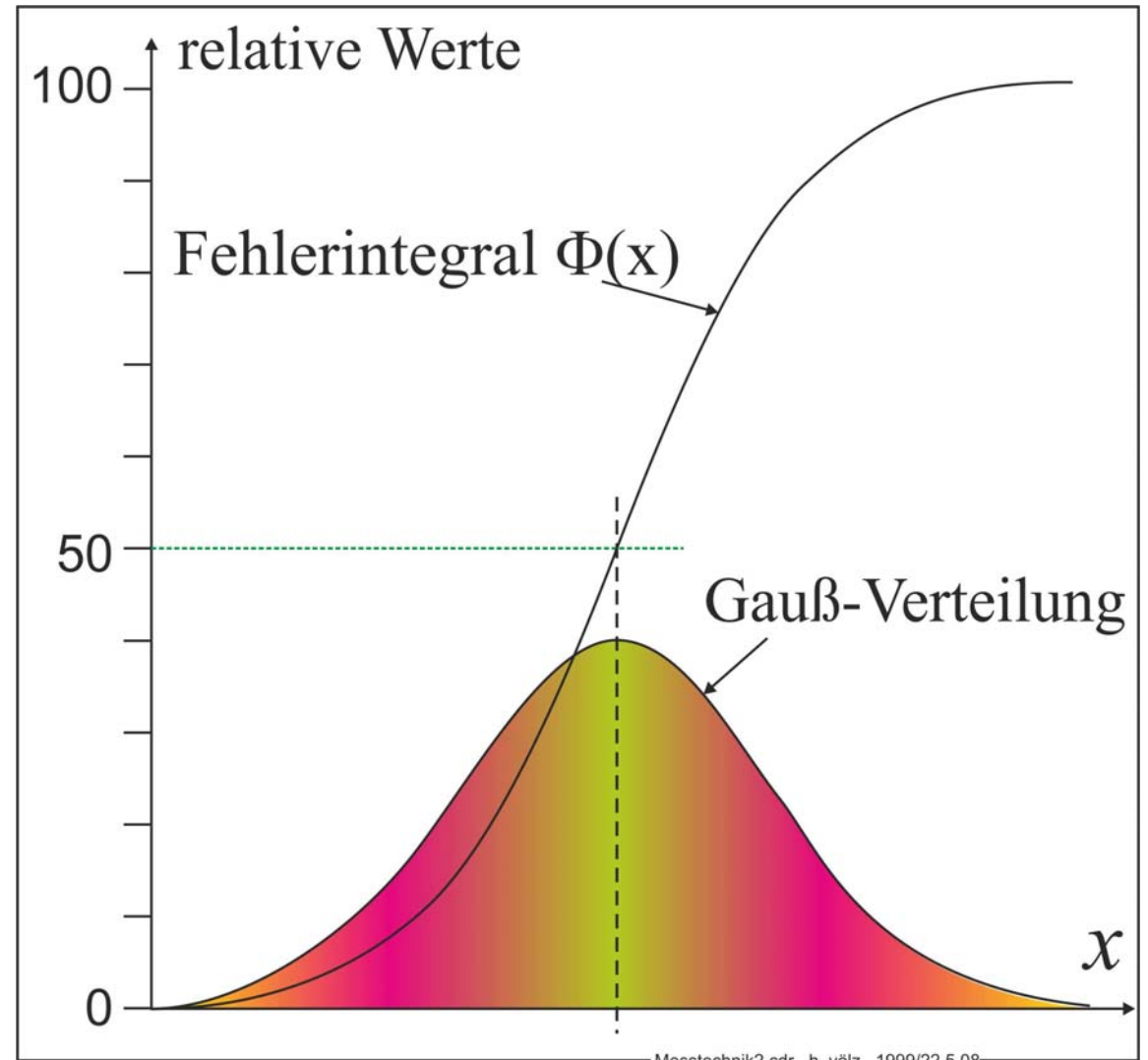
Das Fehlerintegral $\Phi(x)$

Für viele Anwendungen interessiert nicht nur die Wahrscheinlichkeit von Einzelwerten, die GAUß-Verteilung.

Es ist auch die Summenwahrscheinlichkeit in einen Intervall wichtig.

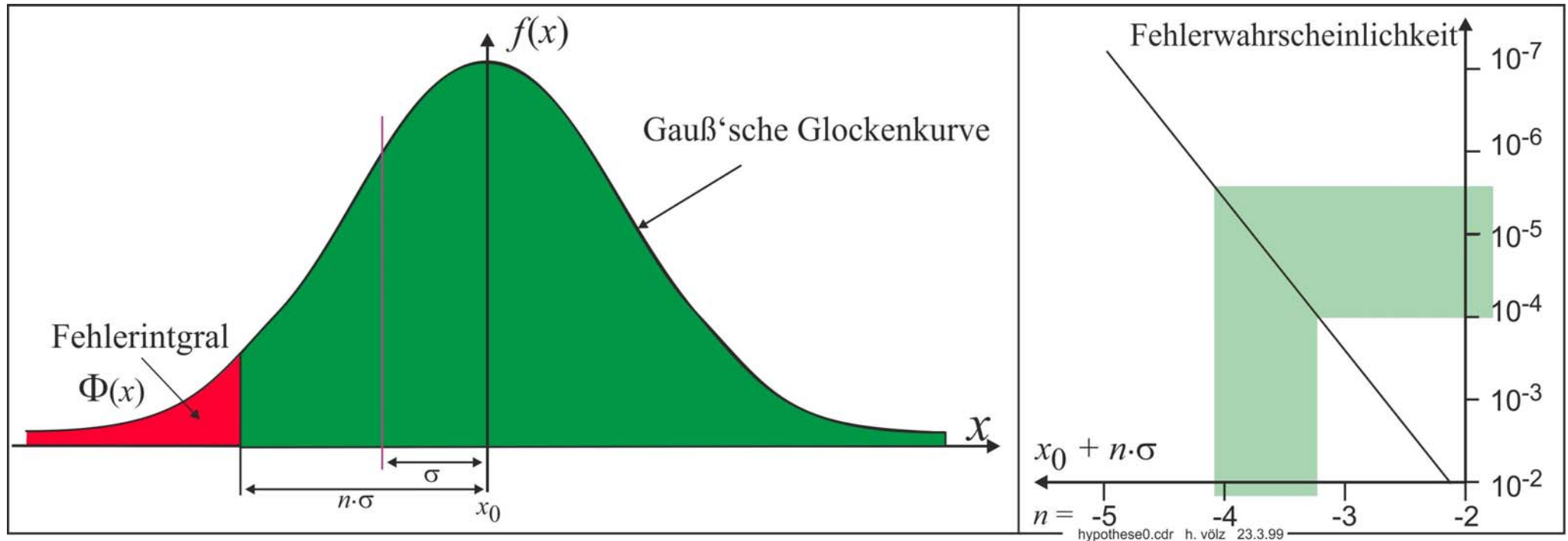
Meist wird dafür die Summierung (das Integral) bei $x = -\infty$ begonnen. Dann gilt für das Fehlerintegral

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(\xi-x_0)^2}{2\sigma^2}} d\xi$$



Restfehler bei $x \approx -\infty$

Diese Werte sind für die später zu behandelnde Digitalisierung wichtig.
Dabei ergibt sich das folgende Bild.



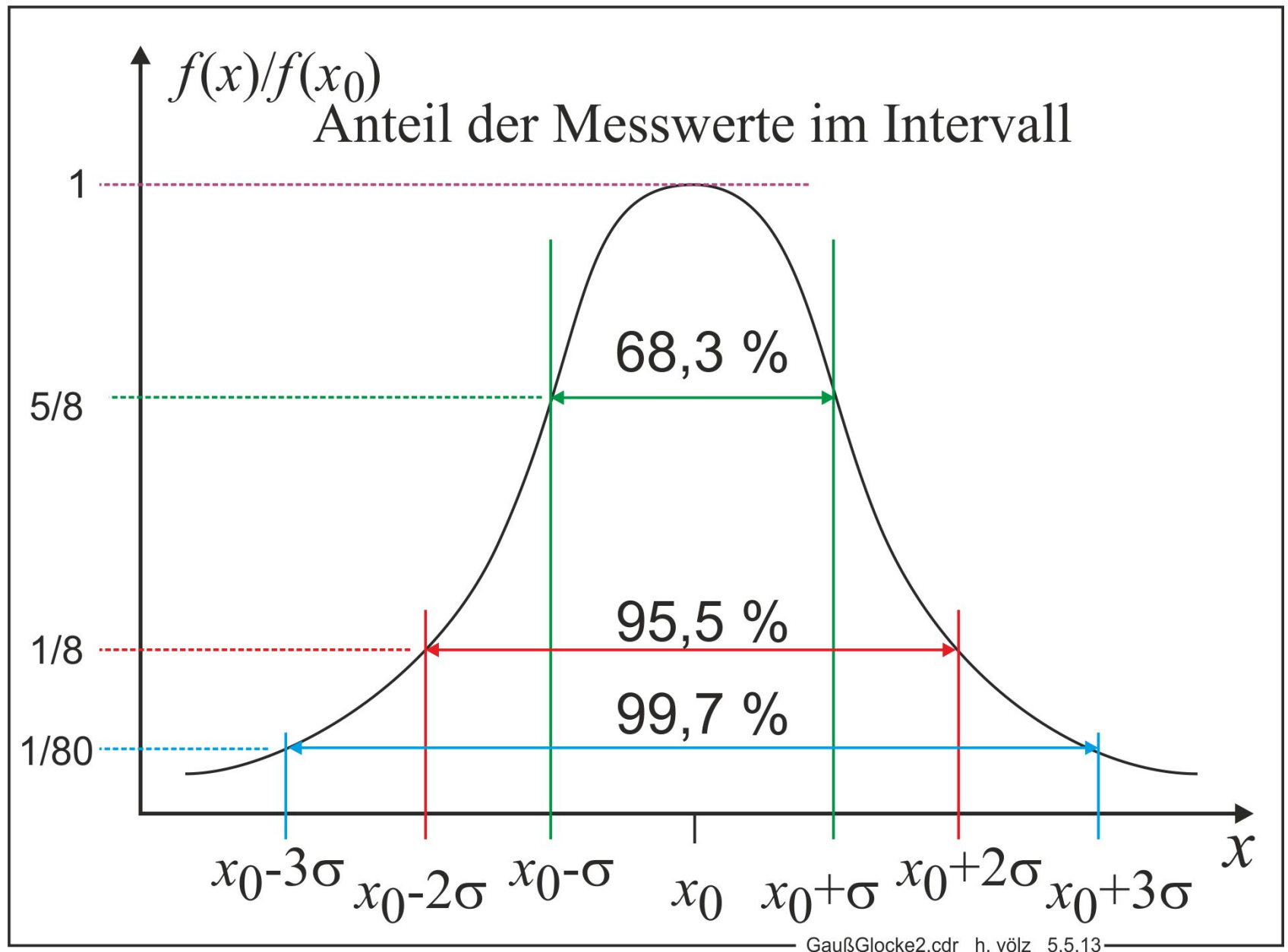
Für die Gewissheit einer Messung interessiert auch die Anzahl (Häufigkeiten) vom Messwerten in Intervallen um x_0

Im Bereich um den Mittelwert x_0 mit der Varianz $\pm\sigma$ befinden sich im statistischen Mittel 68,3 % $\approx \frac{2}{3}$ der Messwerte.

Es gibt dann immer 31,7 % $\approx \frac{1}{3}$ Messwerte die hierin **nicht enthalten** sind.

Bei der Ausgabe der Zahlenwerte von einem Rechner sind deshalb die **gültigen Stellen** zu beachten.

Unzulässig ist $6,73523 \pm 1,32814$
Richtiger müsste es lauten
 $6,7 \pm 1,3$



Gliederung

1. Was Fehler sind
2. Die Welt ist praktisch kontinuierlich
3. Digitalisierung
4. Wissen über die Welt
5. Formalisiertes Wissen
6. Grenzen des Wissens
7. Wahrheit
8. Widersprüche
9. Zusammenfassung

Kontinuierlich $\Leftrightarrow$ Digital

Zunächst sei festgestellt, dass alle **ursprünglichen** und letztlich **benötigten** Signale im o. g. Sinn **kontinuierlich** sind. Fast alle **Wandler**, wie Mikrofone, Lautsprecher, Fotodioden, LED, CCD-Sensoren usw. arbeiten kontinuierlich. Auch unsere **Sinnesorgane** reagieren primär kontinuierlich. Ähnliches gilt für unsere **Sprache, Gesang** und **Handlungen**.

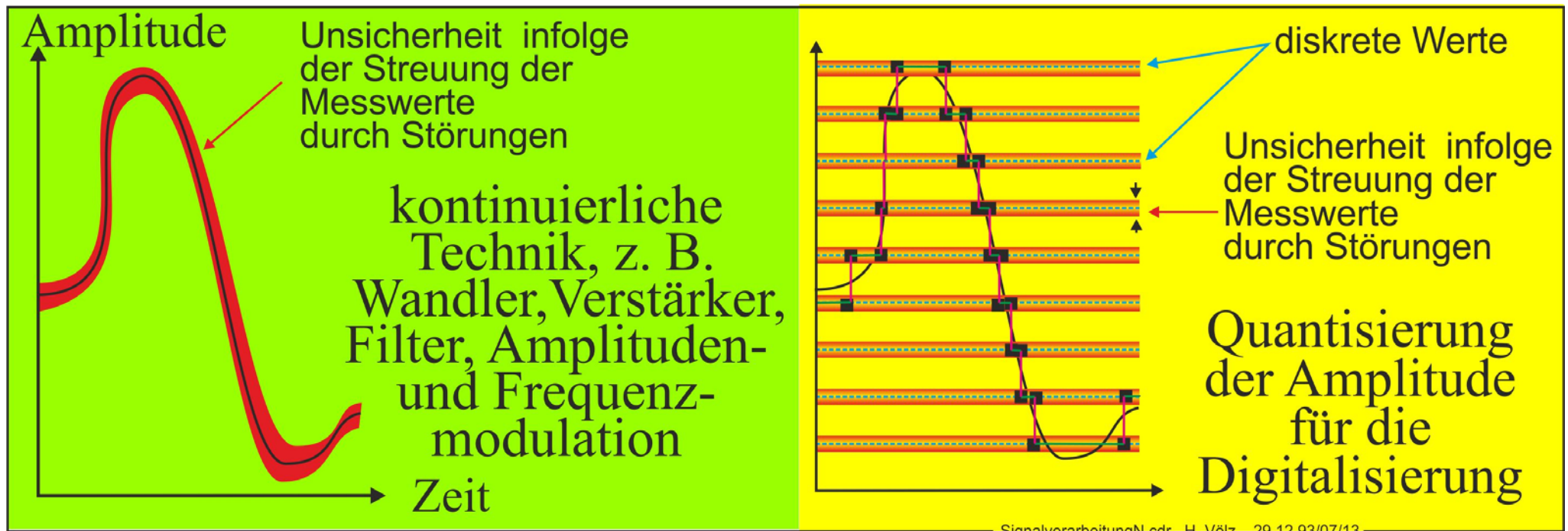
Das Gegenteil zu diesen kontinuierlichen Werten/Signalen (in obigen Sinn) sind **diskrete Werte/Signale**. Sie können nur genau definierte Werte annehmen, die aus einer **endlichen Zahl** vorgegebener Werte **ausgewählt** werden. Zu jedem **diskreten Wert** gehört dabei ein **Intervall** aus den **kontinuierlichen Werten**. Infolge der **Varianz** durch die Störung bei allen Messwerten (**Mittelwerte**) besteht hierbei eine **prinzipielle Unsicherheit**. Auf sie wird im Folgenden noch etwas genauer eingegangen. Erst wenn die diskreten Werte auf Folgen von **0/1 codiert** werden entstehen **digitale Signale** vor.

