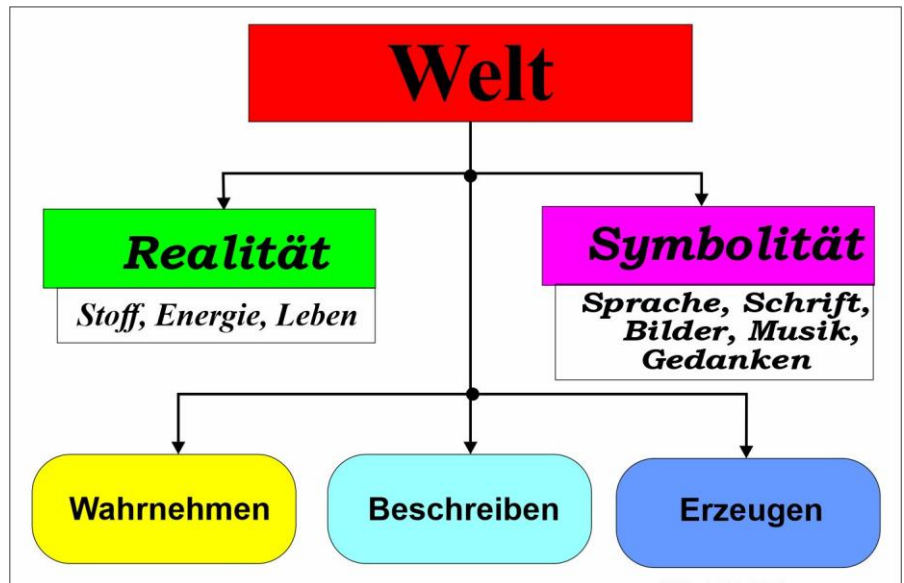


1. Einführung von Welt und Realität

Betrachtungen von Problemen und Unzulänglichkeiten der Welt zusammenzustellen ist recht kompliziert. Daher ist es nützlich, mehrere Bereiche der Welt getrennt zu behandeln. Dabei sind primär unterschiedliche Bereiche und Etappen auszuwählen. Einmal sind dazu die Begriffe Realität und Welt zu unterscheiden und unabhängig davon werden Erleben, Beschreiben und Erschaffen gewählt. Einen groben Überblick dazu zeigt **Bild 1.n**

Bild 1. Die Auswahl einzeln zu behandelnder Teilgebiete.



Die **Realität** sei hier durch das Nachweisen von physikalisch-chemischen (materiellen) Eigenschaften definiert. Sie besteht vorrangig aus vielfältigen *Objekten*, die von kleinsten (Elementar-) Teilchen bis zu den größten Gebilden, wie Sternen und Galaxien, reichen. Einige Beispiele dafür zeigt **Bild 2**. Ein Objekt ist immer ein *Bereich* mit bestimmten **Eigenschaften**, wie Größe, Gestalt, Festigkeit, Farbe, Masse, Dichte, Temperatur usw. Es besitzt Ein- und Abgrenzungen und folglich ein Innen und Außen und bestimmt so auch Eigenes und Fremdes. Viele Objekte können wir unmittelbar wahrnehmen und beeinflussen. Für andere sind spezielle Messmethoden, Experimente usw. erforderlich. Einige dürften uns noch nicht bekannt sein. Mehr Details dazu siehe [Völ96], [Völ22]. Bei jedem Objekt müssen nicht alle möglichen Eigenschaften vorhanden sein und die auftretenden Größen (u. a. Messwerte) können recht unterschiedlich sein. Weiter haben die gegenseitigen Abstände einen erheblichen Einfluss auf die Realität. Durch sie werden u. a. der Raum und ihre gegenseitige Beeinflussung bestimmt (s. u.). Welche Eigenschaften und wie genau sie zu ermitteln sind, wird durch die uns verfügbaren (nutzbaren) Sinne und Beobachtungsmethoden begrenzt. Für Objekte in großer Entfernung können zuweilen die Eigenschaften nicht erfasst werden. Zur Realität gehören auch die Energien und die unterschiedlichen Wechselwirkungen zwischen den Objekten. Sie können fast nur mittelbar durch Änderungen (s. u.) erkannt werden. Insgesamt ist daher die Realität kaum vollständig zu erfassen und teilweise nicht einmal bekannt.