Liegen jedoch erst einmal **diskrete/digitale Werte** vor, so besitzen sie gegenüber kontinuierlichen **erhebliche Vorteile**:

- Sie können **ohne zusätzliche Fehler** beliebig oft **übertragen und gespeichert** werden.
- Als Impulsfolgen können sie beliebig **ineinander geschachtelt** werden.
- Mittels **Codierung, Fehlerkorrektur, Kompression** usw. ist weitgehende Anpassung an beliebige Kanäle möglich.

Nachteilig sind jedoch:

- Die Unsicherheit/**Ungenauigkeit bei der Digitalisierung** infolge der Streuung der kontinuierlichen Werte. Das führt zu einer **Fehlerrate** bei der Digitalisierung, die bisher kaum beachtet wurde.
- Die diskreten Werte besitzen gegenüber den kontinuierlichen meist ein sehr **störendes Quantisierungsrauschen**. Das lässt sich fast vollständig eine neue Kontinuierliche Digitaltechnik vermeiden [2].

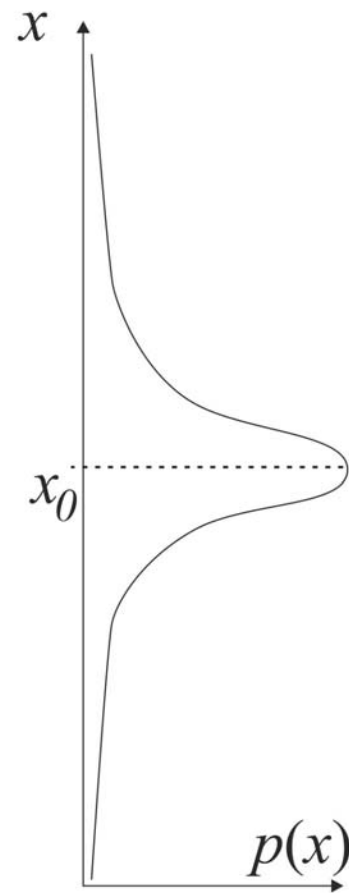


So pflanzt sich die Störungsunsicherheit des kontinuierlichen Signals in die diskretisierten (digitalen) Werte fort.

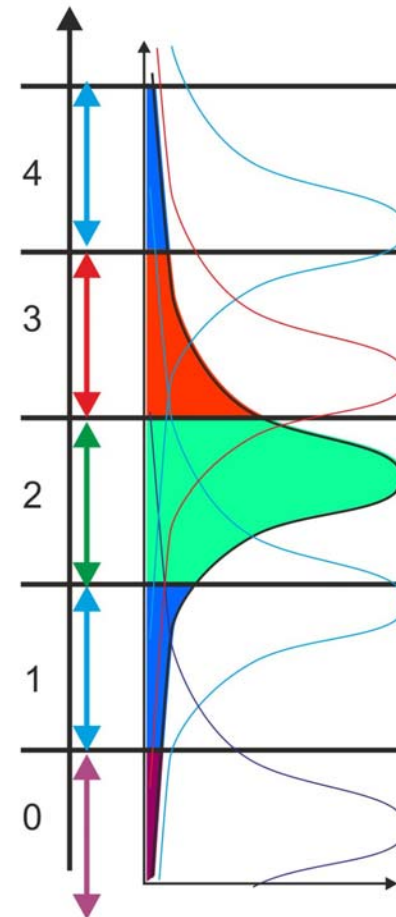
von kontinuierlich nach diskret

Prinzipiell wird immer ein **Anteil** der kontinuierlichen Werte **falsch** den diskreten Werten **zugeordnet**.

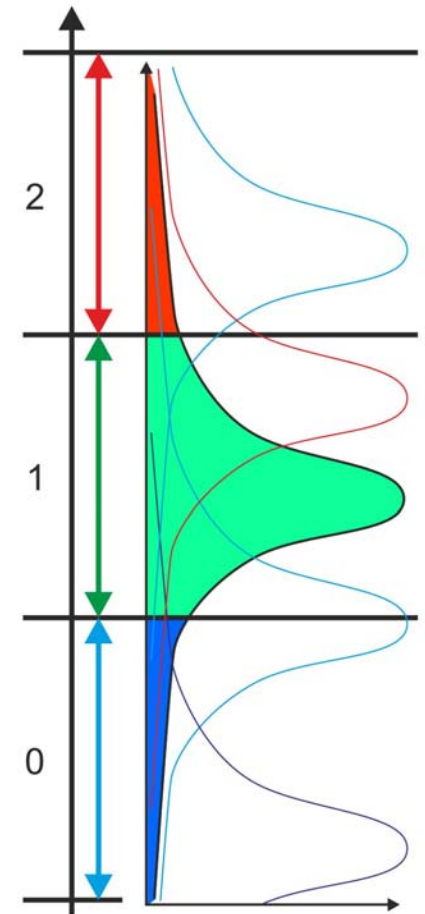
Zuweilen kann er sogar mehrfach falsch zugeordnet werden.



Häufigkeit der Meßwerte



diskrete Stufen



wie groß die Stufen auch gewählt werden, stets gehen Teile mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit fehlerhaft von den Nachbarstufen ein

signalkontinuierlich2.cdr h. völz 25.7.11

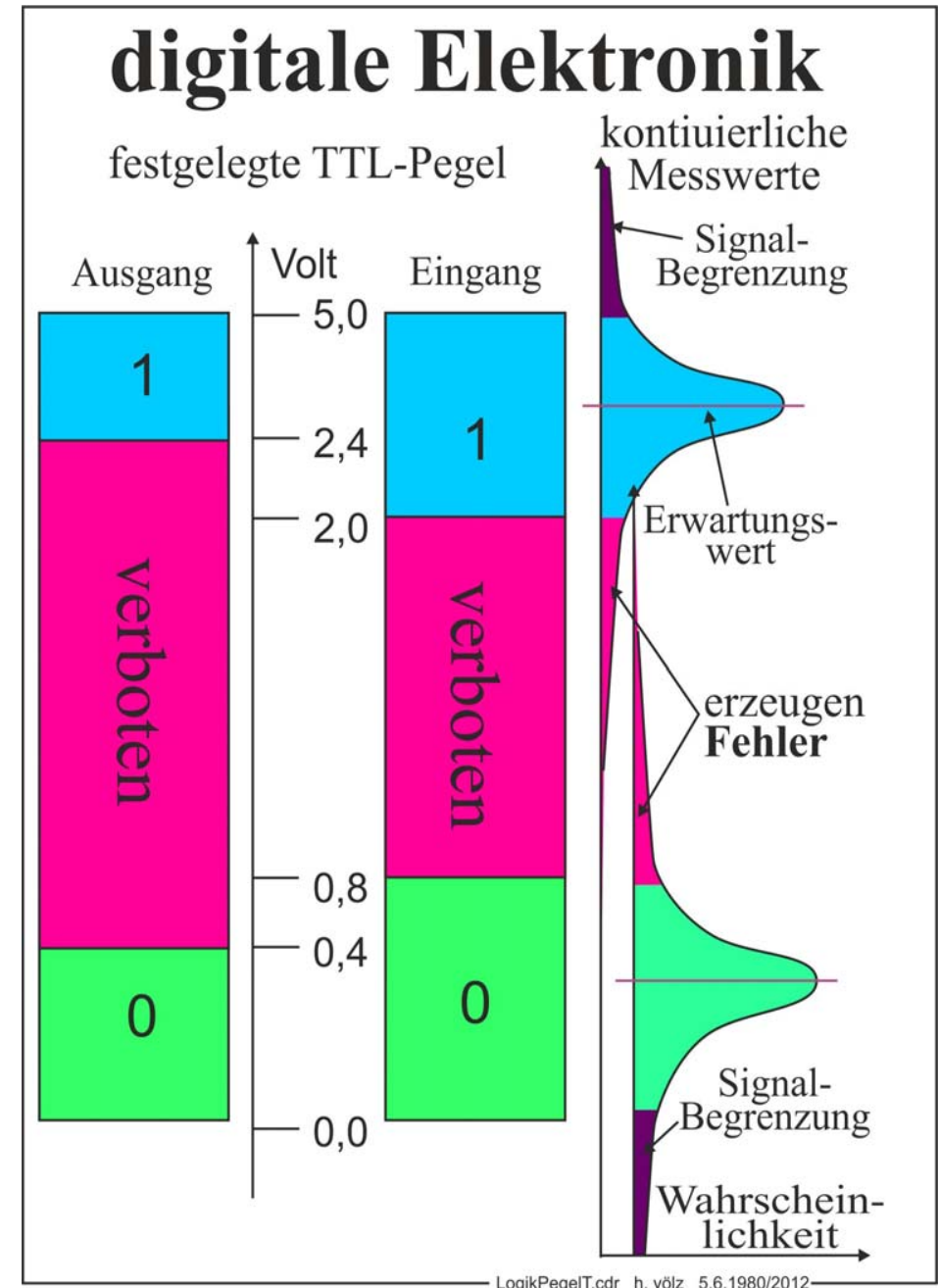
Oft werden **binäre** Signale benutzt.
Bei den entsprechenden Schaltungen (hier TTL-Technik) sind genaue **Bereiche** für **Eingangs-** und **Ausgangspegel** festgelegt.

Sie sind durch einen **unzulässigen Bereich** getrennt.
Verschwindet dieser Bereich, so wird die
Fehlerwahrscheinlichkeit extrem groß → 1.

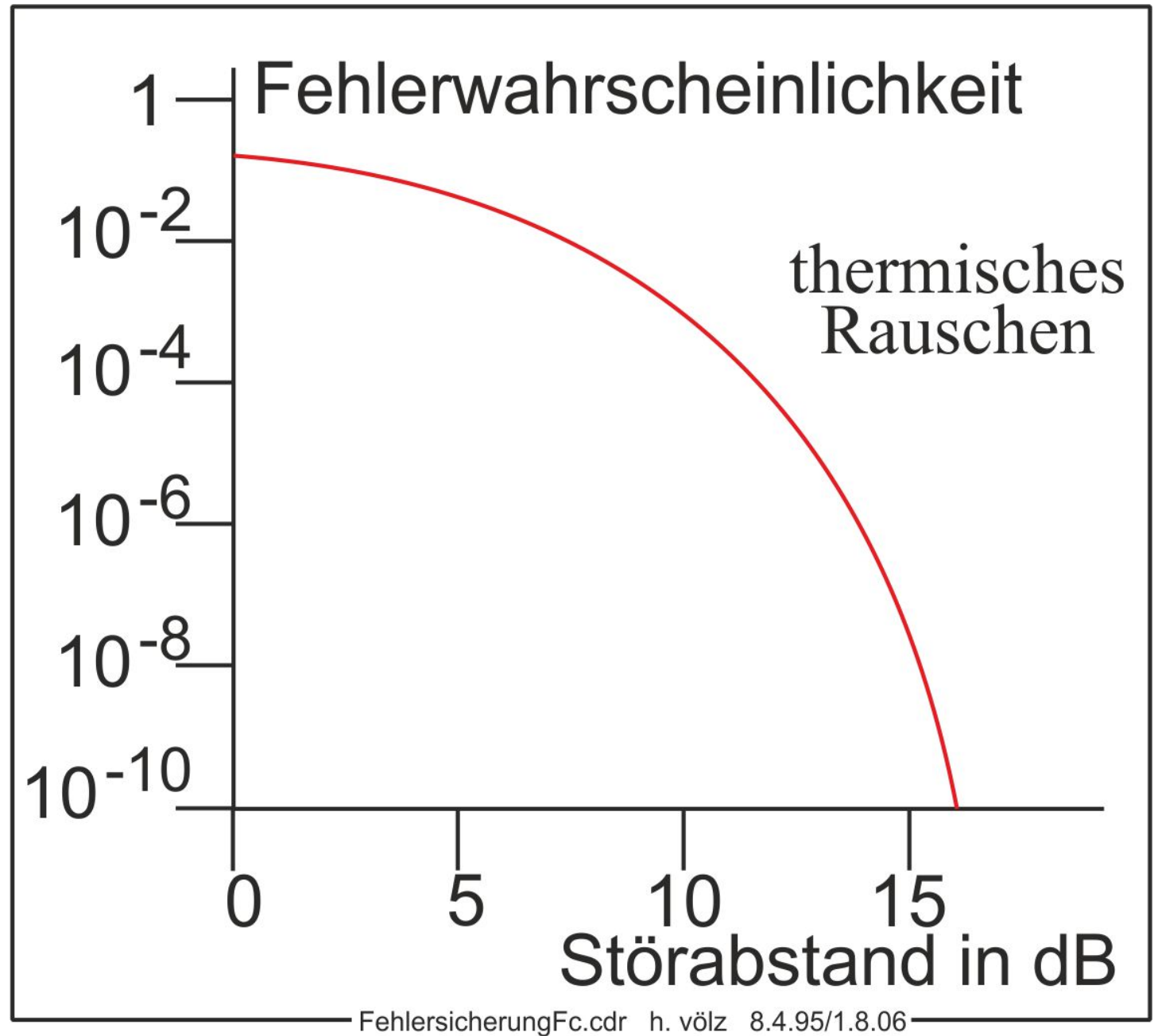
Infolge der jeweils „**einseitigen**“ **Begrenzung** lässt sich dann der auftretende Fehler auf die **Hälfte reduzieren** (vgl. S. 20).

Dies gilt auch für die **Übertragung** und **Speicherung** digitaler, binärer und diskreter Signale.

Ferner ist zu beachten, dass **auch alle digitalisierten** Signale von Störungen und damit Unsicherheiten betroffen sind.

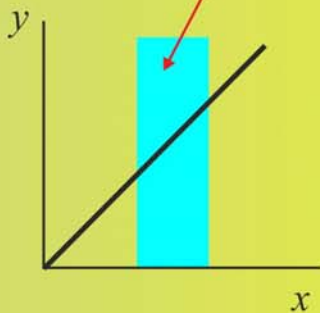
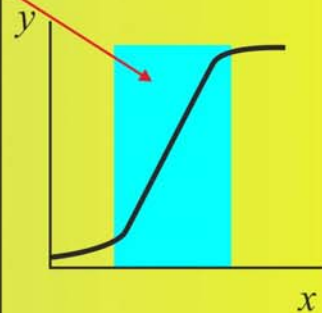
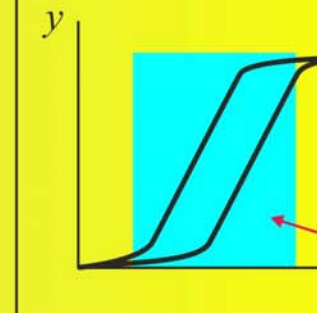
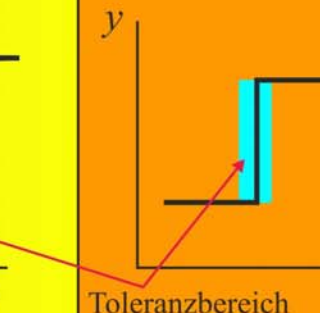
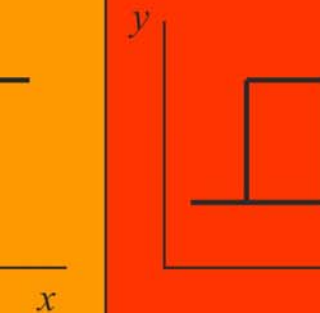


Aus dem Signal-Stör-Abstand lässt sich daraus eine Fehlerwahrscheinlichkeit berechnen



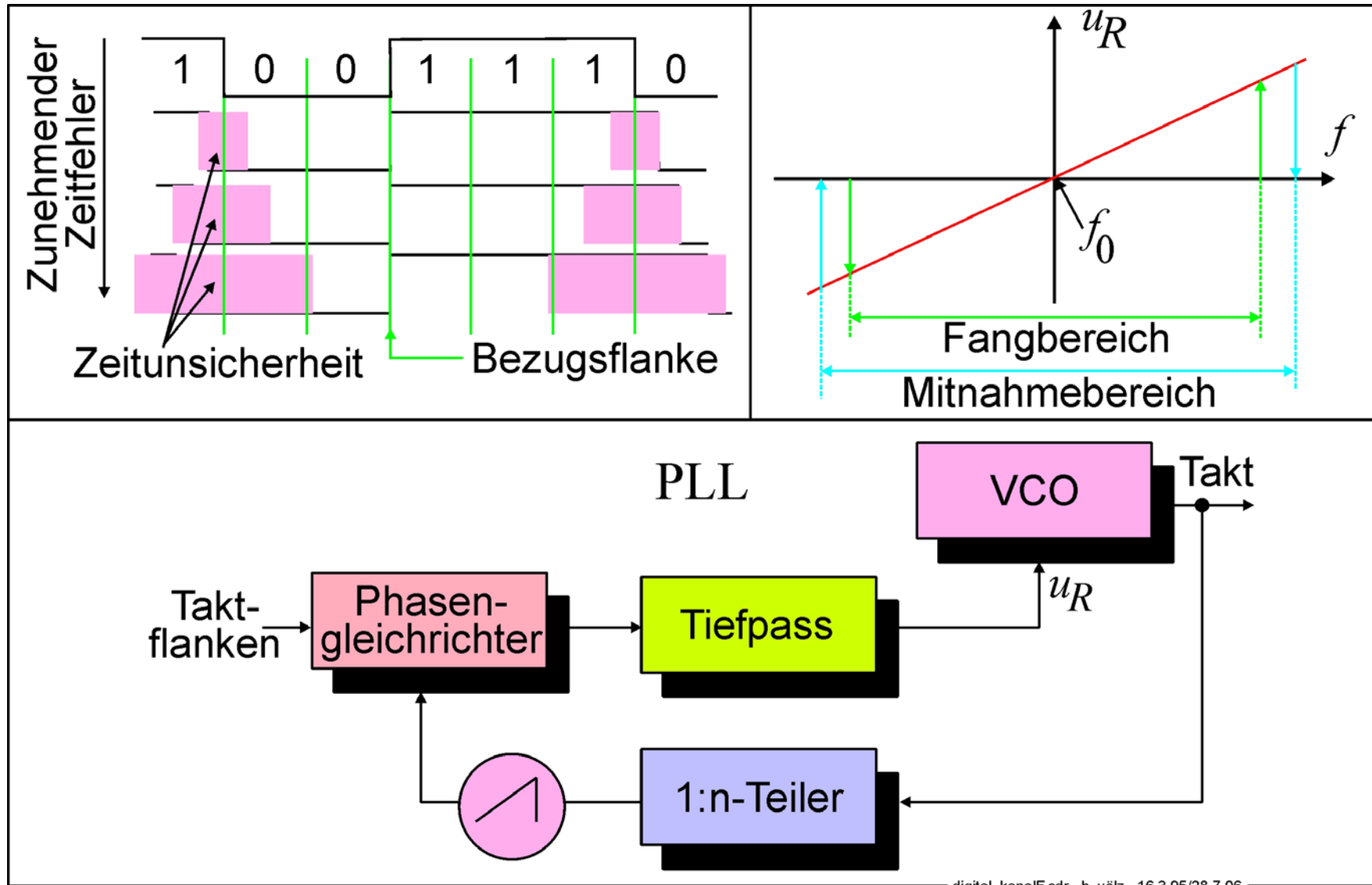
Zusätzliche Fehler bei der Wandlung

Sie treten u. a. dadurch auf, dass für die Festlegung der Wandlung meist keine idealen Knickkennlinie realisierbar ist.

Versuch einer Klassifikation von Bauelementen und Systemen					
x = unabhängige (Eingangs-) Größe			y = abhängige (Ausgangs-) Größe, auch Hilfs-Energie		
kontinuierlich			diskret, digital		
Toleranzbereich					
passiv	linear	nichtlinear	hysteretisch	schaltend	speichernd
					
	klassische Naturbeschreibung		Magnetband	flüssig $\Leftrightarrow$ fest (Taste)	Ferritkern Kippschalter
aktiv	Verstärker			Relais	Telefonrelais

Klassifikation.cdr h. völz 9.2.11

Hinzu kommen auch noch dadurch Fehler, dass der **Takt** infolge von **Zeitfehlern** – vor allem bei der Speicherung – nicht fehlerfrei rekonstruiert werden kann.



digital_kanalF.cdr h. völz 16.3.95/28.7.06

Kombinatorische Schaltungen

Digitale (binäre) Signale können über kombinatorischen Schaltungen **verknüpft** werden.

Eigentlich **sollte** das immer **fehlerfrei** funktionieren.

Jedoch infolge von **Störungen** sind auch hier **Fehler möglich**.

Technisch lässt sich jedoch durch hinreichenden **Störabstand** die **Fehlerwahrscheinlichkeit sehr gering** halten.

kombinatorische Schaltungen voll reversibel

YES (on)			leuchtet = ein		
NOT (off)			geht aus		
AND			bei beiden ein		
OR			bei einer oder beiden ein		
NAND			bei beiden aus		
NOR			bei mindestens einen aus		
XOR			bei nur einer ein		

Kombination.cdr h. vözl 16.8.05/2012

1. Schussfolgerung

Prinzipiell ist keine vollständig fehlerfrei Speicherung und Übertragung möglich.

Bei der **Kontinuierlichen Technik** wirken die immer vorhandenen Störungen begrenzend. Diese Fehler werden mit jeder **Übertragung und Speicherung** vergrößert.

Bei der **digitalen (diskreten) Technik** sind mehrere **Fehlereinflüsse** zu beachten. Sie lassen sich mittels **Fehlerwahrscheinlichkeiten** genauer angeben.

Vor allem muss zwischen den diskreten Werten immer ein **unzulässiger (ungültiger) Bereich** vorgesehen werden. Seine **Größe** ist für eine **geringe** Fehlerwahrscheinlichkeit ganz wesentlich.

Bei der **Analog-Digital-Wandlung** wirken sich die kontinuierlichen Unsicherheiten für die diskreten Zuordnung aus. **Zeitfehler**, störende **Amplituden-Schwankungen** um die diskreten Signale usw. erzeugen erneut **zusätzliche Fehler**.

Auch **digitalisierte Werte** sind von Störungen betroffen.

Nur wenn sie nicht den **verbotenen Bereich erreichen**, können sie durch Begrenzung rückgängig gemacht werden. Doch mit einer gewissen, wenn auch sehr kleinen Fehlerwahrscheinlichkeit wird das immer auftreten

Sofern eine **redundante Codierung** der diskreten Werte erfolgt, ist eine **Fehlerkorrektur** möglich.

Damit sie wirksam realisiert werden kann, muss der **Grundfehler** bei etwa 10^{-4} bis 10^{-6} liegen.

Für kleinere Werte gibt es keine effektive Fehlerkorrektur, für größere sind Messungen enorm erschwert (Zeitdauer!)

Auch bei **kombinatorischen Schaltungen** können Störungen **Fehler** bewirken

Insgesamt tritt so auch bei allen digitalen (diskreten) Werten **immer ein gewisser Restfehler** auf.

Gliederung

1. Was Fehler sind
2. Die Welt ist praktisch kontinuierlich
3. Digitalisierung
4. Wissen über die Welt
5. Formalisiertes Wissen
6. Grenzen des Wissens
7. Wahrheit
8. Widersprüche
9. Zusammenfassung

Wege zum Wissen

Es ist offensichtlich ein tiefes menschliches Bedürfnis, die Welt möglichst genau zu **kennen** und zu **verstehen**.

Dies ist aber auch nützlich bis notwendig, um in ihr „**richtig**“ zu **handeln** und zu **überleben**.

Heute stehen uns hierfür hauptsächlich zwei „Wege“ zur Verfügung: unmittelbare **Erfahrung** und **Wissenschaft**.

Dies zeigt schematisch das folgende Bild.

Die **Welt** ist darin absichtlich durch ein unregelmäßiges Gebilde dargestellt. Es soll keine Assoziationen wecken.

Der **obere Weg** betrifft die unmittelbare Erfahrung, die auch den Tieren zur Verfügung steht.

Mit ihm werden nur kleine „Ausschnitte“ der Welt annähernd richtig erfasst.

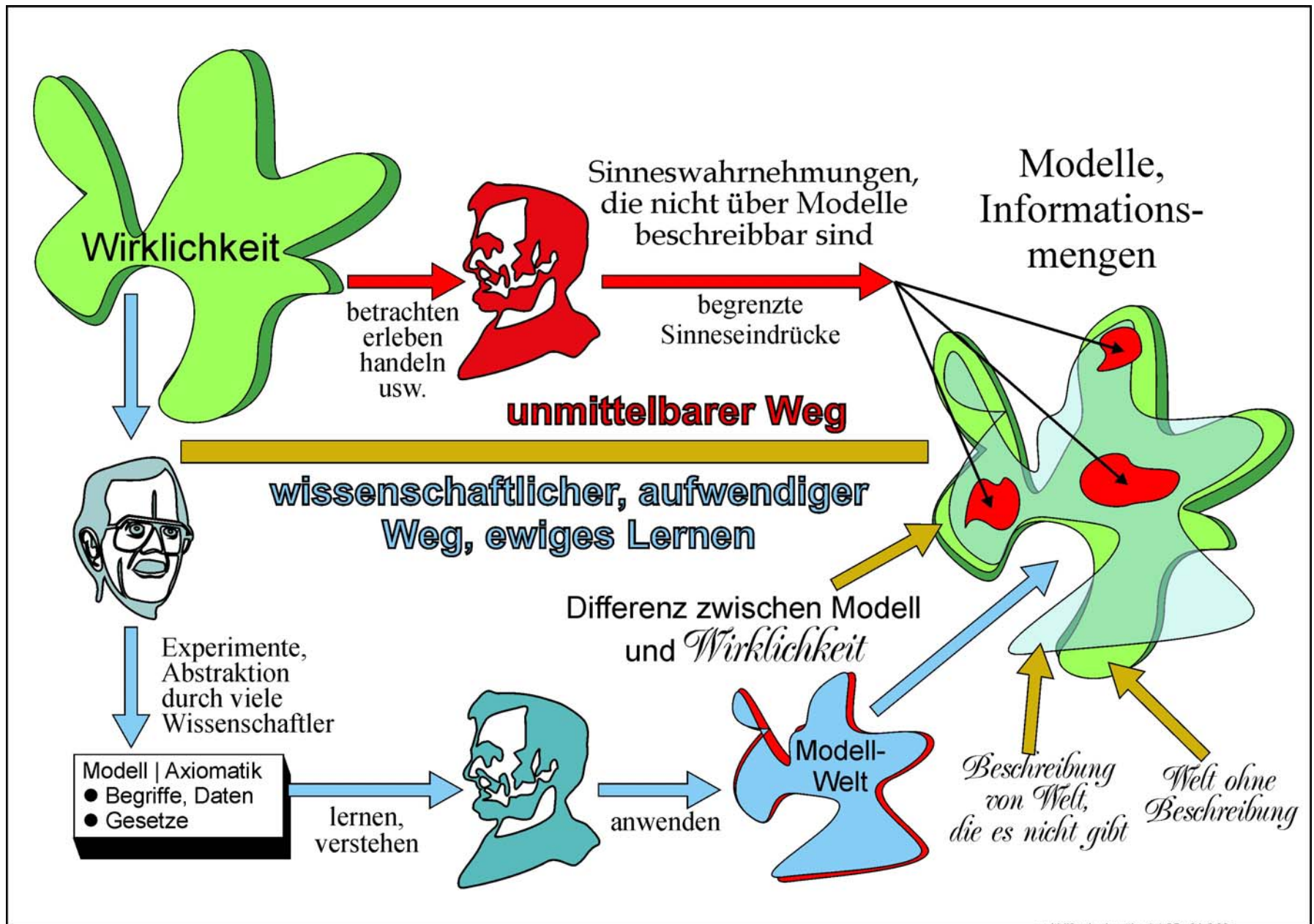
Der **untere Weg** ist kompliziert. Hier werden Erfahrungen durch Verallgemeinerung und Vertiefung zusammengefasst.

Dieses schwierig erarbeitete Wissen muss dann individuell erlernt, verstanden und genutzt werden.

Insgesamt wird so ein **beachtlicher Teil** der Welt **erklärt**.

Jedoch die erklärten Gebiete entsprechen, wie es KARL STEINBUCH (1917- 2005) ausdrückte, einem **Flickenteppich** [6].

Einige **Teile** können **nicht erklärt** werden und andere beschreiben Fakten, die in der Wirklichkeit **nicht existieren**.



Erfahrung

Jeder Mensch sammelt von Beginn an Erfahrungen. Dies geschieht vorwiegend unbewusst.

Wie umfangreich es dennoch ist deuten das folgende Bild an.

Keine Kellnerin wird ihre Körperbewegungen und die Tablett-Haltung nach den Schwerpunktsatz der Physik berechnen.

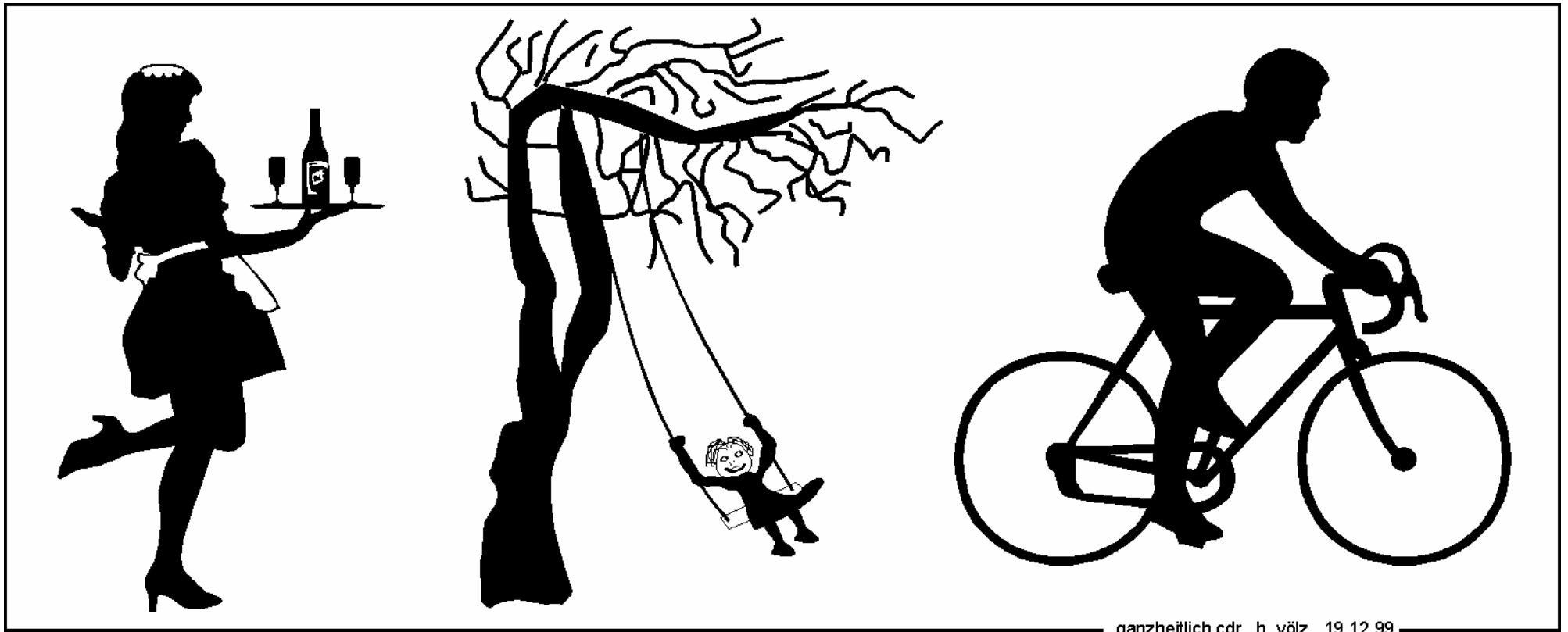
Kein Kind wird sich beim Schaukeln Gedanken über Resonanz und richtige Schwerpunktverlagerungen machen.

Kein Radfahrer wird die Kreiselgesetze bei der Fahrt auf einem holprigen Waldweg lösen.

HUBERT L. DREYFUS (* 1929) schuf hierfür den Begriff des *grauen*, nicht formalisierbaren Wissens [5].

Es ist viel umfangreicher, als oft angenommen wird. So gilt z. B.:

Wir können Experten-Wissen in Rechner übertragen, aber nicht das Wissen eines zweijährigen Kindes.



ganzheitlich.cdr h. völz 19.12.99

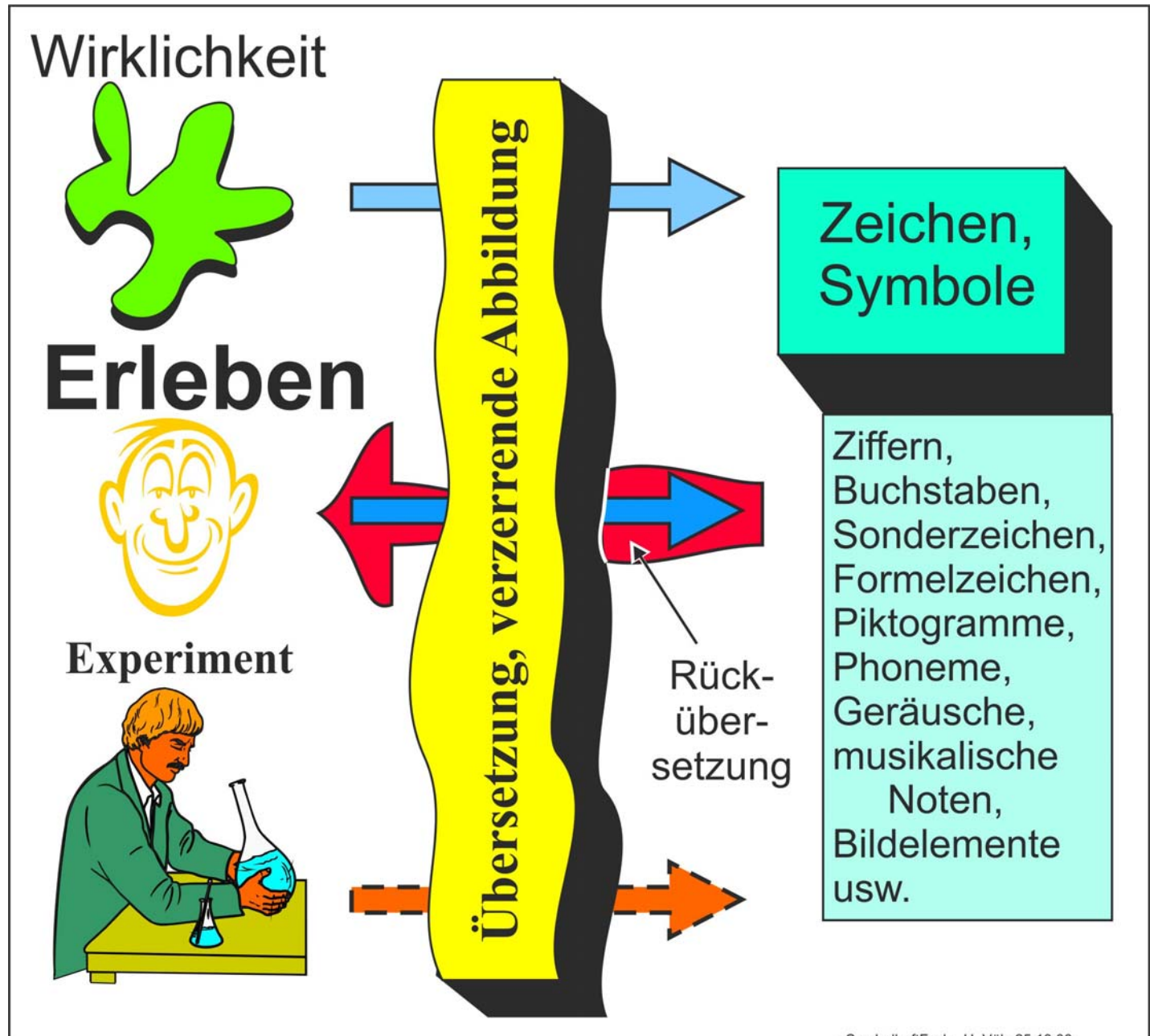
Wissenschaftliches Arbeiten

Die Wirklichkeit wird hierbei mittels Zeichen, Symbole, Bilder, Mathematik usw. möglichst adäquat übersetzt.

Wesentliche Zweige sind dabei Experiment, Theorie, und Erleben.

Die Rücktransformation ist wichtig für das Überprüfen und Anwenden.

Das Verstehen und Anwenden der Wissenschaft muss mühevoll von jedem erlernt werden.



SymbolhaftF.cdr H. Völz 25.10.00

Gliederung

1. Was Fehler sind
2. Die Welt ist praktisch kontinuierlich
3. Digitalisierung
4. Wissen über die Welt
- 5. Formalisiertes Wissen**
6. Grenzen des Wissens
7. Wahrheit
8. Widersprüche
9. Zusammenfassung

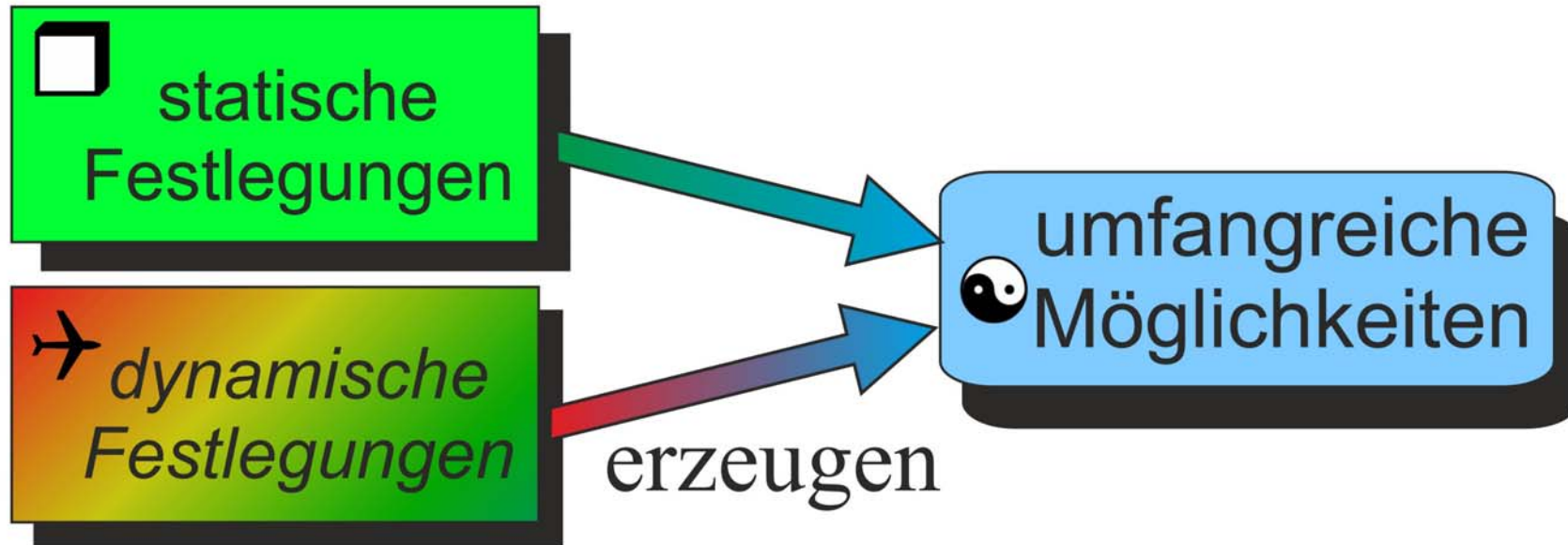
Generierung von Geschichten

Ursprünglichen erzählten sich die Menschen phantasievolle Geschichten über die Welt.
Die **Griechen** entdecken dann, dass man Geschichten auch folgerichtig entwickeln kann.
Es genügen wenige situationstunabhängige, d. h. „objektive“ **Fakten** sowie **Regeln**, die darauf angewendet werden.
Gibt die so entstehende Geschichte relativ gut die Erfahrungen über die Welt wieder, so ist sie besonders wertvoll (wahr).

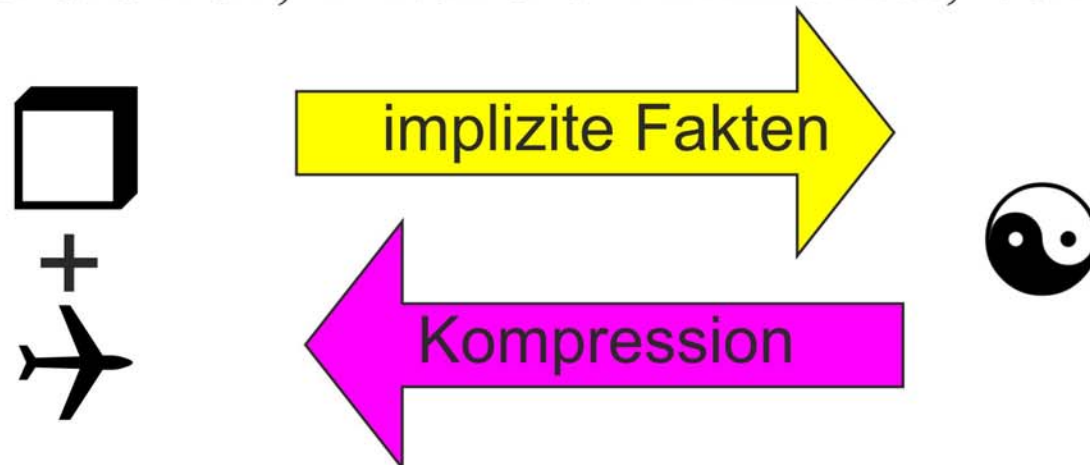
Das Prinzip ist gut mit den heutigen üblichen Ableitungen und Algorithmen vergleichbar.
Ausgangspunkt sind die **Axiome**, die unmittelbar so einleuchtend sind, dass kein Hinterfragen notwendig erscheint.
Die **Regeln** müssen möglichst einfach sein und dürfen zu keinen Widersprüchen führen.
Die Axiome entsprechen **statischen Festlegungen** $\square$,
die Regeln sind dagegen **dynamisch** (zeitlich nacheinander) $\rightarrow$.
Weitere Forderungen sind **Minimalität** (möglichst wenig Ausgangsdaten) und **Vollständigkeit** (alles wird beschrieben).

Das **Axiom-System** $\odot$ beschreibt dabei immer **viel mehr als man unmittelbar** aus ihm erkennen kann.
Durch die Anwendung der Regeln wird quasi erst der vollständige Inhalt unserem **engen Verständnis sichtbar** gemacht.

Dennoch ist die **Anwendung** des Axiom-Systems relativ einfach und zuverlässig.
Sehr viel schwieriger ist es, die „richtigen“ Axiome und Regeln **zu finden**.
Hierin bestehen viele große **wissenschaftliche Leistungen**.



Einfach auszuführen; Kriterien: Minimalität, Vollständigkeit



Das inverse Problem ist sehr schwierig

Notwendigkeit von Axiom-Sytemen

Axiom-Syteme fassen eine **Vielzahl** von **Fakten** und **Geschehen verdichtet** (komprimiert) zusammen.

Das **rechtfertigt** den hohen Aufwand ihrer Erstellung sowie die Notwendigkeit ihres oft schwierigen Erlernens und Verstehens.

Doch warum ist so etwa überhaupt **notwendig**? Hiefür gibt es drei zentrale Gründe:

1. Die **zeitliche Existenz** der Wirklichkeit » die der Menschheit » die eines einzelnen Menschen.
Das verlangt auch langfristig gültige Aussagen.
2. Die **räumliche Größe** der Welt » die der Erde » unseren individuellen Lebens- und Erfahrungsbereich.
Auch hier bringt umfangreicheres Wissen bringt, insbesondere bei der wachsenden Mobilität der Menschen.
3. Die **Komplexität** unseres Gehirns « die Komplexität der Wirklichkeit.
Für die **Informationsmengen** folgt daraus: Wirklichkeit » Wissen der Menschheit » individuelles Wissen.

Vielfältige Anwendungen

Axiom-Systeme sind äußerst leistungsfähig und werden daher nicht nur auf die Welt angewendet. Sie sind ziemlich universell auf viele Einzelgebiete übertragbar. Einige nennt die folgende Tabelle.

Statische Festlegung □	Dynamische Festlegung ➔	Gefolgertes ☯
Personen, Wesen Schachfiguren Axiome Urgründe Alphabet Daten Eingaben	zulässige Handlungen Schachregeln Gesetze, Regeln zulässiges Geschehen Regeln, Syntax Methoden Algorithmen	Geschichten, Erzählungen Partien Theorie, Fachgebiet Ablauf, Entwicklung Sprache Wissen, Modell Ergebnisse

Entwicklung der Logik

Mit einem Axiom-Systeme werden in **Teilschritten viele Aussagen** erzeugt.

Fundamental sind dabei Sätze mit einer Aussage (vgl. [8] S. 241 ff. und 260 ff.).

Neben diesen **Aussagesätzen** gibt es auch **Befehls-** und **Frage-Sätze**, die aber hier nicht weiter betrachtet werden.

Bei Aussagesätzen kann **entschieden** werden, ob sie einen **Sachverhalt der Realität** richtig ausdrücken.

Das wird mit dem Ergebnis **wahr (richtig) $\Leftrightarrow$ falsch** bzw. **gültig $\Leftrightarrow$ ungültig** oder **logisch 1 $\Leftrightarrow$ 0** angegeben.

Mittels der **formalen Logik** werden **Sätze** miteinander **verknüpft** und anschließend auf ihre Gültigkeit **überprüft**.

Die wesentlichen **Verknüpfungs-Operatoren** sind:

$\vee$ = ODER = **Disjunktion**, $\wedge$ = UND = **Konjunktion** sowie $\neg$ = NICHT.

Die **traditionelle Logik** wurde bereits von ARISTOTELES aus Stagira (384 - 322 v. Chr.) eingeführt.

GOTTFRIED WILHELM VON LEIBNIZ (1646 - 1716) und BERNARD BOLZANO (1781 -1848) entwickelten Ideen für eine **mathematische Logik**.

GEORGE BOOLE (1815 - 1864) und FRIEDRICH LUDWIG GOTTLOB FREGE (1848 - 1925) schufen dazu **wesentliche Grundlagen**.

BERTRAND ARTHUR WILLIAM RUSSEL (1872 - 1970), DAVID HILBERT (1862 - 1943) u. a. erweiterten sie zur **Darstellung unseres Wissens**.

Auf **andere Logik-Systeme** wird später eingegangen.

Übergang zum Beweisen

Bereits auf der Grundlage der traditionellen Logik schuf ARISTOTELES die **Syllogistik** (griechisch Zusammenzählen). Dieser **deduktive Beweis** gewinnt aus **zwei Voraussetzungen** (Prämissen) mittels einer **Schlussfolgerung** (Konklusion) das **Ergebnis**, z. B.:

Wenn Sokrates (A) ein Mensch (B) ist
und alle Menschen (B) sterblich (C) sind, *oder allgemein*
dann ist Sokrates (A) sterblich (C).

Wenn A allen (einigen) B [nicht] zukommt
und B allen (einigen) C [nicht] zukommt,
dann kommt A allen (einigen) C [nicht] zu.

Heute gibt es eine Vielzahl von Beweisen, zuweilen auch Begründungen genannt. Neben dem obigen **deduktiven** den **induktiven** und **indirekten** sowie die vollständige Induktion und den **Analogieschluss**. Dabei wird durch mehrfache Umformungen über die **Gültigkeit von Aussagen, Thesen, Theorien** usw. entschieden. Auf weitere Details sei hier verzichtet (vgl. [8] S. 241 ff. und 260 ff.). Es wird noch später auf sie eingegangen. Eine Abart des Beweises ist die **Bewährung** = schwacher Beweis durch die Praxis. Das gilt z. B. dann, wenn eine Hypothese (Theorie) durch viele Einzelfälle bestätigt wird.

Auf Grundlage dieser Betrachtungen ist nun ein **Übergang zu Fehlern** möglich.

Gliederung

1. Was Fehler sind
2. Die Welt ist praktisch kontinuierlich
3. Digitalisierung
4. Wissen über die Welt
5. Formalisiertes Wissen
6. Grenzen des Wissens
7. Wahrheit
8. Widersprüche
9. Zusammenfassung

LAPLACE-Dämon

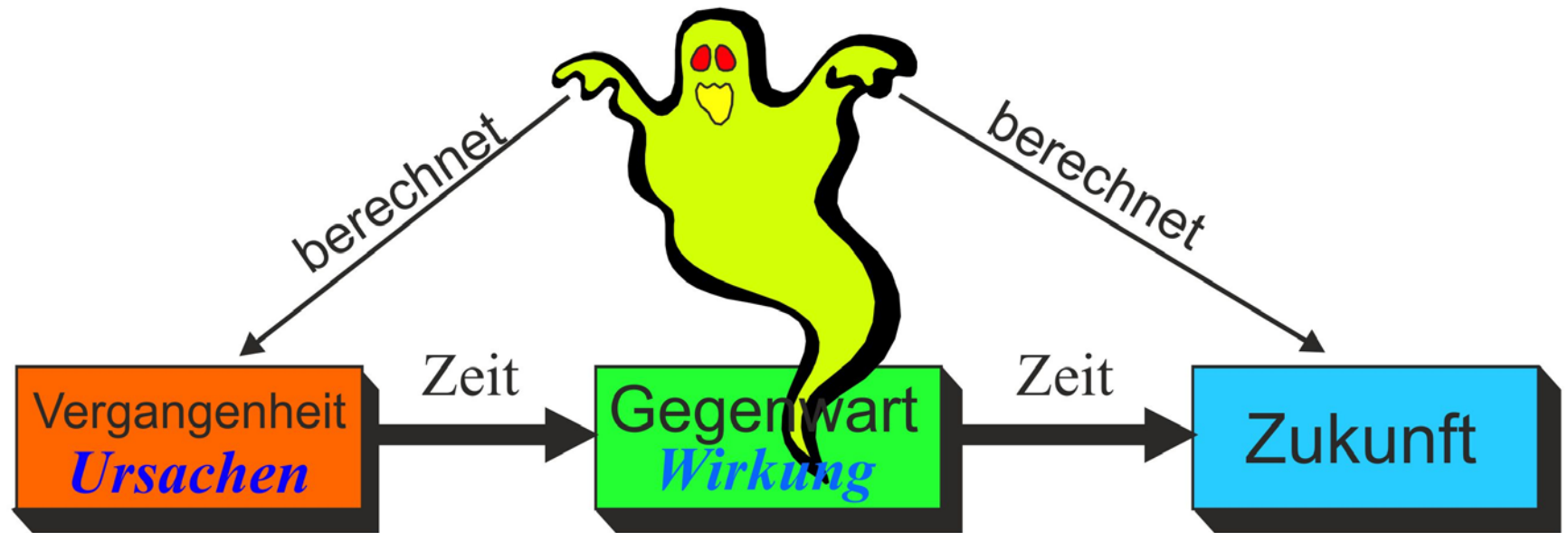
Axiome erzwingen bzw. entsprechen einem **vollständigen Determinismus** gemäß dem Ursache-Wirkungs-Prinzip. Letztlich ergibt sich so der **LAPLACE'sche Dämon**, den bereits 1776 PIERRE SIMON LAPLACE (1749 - 1827) erdachte. Die Idee gewann er damals jedoch aus den ehernen Gesetzen der Astronomie sowie der Mechanik. Er wusste aber auch, dass es ihn nicht geben könne. Dann würde es nämlich auch keine menschliche Freiheit und Verantwortung geben. Heute lässt er sich wie folgt widerlegen.

Wenn die Welt	und wenn der Dämon (wir)	nur dann wären
• deterministisch und ständig wäre, • nur wechselwirkende Teilchen enthielte, • die NEWTON'schen Bewegungsgleichungen uneingeschränkt gültig wären.	• alle Naturgesetze kennen würde, • alle Rand- und Anfangsbedingungen zu irgend einem Zeitpunkt kennen würde, • und zwar beides mit absoluter Genauigkeit, • alle diese Daten speichern könnte, • mathematisch leistungsfähig und • schnell genug, um alle Gleichungen exakt lösen zu können.	• der Lauf der Welt in allen Einzelheiten eindeutig bestimmt (gleiche Ursachen erzeugen gleiche Wirkungen), • alle Ereignisse der Vergangenheit und der Zukunft korrekt zu berechnen.

Hinzu kommt noch, dass in der Mikrowelt gemäß der **Quantenphysik der Zufall** regiert. Mit den betont **menschlichen Zufälligkeiten** hat sich ausführlich ODO MARQUARD (*1928) auseinander gesetzt [7].

LAPLACE-Dämon

1766



Welt als Dämon? Quantentheorie

1925



LaplaceDämon2.cdr h. vözl 2.1.12

Erzwungene Ungewissheiten

Der **Zufall** und die **Grenzen unserer Erkenntnis** erzwingen:

Wir können **nicht über alles** in der Wirklichkeit **sichere Aussagen** besitzen.

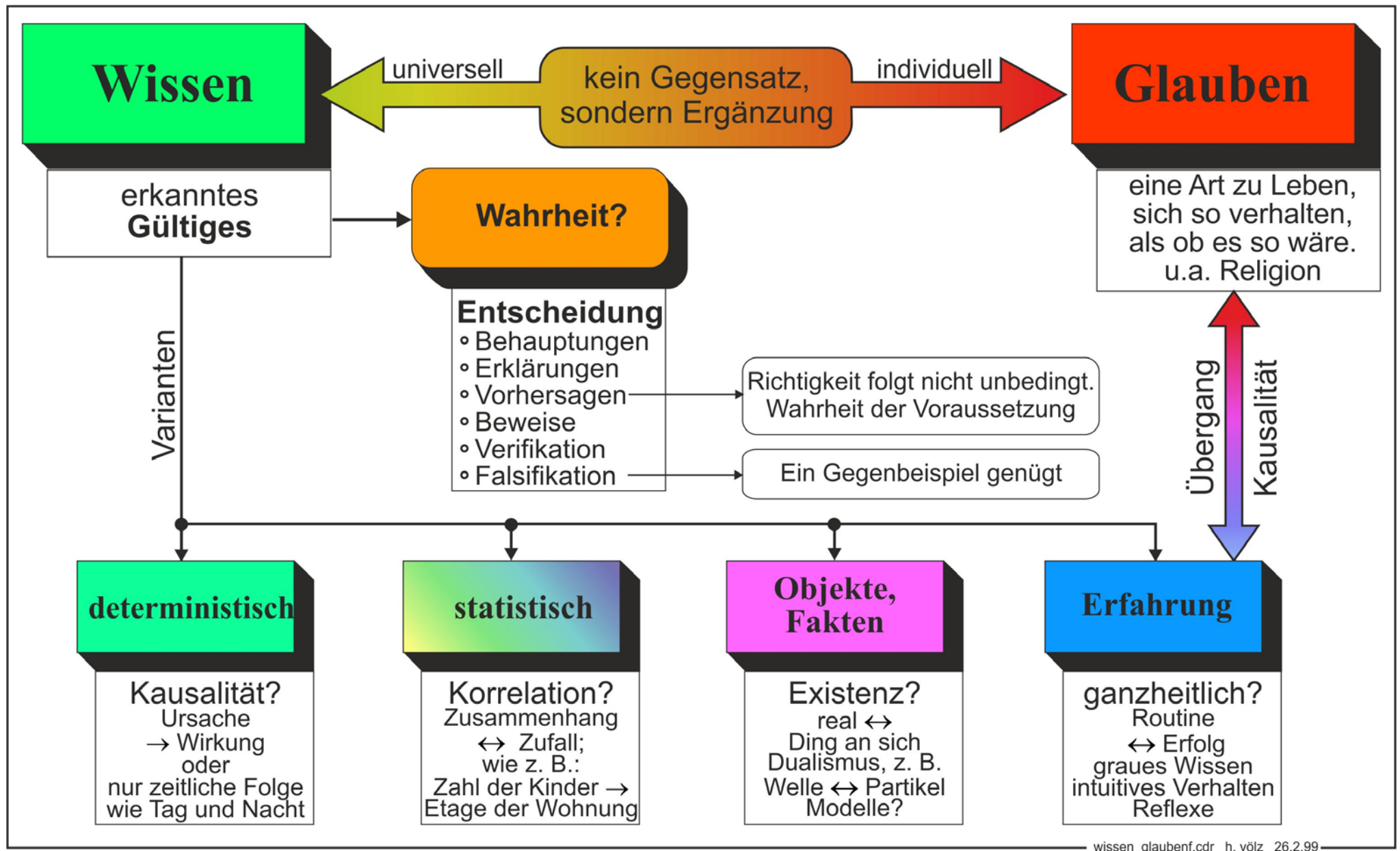
Daher müssen wir auf **Abweichungen** zu unseren Vorstellungen oder gar **Fehler gefasst sein**.

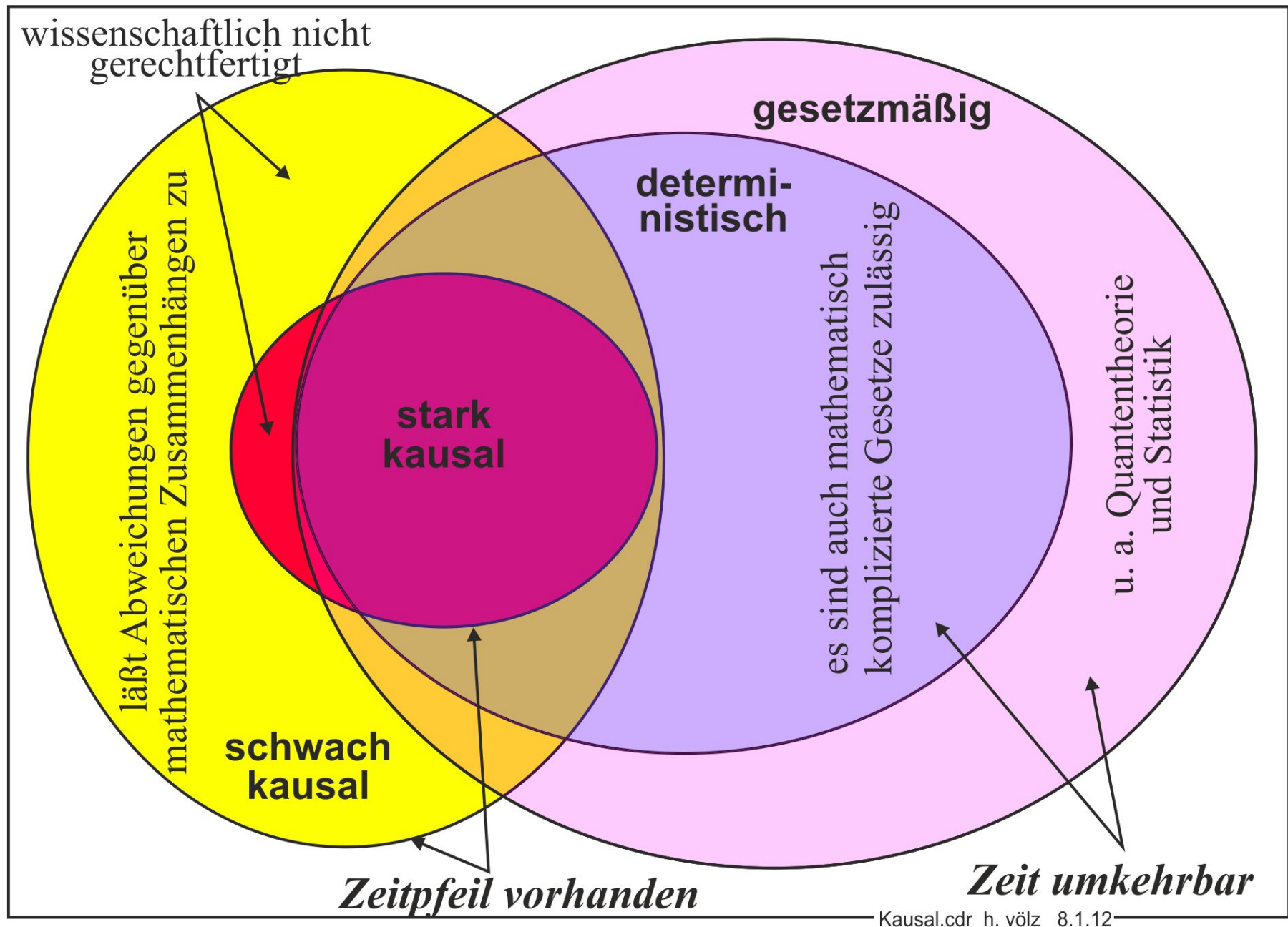
Das **ähneln** den unvermeidbaren **Störungen** in der technischen Welt $\Rightarrow$ **Fehlerwahrscheinlichkeit**.

Daher müssen wir zumindest **drei Bereiche, Begriffsinhalte** unterscheiden:

- **Strenger Determinismus** gemäß **Ursache $\Rightarrow$ Wirkung**. Diese Zusammenhänge sind durch Axiom-Systeme und Algorithmen komprimierbar und werden dann fehlerfrei erfüllt. Die Grenzen hierzu zeigt der LAPLACE-Dämon auf.
- **Kausalität** als **subjektiver Determinismus**: Ich gebe mich mit einer **Erklärung zufrieden**, die eventuell sogar der Realität **widerspricht** (Mythen, Götter, schwarze Schuhe, Winterkälte usw.). Teilweise sind hier **gesellschaftliche** Zusammenhänge zu erfassen, wie Normen, Moralregeln, Tabus usw.
- **Gesetzmäßig** berücksichtigt zusätzlich zum strengen Determinismus auch **statistische Gesetze**, u. a. Quantentheorie und extrem komplexe Zusammenhänge. Diese statistischen Aussagen besitzen **immer eine Streuung** (s. o. Messungen).

Schematisch zeigen entsprechenden Zusammenhänge von **Wissen und Glauben** sowie **Kausalität und Wahrheit** (s. u.) die beiden folgenden Bilder.





Gliederung

1. Was Fehler sind
2. Die Welt ist praktisch kontinuierlich
3. Digitalisierung
4. Wissen über die Welt
5. Formalisiertes Wissen
6. Grenzen des Wissens
7. Wahrheit
8. Widersprüche
9. Zusammenfassung

Variationen von wahr

Grammatikalisch tritt wahr und seine wichtigsten Ableitungen in vier Varianten auf, als

- **Substantiv** betrifft es vorwiegend eine (indirekte) *Aussage über etwas*. z. B. „Das ist die **Wahrheit**.“.
- **Adjektiv**: etwas ist **wahr**.
- **Attribut** setzt es ein **Ideal** voraus, dem das Substantiv nahe kommt z. B. **wahres** Ereignis, Leben und Kunstwerk.
- **Prädikat** entspricht es einer **Bewertung**, Aussage oder einem Urteil, z. B: $3 \times 6 = 18$ **ist wahr**.

In diesem Sinne ist wahr immer ein **statisch gegebener Zustand**, der **vorhanden** ist oder nicht (falsch).

Es fehlt ein **Verb** zu wahr: ~~es wahr-t sich~~. Damit existiert kein in der **Zeit** geschehender, ablaufender **Übergang** zu wahr. Für die Zukunft/Vergangen existiert bestenfalls die **vollendete Verbform**: Es bewahrheitet sich, wird wahr werden oder wurde wahr.

Das entspricht auch dem **Wahrsagen**. Es sagt nur voraus, dass etwas **irgendwann** eintreten wird.

Von wahr gibt es eigentlich auch **keinen Komparativ** und **Superlativ** (es ist ~~wahrer, am wahrsten~~).

Rein sprachlich bedeutet daher wahr und Wahrheit eine **binäre** (logische) **Feststellung**.

Das erfüllt sogar **wahrscheinlich**, denn es gilt immer nur für die anteilmäßige „wahre“ **Auswahl aus einem Ensemble**.

Nicht ganz so eindeutig gilt es für einige **Ableitungen** von wahr:

Den Schein, das Interesse **wahren**, **wahrhaftig**, **wahrheitsliebend sein**, wahrnehmen oder gar Wahrzeichen.

Weitaus eingeschränkter ist das etwa synonyme **richtig**. Hierzu gibt so gut wie keine Wortverbindungen.

Auch das Gegenteil **falsch** besitzt wohl nur noch Falschheit, Fälschung.

Beide ermöglichen ebenfalls nur binären Gebrauch.

Theorie der Wahrheit

Nach BERTRAND ARTHUR WILLIAM RUSSEL (1872 - 1970) muss sie drei Forderungen erfüllen

1. Es muss das Gegenteil = Falschheit geben können.
2. Wahrheit $\Leftrightarrow$ Falschheit sind Eigenschaften von Aussagen oder Überzeugungen des Glaubens.
3. Wahrheit $\Leftrightarrow$ Falschheit betrifft die Übereinstimmung zwischen Wissen und Realität (Faktum) gehört damit aber nicht zum Glauben.

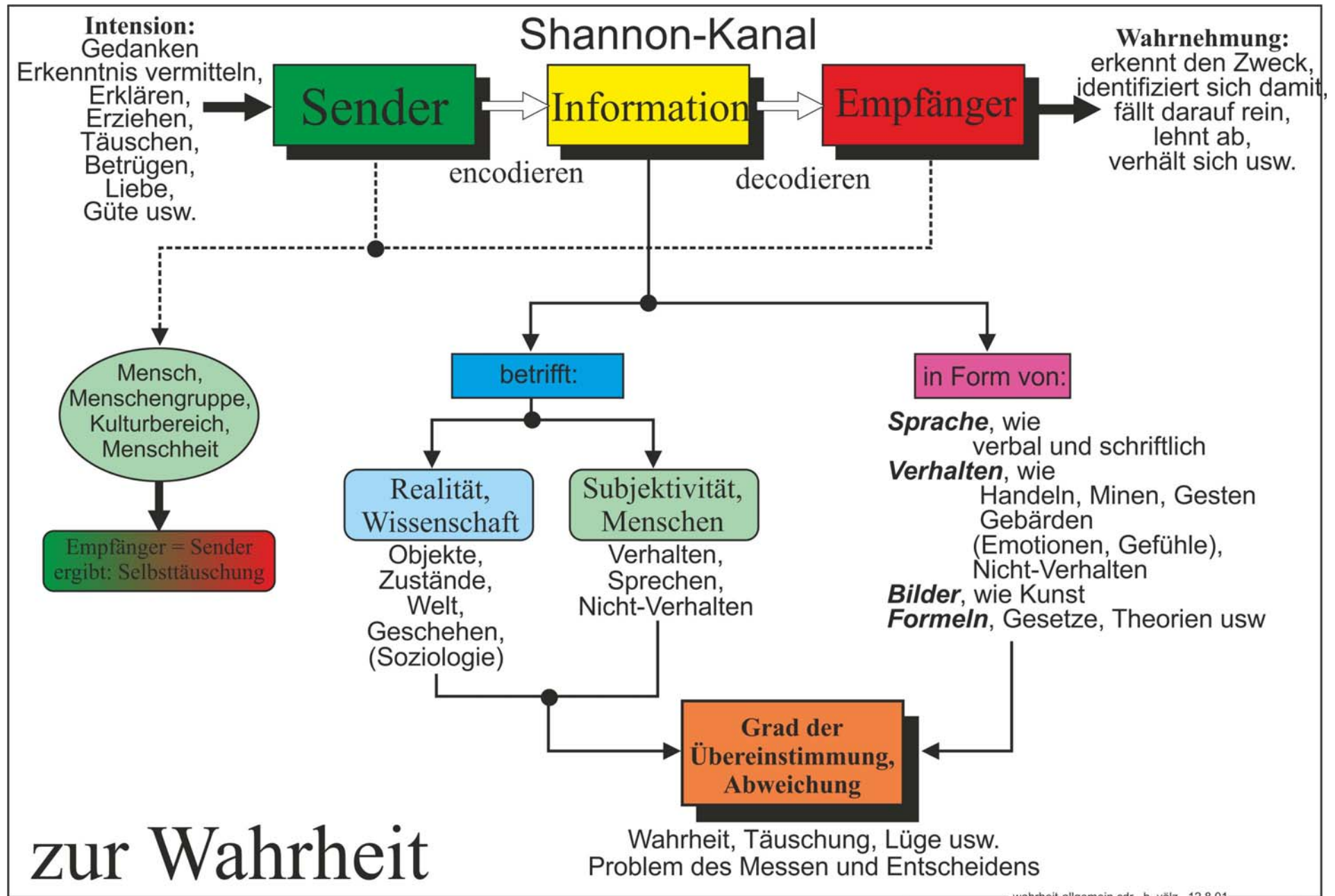
Wichtige Kriterium sind:

- Unabhängigkeit vom Beobachter,
- wiederholbar nachvollziehbare Aussagen,
- Widerspruchsfreiheit,
- Übereinstimmung von Theorie bzw. Aussage mit der Wirklichkeit, Realität,
- ständig voranschreitender Erkenntnisprozess.

Eine **Unwahrheit** kann absichtlich oder unabsichtlich ausgesagt werden, zu ihr gehören:

Lüge, Ausrede, Heuchelei, Geschwätz, Gerücht, Täuschung, Unterlassung, Unterschlagung, absichtliche oder versehentliche Auslassung wesentlicher Informationen.

Den Zusammenhang mit der Information und Kommunikation zeigt das folgende Bild.



Wahrheit in der Wissenschaft

Letztlich muss sich eine wissenschaftliche Theorie in der Realität, Wirklichkeit bewähren.
Zur Entscheidung entstanden nacheinander drei wichtige Methoden (s. auch S. 50):

FRANCIS BACON (1561 - 1626) entwickelte die **Verifikation**
(Lateinisch *verificare*, von *verus* wahr, richtig und *facere* machen).

Sie ist ein strenger Beweis, geht von Hypothesen aus, die anschließend durch gewonnene Erkenntnisse bestätigt werden.
Es stellte sich aber heraus: Eine wissenschaftliche **Theorie** ist weder aus der **Erfahrung** logisch ableitbar noch durch Erfahrung verifizierbar.

1934 zeigte Sir KARL RAIMUND POPPER (1902 - 1994) [9]:

Unser gesamtes Wissen besteht aus Hypothesen, deren Wahrheit nie sicher ist.

Es besteht vorwiegend aus **All-Sätzen**, die **immer und überall** gelten sollen.

Uns sind aber nur **endlich viele** Beobachtungen möglich.

Daher führte er zusätzlich zur Bewährung die **Falsifikation** ein (lateinische *falsus* unbegründet, grundlos, irrig, falsch).

Dabei genügt **ein Gegenbeispiel**, um die entsprechenden Inhalte für ungültig zu erklären.

Dennoch kann die übliche Praxis zuweilen die Hypothesen weiter benutzen.

1962 führte dann THOMAS SAMUEL KUHN (1922 - 1996) den Begriff des **Paradigmas** ein [10].

(griechische *paradigma*, Beispiel, Vorbild, Verweis, Beweis, Urbild, Modell, Muster oder mustergültiges Beispiel).

In der aktuellen Wissenschaft gibt es **vorherrschende Hypothesen/Theorien** (Paradigmen)

Sie werden allgemein als gültig anerkannt sind, können sich aber irgendwann als fehlerhaft herausstellen.

Dann tritt Paradigmenwechsel ein zu neuen Hypothesen ein. das nennt er eine wissenschaftliche Revolution.

Grenzen der Wahrheit

Da Wahrheit (s. o.) **binär** ist, besteht sie oder besteht nicht.

Doch eine **absolute Wahrheit** kann es nicht geben. Dazu ist die Realität, Wirklichkeit zu komplex und z. T. zufällig.

Daher entstanden **eingeschränkte Wahrheitsbegriffe** (vgl. u. Modal-Logik):

Ewige Wahrheit betrifft einige metaphysische und religiöse Schriften, deren Aussagen nicht angezweifelt werden dürfen und ewig unter allen Bedingungen gültig sein sollen.

Logische Wahrheit ist ableitbar, wobei die Ausgangssätze wahr sein müssen. Sie entspricht somit einer Tautologie.

Notwendige Wahrheit: Ihr Gegenteil ist nicht falsch, sondern **unmöglich** ist. Das gilt u. a. in der Geometrie.

Objektive Wahrheit betrifft Behauptungen zur Wirklichkeit und hängt nicht vom erkennenden Subjekts abhängt.

Pragmatische Wahrheit entscheidet, ob etwas in der Praxis fruchtbar/nützlich ist ($\approx$ Korrespondenztheorie). Was funktioniert, kann legitim sein, muss aber nicht logisch wahr sein. Dabei muss jedoch die Abweichung zur Wirklichkeit unwesentlich sein.

Relative Wahrheit gilt für nur ausgewählte Teile der Wirklichkeit. Ihr Umfang wächst mit neuen Erkenntnissen, erreicht aber nie die absolute Wahrheit.

Semantische Wahrheit geht auf ALFRED TARSKI (1901 - 1983) zurück. Infolge von Widersprüche, Paradoxien, Antinomien usw. in der natürlichen Sprache verlangt sie eine Metasprache. Mit ihr werden dann Aussagen in der Objektsprache auf „gültige“ überprüft (s. u.).

Syntaktische Wahrheit betrifft nur den **Satzbau** und ähnelt dabei der logischen Wahrheit.

Wohlbegründete Meinung ist nicht notwendig wahr, denn ihr Gegenteil ist möglich.

Philosophische Wahrheit benutzt analytische Urteile in Bezug auf die Erkenntnis.

Gliederung

1. Was Fehler sind
2. Die Welt ist praktisch kontinuierlich
3. Digitalisierung
4. Wissen über die Welt
5. Formalisiertes Wissen
6. Grenzen des Wissens
7. Wahrheit
8. Widersprüche
9. Zusammenfassung

Vielfalt der Widersprüche

In der **Technik** bewirken Störungen die **Fehlerwahrscheinlichkeit**.

Bei **sprachlichen Aussagen** bewirken die notwendige Kompression und die Einschränkung des Gebietes **Widersprüche**.

Die **Vielfalt** der sprachlichen Widersprüche ist groß und (noch) **nicht umfassend** und vergleichend untersucht ist.

Selbst die **Begriffsbildung** ist uneinheitlich. Es gibt kaum eine **Systematik** der verschiedenen Widersprüche.

Hervorzuheben ist die Übersicht, die unter dem Titel „**Paradoxon**“ von NICHOLAS FALLETTA stammt [11].

Von ihm stammt die Aussage: **Paradoxie ist eine Wahrheit, die auf dem Kopf steht, um Aufmerksamkeit zu erregen**.

Zunächst unterscheidet er drei Varianten:

- Eine **Behauptung**, die **widersprüchlich erscheint**, aber wahr ist. So gilt wirklich: „Der Schnee ist rot“, wenn er z. B. Blutspuren trägt; (Dies gilt zuweilen als Definition für Paradoxie).
- Eine **Behauptung**, die **wahr erscheint**, aber Fehler enthält: „Die Sonne ist genauso groß wie der Mond“ gilt (nur) für den Sichtwinkel von der Erde aus.
- Eine **logische Beweiskette**, die zu **widersprüchlichen Schlussfolgerungen** führt, wie z. B.: „Dieser Satz ist falsch“ (gilt zuweilen als Definition für Antinomie; Details s.u.).

Aus anderer Sicht unterscheidet er dann, hier etwas vereinfacht, neben [11] s. auch [12] S. 166 - 193, [13]):

- **Zeit-, Folge-Antinomien**: Körner $\Rightarrow$ Haufen; Kaulquappe $\Rightarrow$ Frosch; All-Aussagen, Zenon-Antinomien.
- **Unendlichkeits-Paradoxien**: Hilbert Hotel, Monsterkurven, Fraktale, einige ESCHER-Bilder.
- **Statistische Antinomien**: U-Bahn-Warten, Gefangenen-Dilemma, statistische Erwartungen.
- **Bildliche Antinomien**: Umschlagbilder, mangelhafte Perspektiven.

Arten der Widersprüche

Die folgende Zusammenstellung der verschiedenen Begriffe und Inhalte kann nur ein grober Überblick sein.

- **Antinomie** (griechisch **anti** dagegen, entgegen, **nemein** ordnungsgemäß aus-, ver-, zuteilen, lenken, leiten, verwalten. also etwa Aussage gegen das Gesetz: Lügner-Antinomie: Der kretaische Priester EPIMENDIS behauptet „Alle Kreter lügen“.
- **Aporie** (griechische **aporia**: Ausweglosigkeit, ausweglose Lage, Schwierigkeit) wurde von IMMANUEL KANT (1724 - 1804) bezüglich der Erkenntnis (Endlichkeit, Teilbarkeit, Kausalität und Existenz) in „Kritik der reinen Vernunft“ 1788 eingeführt, ist heute wenig gebräuchlich. Zeitweilig wurde Aporie auch statt Antinomie und Paradoxie benutzt.
- **Dilemma** (griechische **di** zweifach, **lemma**: Annahme, Hilfssatz, Prämisse) betrifft einen Entscheidungszwang/Zwangslage zwischen Übeln. Es wird auch als Fangschluss der griechischen Logik bezeichnet. Dabei wird jemand (ohne sichtlichen Grund) gezwungen, sich zwischen zwei gleich unangenehme Behauptungen zu entscheiden (BURIDIANS Esel JOHANNES BURIDIAN, 1300 - 1358).
- **Trilemma** kommt selten vor. Hier stehen drei (griechisch **tri**) Alternativen zur Auswahl (MÜNCHHAUSEN-Trilemma).
- **Paradoxie** (griechisch **para**: daneben, dabei, von her, gegen, wider; **doxa**: Ansicht, Meinung) betrifft Lehrsätze, die der allgemeinen Auffassung entgegengesetzt sind, jenseits des Glaubens. Im ursprünglichen Sinne des Wortes eine Widersinnigkeit oder eine Behauptung, die allgemein anerkannten Grundsätzen entgegensteht. Betrifft meist eine Erscheinung, die mit den jeweils anerkannten Erfahrungen, Anschauungen oder Grundsätzen nicht zu vereinbaren ist, ist daher umfassender als Antinomie. (ZENON Wettlauf Achilles - Schildkröte)
- **Paradoxon** werden zuweilen Effekte und Geschehen der Naturwissenschaft bezeichnet, die dem „gesunden“, Menschenverstand zu widersprechen scheinen (Aerodynamisches Paradoxon).

Geschichte

Es gab Zeiträume, in denen Widersprüche für die Wissenschaft keine Bedeutung hatten.

Dan erschien eine (weitgehend) völlige Determiniertheit gesichert.

Es gibt jedoch **drei Etappen** in denen Widersprüche größere Beachtung fanden:

1. Die **Alten Griechen** kannten bereits die „klassischen“ Widersprüche u. a. die Paradoxien von ZENON und die Lügner-Antinomie. Danach wurden sie *vergessen*.
2. Im **Mittelalter** wurden die klassischen Varianten wieder entdeckt und neu diskutiert. Es entstanden über 500 Paradoxie-Sammlungen. Vorherrschend waren aber formale Betrachtungen, wie: „Wann entsteht aus einzelnen Körnern ein Haufen?“ oder „Kann Gott als allmächtiges Wesen einen so schweren Stein erschaffen, dass er ihn nicht heben kann?“ Mit dem aufkommenden **Rationalismus** wurden sie wieder erneut vergessen.
3. Die **Neuzeit** beginnt mit den vier Aporien von KANT (s. o.). Jedoch erst mit RUSSEL und GOEDEL erreicht sie zwei entscheidende Höhepunkte (s. u.). Es besteht aber immer noch die Gefahr, dass mit der **Informatik** und **Künstlichen Intelligenz** Widersprüche als lösbar betrachtet werden.

FREGE $\Rightarrow$ RUSSEL

FRIEDRICH LUDWIG GOTTLOB FREGE (1848 - 1925) führte mit seinen Arbeiten den **Mengen-Begriff** ein [14]. Als er beim Abschluss des 2. Bandes war, erhielt er 1901 von BERTRAND ARTHUR W. RUSSEL (1872 - 1970) einen Brief: Er enthielt die RUSSEL-Antinomie:

Die Menge R enthält sich selbst als Element und die Menge R enthält sich nicht selbst als Element.

FREGE konnte dieses Problem nur noch im Vorwort berücksichtigen:

„Einem wissenschaftlichen Schriftsteller kann kaum etwas Unerwünschteres begegnen, als dass ihm nach Vollendung seiner Arbeit eine der Grundlagen seines Baues erschüttert werden. In diese Lage wurde ich durch den Brief des Herrn Bertrand Russel versetzt, als der Druck dieses Bandes sich seinem Ende näherte.“

Zur Vermeidung dieser Antinomie werden heute in der Mengen-Theorie **drei Objektarten** benutzt:

- **Urelemente** treten als Elemente von Gesamtheiten auf, enthalten aber selbst keine Elemente.
- **Mengen** sind sowohl Gesamtheiten als auch Elemente von anderen Gesamtheiten.
- **Unmengen** sind Gesamtheiten, die aber nicht Elemente anderer Gesamtheiten sind.

Sie sind gemäß der folgenden Tabelle eingeteilt.

Elemente		Unmengen
Urelemente	Mengen, Nullmenge	
	Klassen	

HILBERT $\Rightarrow$ GOEDEL

Auf dem Mathematik-Kongress 1900 forderte DAVID HILBERT (1862 - 1943) die vollständige Axiomatisierung aller mathematischen Theorien.

1930 bewies dann KURT GOEDEL (1906 - 1978; üblich auch GÖDEL) mit seiner Dissertation den **Unvollständigkeitssatz** [15]: Es kann keine Theorie geben, welche die elementare Arithmetik umfasst, für die folgende Eigenschaften beweisbar sind:

Sie ist 1. endlich beschreibbar, 2. in sich widerspruchsfrei und 3. vollständig.

1932 bewies er dann, dass es in Zahlentheorie zumindest eine Aussage gibt, die **sowohl falsch als wahr** ist. Hieraus folgt: Keine hinreichend umfangreiche ($\approx$ elementare Zahlentheorie) mathematische Theorie kann ihre eigene Widerspruchsfreiheit beweisen.

Dadurch begann die große Krise der Mathematik. Heute werden die Theorien der Mathematik in 3 Klassen eingeteilt:

- Widerspruchsfrei = berechenbar = GOEDEL-Entscheidbar.
- GOEDEL-unentscheidbar.
- Die Zuordnung ist noch nicht bekannt.

Erst 1970 wurde bewiesen: das 10. Hilbertsche Problem bezüglich der diophantischen Gleichungen ist nicht entscheidbar.

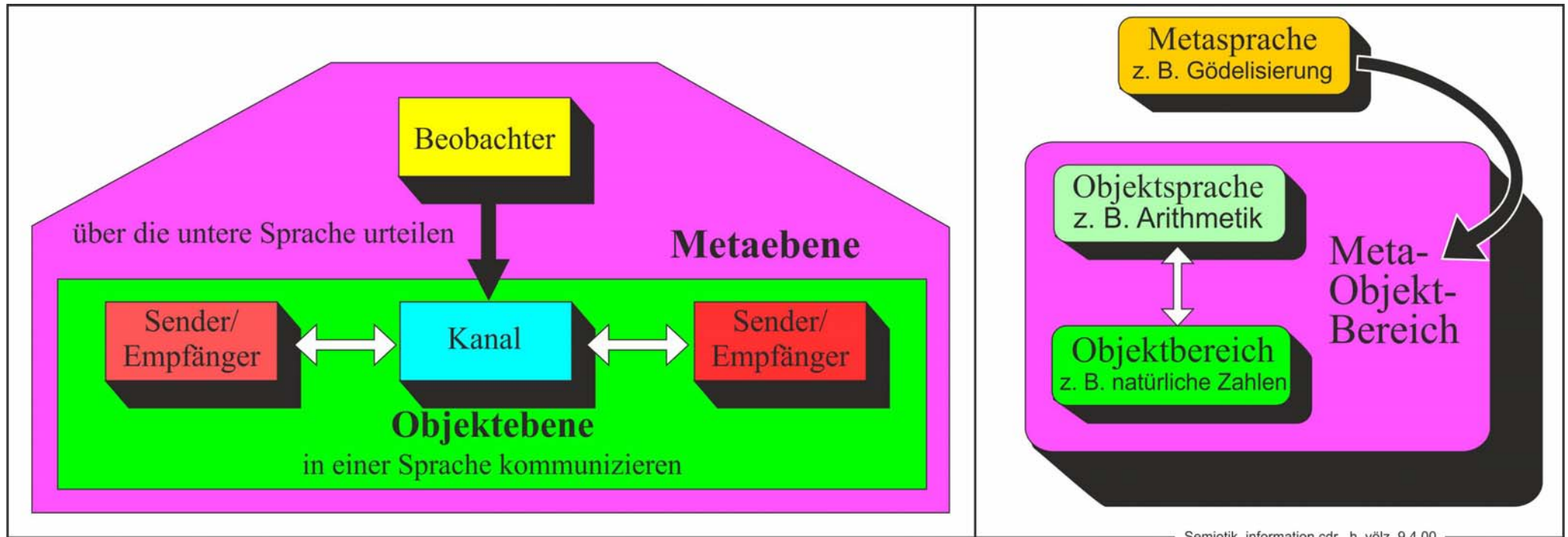
Auch Theorien zu **Ethik, Ästhetik, Fortschritt** usw. werden heute in diesem Sinne betrachtet.

P.S.: Beim Beweis hat GOEDEL die Metasprache zur Definition der Arithmetik in den Objektbereich der Arithmetik übergeführt. Zur Kodierung benutzte er für die Metasprache Produkte von Potenzen aus Primzahlen (Goedelisierung). So konnte er auch für die Metasprache der Arithmetik die exakten Regeln der Arithmetik selbst anwenden.

Externer Beobachter und Metasprache

ALFRED TARSKI (1901 - 1983) führte daher eine übergeordnete **Metasprache** (Sprachhierarchie) ein. Denn Aussagen **in** einer „**Objekt**“-**Sprache** dürfen nicht mit Aussagen **über** diese Sprache vermischt werden. Sowohl in einer Sprache als auch in einem logischen System kann es **kein internes Wahrheitskriterium** geben. Die Klärung muss einer Metasprache erfolgen.

Eine Schwierigkeit besteht jedoch darin, dass es für die **Umgangssprache** keine Metasprachen geben kann.



Semiotik_information.cdr h. vözl 9.4.00

Beginn der Informatik

1936 führte ALAN MATHISON TURING (1912 - 1954) das universelle Rechenschema, den TURING-Automaten ein [16]. Er ist nur ein gedankliches Modell, das wohl nie als technischer Rechner produziert wurde (Rechenbeispiel [17] S. 249 ff.) Danach entstanden mehrere ähnliche Modelle u. a.

- Gleichungskalkül nach GÖDEL-HERBRAND
- μ -rekursive Funktionen nach KLEENE
- MARKOW-Algorithmen
- Minimal-Logik nach FITCH
- Kanonischer Kalkül von POST
- Graphen-Schemata von KALUZIN
- Rekursions-Schemata von MCCARTHY
- λ -Funktionen von CHURCH

1940 folgerte ALONZO CHURCH (1903 - 1995): alle Methoden besitzen gleiche Leistung, gestatten Gleiches zu berechnen. Er führte deshalb die Hypothese der gemeinsamen **Berechenbarkeit** ein. Wesentlich ist dabei **Rekursivität**. Der vorher **intuitive** Ausdruck des Berechenbaren wird mit dem exakten **Algorithmus** gleichgesetzt und ebenfalls präzise. Alles Berechenbare ist algorithmisch mit **natürlichen Zahlen** erreichbar und kann mittels **Codierung** auf **beliebige Gebiete** übertragen werden.

Doch bereits 1937 hatte TURING das **Halteproblem** entdeckt und damit eine erste Grenze der Informatik gefunden. Fast alle Aussagen der **Theoretischen Informatik** sind heute **Nein-Aussagen**: xxx gibt es nicht oder gelten nur für $n \rightarrow \infty$.

1940 schuf TURING den **Test** bzgl. eines menschenähnlich intelligenten Computers $\approx$ Beginn der **Künstlichen Intelligenz**

Als Folge gilt:

Informatik ist nur innerhalb ihrer **Modelle** korrekt, doch auch diese betreffen immer nur einen **Ausschnitt der Realität**.

Weitere Logik-System

Weil die formale Logik streng nur in eingeschränkten Bereichen, Modellen gilt, entstanden weitere Logik-Varianten

In der **formalen Logik** gilt: **entweder** ist p wahr **oder** p ist nicht wahr; ein **Drittes** gibt es **nicht**.

Bereits ab 1920 entwickelt JAN ŁUKASIEWICZ (1878 - 1956) eine **mehrwertige Logik**, die jedoch keine Verbreitung fand. In ihr werden statt der Ja-Nein-Aussage **reelle Zahlen** aus dem Einheitsintervall $[0, 1]$ verwendet.

Die **Modallogik** fügt der formalen Logik hinzu bzw. gilt statt ihrer:

$\Diamond p$ = Es ist **möglich** dass p gilt und/oder $\Box p$ es ist **notwendig** dass p gilt.

Mit dieser Logik lassen sich zwar verschiedene Betrachtungen, aber keine Beweise durchführen.

Je nach Anwendungsbereich werden dabei verschiedene Systeme unterschieden.

Formel	Deutung			
	Modal	Deontisch	Temporal	Epistemisch
$\Diamond p$	Es ist möglich	Es ist erlaubt	Gilt irgendwann in der Zukunft, Vergangenheit	Ich halte es für möglich
$\Box p$	Es ist notwendig	Es ist geboten	Gilt immer in der Zukunft, Vergangenheit	Ich halte es für gewiss

Lateinisch **modus** Maß; Art, (Aussage) Weise; Deontisch: griechisch **ontos** Wesen; griechisch **episteme** das Verstehen

1965 wurde von LOTFI ASKER ZADEH(*1921) die **Fuzzy-Logik** (Fuzzy-Set-Theorie) eingeführt.

Sie ist eigentlich keine mehrwertige Logik, sondern eine **unscharfe Mengenlehre**, und betont die Unschärfe der Aussage.

Meist wird dabei eine Kombination von Prozentangaben der Eigenschaften zu einer Einheit zusammengefasst.

„Angeblich“ werden hiermit Maschinen, Roboter und Haushaltsmaschinen gesteuert.

Doch bei genauer Betrachtung geschah dies nur bei deren Entwicklung.

In jedem Fall wird so aber die Unschärfe (Fehlerbereiche) des jeweiligen Gebietes berücksichtigt.

Gliederung

1. Was Fehler sind
2. Die Welt ist praktisch kontinuierlich
3. Digitalisierung
4. Wissen über die Welt
5. Formalisiertes Wissen
6. Grenzen des Wissens
7. Wahrheit
8. Widersprüche
9. Zusammenfassung

Fakten

Die **Realität/Welt** ist in Raum und Zeit sowie in Struktur und Verhalten extrem **hoch komplex**.

Sie übertrifft gewaltig die **Grenzen** unseres **Gehirns**, aller technischen **Speicher** und **Rechner**.

Schließlich **gehören** sie ja auch zur Welt.

Nur einige **Teile der Welt** besitzen weitgehend streng deterministischen Gesetzen gemäß **Ursache $\Rightarrow$ Wirkung** bzw. räumlicher Zusammenhänge.

Nur sie lassen sich mittels **Axiomsysteme komprimieren**.

Nur in ihnen sind **logische Entscheidungen ohne Widersprüche** möglich.

In ihnen sind können **formale Sprachen** und **mathematische Gesetze** mittels **Zeichen** und Symbole erfolgreich sein.

Dadurch wird indirekt ein erheblich größerer Bereich der Realität dem **menschlichen Verständnis zugänglich**.

Ferner ermöglichen die Axiomsysteme **technische Realisierungen** und Anwendungen der **Informatik**.

Grundsätzlich sind aber immer im gewissen Umfang **Störungen und Zufall** (Quantenphysik) vorhanden.

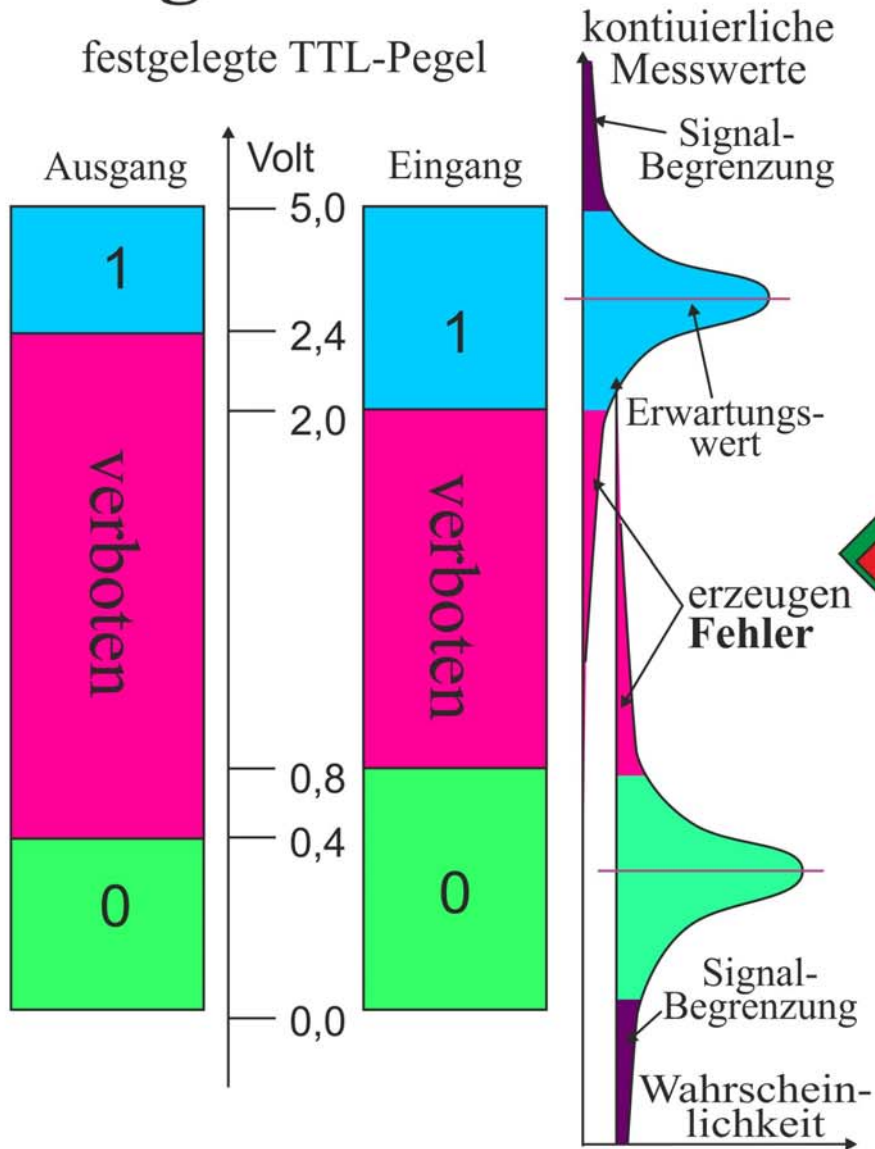
Sie bewirken letztlich stets **unvermeidliche Fehler** und **Widersprüche**.

Technisch lassen sie sich durch **größere Abstände** beim **0/1-Pegel**; digital durch Redundanz + Fehlerkorrektur reduzieren.

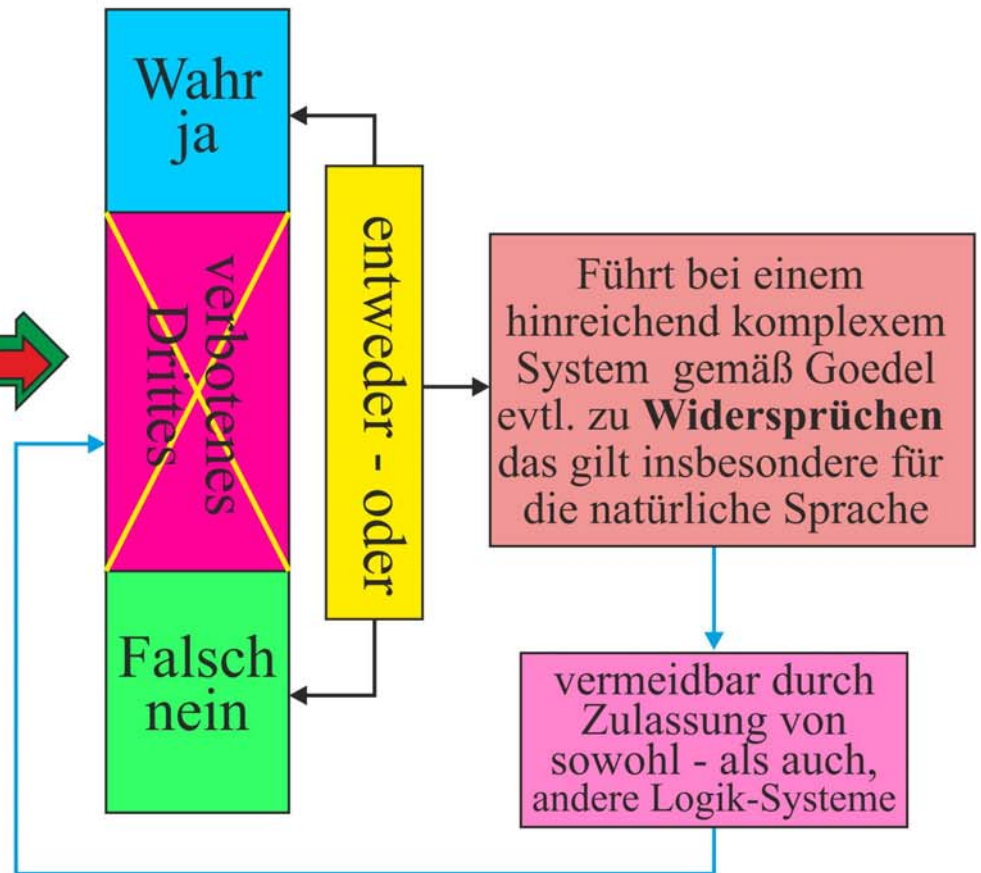
Bei sprachlichen Aussagen ist dafür eine **Meta-Sprache** – sofern verfügbar bzw. ein externer Beobachter – nützlich.

digitale Elektronik

festgelegte TTL-Pegel



Boolesche Algebra formale Logik



LogikPegel.cdr h. vözl 5.6.1980/2012

Es gilt also

Axiomatik und **formale Logik** sind besonders **wertvolle** und **nützliche Methoden**, insbesondere der Wissenschaft. Sie ermöglichen es uns vor allem, **weitaus mehr** von der Welt zu **verstehen** und **nutzen**.

Dennoch können **Intuition, Glauben** und **Kunst** ein zusätzliches oder anderes Verständnis ergänzen.

Dabei kann der Mensch mit seiner **praktischen Erfahrung** (was das auch sei) **sinnvolle Entscheidungen** treffen. Wahrscheinlich denken wir dann **nicht** algorithmisch und formal logisch.

Unklar ist, wie **Poesie, Musik, Tanz** usw. zu berücksichtigen sind.

Entsprechen sie überhaupt irgendwie einem „**Abbild**“ der **Realität**?

In Analogie zur Technik **kontinuierlich** $\Leftrightarrow$ **diskret** ergibt sich die Frage nach einer „kontinuierlichen“ Sprache.

Vgl.: Kontinuierliche Digitaltechnik [2].

Grundsätzlich ist es wichtig,

dass wir die **immer vorhandenen unvermeidbaren Fehlern** anerkennen
und mit ihnen **sinnvoll, bewusst** und **konstruktiv** umgehen.

Literatur

- [1] horstvoelz.de/pdf/HU/Elektronik3.pdf
Völz, H.: Elektronik - Grundlagen - Prinzipien - Zusammenhänge. 5. Aufl. Akademie Verlag, Berlin 1989.
- [2] Völz, H.: Kontinuierliche Digitaltechnik. Teil 1 -3. Elektronik 2008, H. 15, 38 – 42; H. 17, 44 – 49; H. 19, 46 – 52
Völz, H.: Kontinuierliche Digitaltechnik. Shaker-Verlag. Aachen 2008
- [3] Freud, S.: Vorlesungen zur Einführung in die Psychoanalyse, Verlag Wien 1930, Erster Teil: Die Fehlleistungen.
- [4] Kaeding, F. W.: Häufigkeitswörterbuch der deutschen Sprache. Selbstverlag Steglitz 1897;
Nachdruck: Grundlagenstudium aus Kybernetik und Geisteswissenschaften, Beiheft 1963
- [5] Dreyfus, H. L.: Was Computer nicht können - Die Grenzen künstlicher Intelligenz, Athenäum, Frankfurt a/M 1989. 1. Aufl. 1985
- [6] Steinbuch, K.: Mensch und Maschine. In: Nova Acta Leopoldina, Neue Folge Nr. 206 Band 37/1, S. 451ff. J. A. Barth, Leipzig 1972.
- [7] Marquard, O.: Abschied vom Prinzipiellen. Philipp Reclam jun. Stuttgart 1981
Marquard, O.: Apologie des Zufälligen. Philipp Reclam jun. Stuttgart 1986
Marquard, O.: Philosophie des Stattdessen. Reclam, Stuttgart 2000:
Marquard, O.: Skepsis und Zustimmung. Philipp Reclam jun. Stuttgart 1994
- [8] Völz, H.: Information II. Akademie - Verlag. Berlin 1983
- [9] Popper, K., R.: Logik der Forschung (1. Aufl. 1934), 10. Aufl.; Mohr, Tübingen 1994
- [10] Kuhn, Th.: Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen. Suhrkamp-Verlag, Frankfurt/M. 1967. Original: The Structure of Scientific Revolutions 1962
- [11] Falletta, N.: Paradoxien. Fischer - Logo, Frankfurt/M 1988/1990
- [12] Völz, H.: Wissen - Erkennen - Information. Allgemeine Grundlagen für Naturwissenschaft, Technik und Medizin. Shaker Verlag, Aachen 2001
- [13] Völz, H.: Wort- und Sprachspiele. Shaker-Verlag Aachen 2012
- [14] Frege, G.: Grundgesetze der Arithmetik, Jena: Verlag Hermann Pohle, Band I (1893), Band II (1903)
- [15] Goedel, K.: Über die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls. Dissertation 1929. In: Monatshefte für Mathematik und Physik Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 36.1930, 2, S. 349 - 360. (Auch in: Erg. 3.1932, S. 12 - 13)
Goedel, K.: Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. in: Monatshefte für Mathematik und Physik. Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 38.1931, S. 173 - 198.
- [16] Turing, A. M.: On computable numbers with applications to the Entscheidungsproblem. Proc. London Math. Soc. 42(1937), 230 - 266
- [17] Völz, H.: Grundlagen der Information. Akademie - Verlag, Berlin 1991