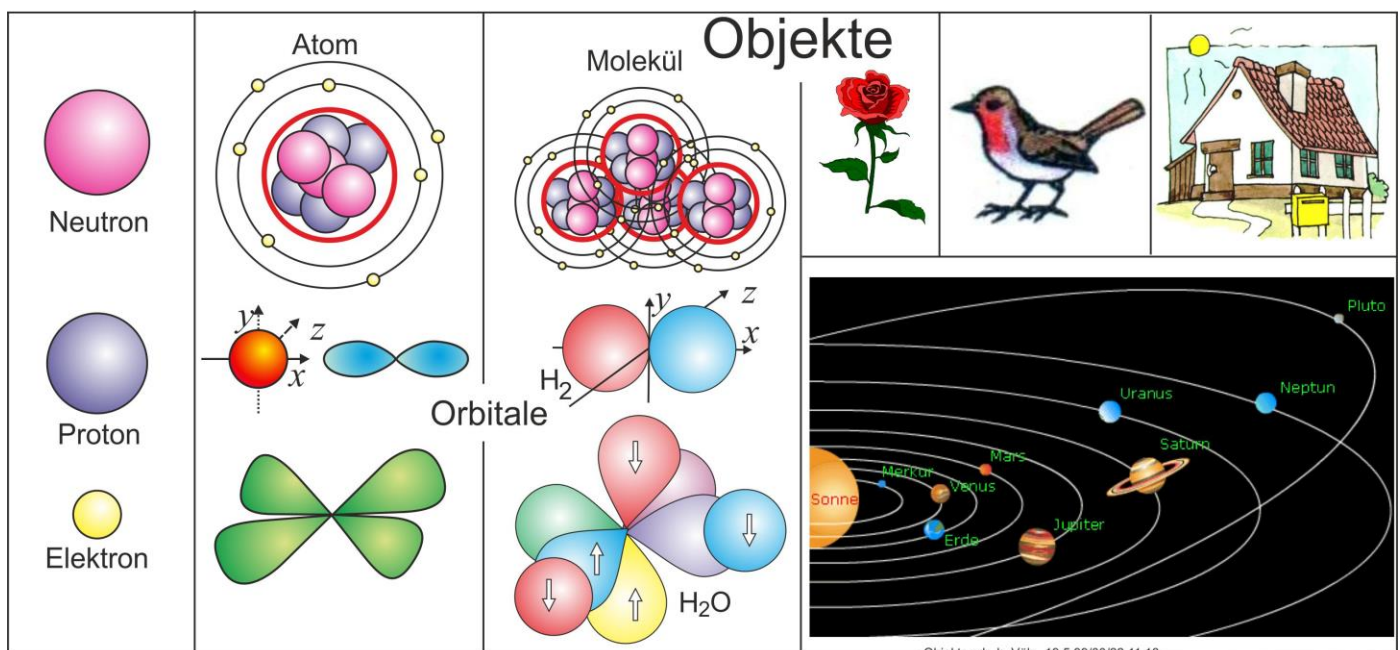


Bild 2. Beispiele für Objekte der Realität

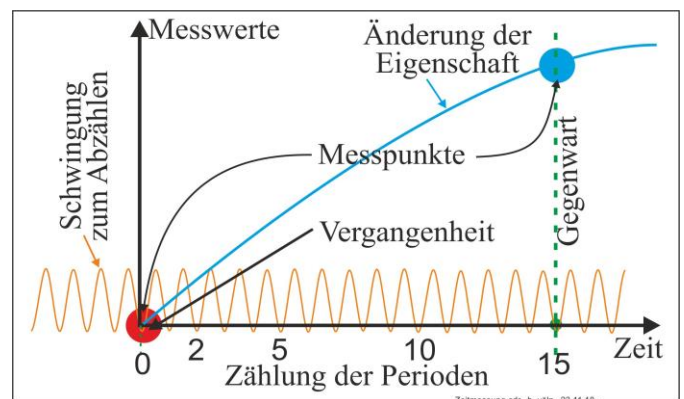
Die Realität ist immer **aktuell**, also nur genau jetzt vorhanden. Hierauf wies u. a. auch Albert Einstein (1879 – 1955) hin:

„Die Zeit ist das, was man auf einer Uhr ablesen kann.“ Er hielt die Bemühungen bezüglich einer Zeitrichtung für fruchtlos. Vier Wochen vor seinem Tode (1955) schreibt er: „Für uns gläubige Physiker hat der Unterschied von Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft nur den Charakter einer, wenngleich hartnäckigen Illusion“... „Zeit ist nicht ein unabhängig Seiendes, sondern eine Ordnungsform.“

Vergangene Werte der Objekte sind aktuell nicht mehr vorhanden. Zu ihrem m Nachweis und damit der Nachweis einer Veränderung mussten sie damals gespeichert worden sein. Der Vergleich zwischen den damaligen und den aktuellen Werten ermöglicht es dann eine Zeit einzuführen. Beides erfolgt primär in unserem Gedächtnis und bewirkt so die nur subjektiv empfundene Zeit (Details s. Gedächtnis). Nur so oder mit analogen technischen Mitteln sind Veränderungen überhaupt erst nachweisbar und dann sind auch Erkenntnisse zur Entwicklung der Realität und Evolution ableitbar. Dabei sind auch neue und zerfallende Objekte feststellbar. Zukünftige Entwicklungen sind aber nur mit einer Wahrscheinlichkeit zu bestimmen. Diese Zusammenhänge können vereinfacht mit **Bild 3** erklärt werden. Dem aktuellen Eigenschaftswert entspricht der blaue Punkt; der rote trägt dagegen Eigenschaften der gespeicherten Vergangenheit. Der Verlauf einer Eigenschaft wird durch die blaue Kurve „Messpunkte“ angedeutet. Die Messmethode für die Zeit ist mittels der braunen Kurve (periodisches Signal) zu bestimmen. Das Abzählen der Schwingungen ergibt den gemessenen Zahlenwert für die Zeit. Das ist entsprechend im System International (SI) festgelegt:

„Die Basiseinheit 1 Sekunde (1 s) ist die Dauer von 9 192 631 770 Perioden der Strahlung ($\odot$ 9,2 GHz; H. V.), die dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes des Atoms Cäsium 133 entspricht“.

Bild 3. Zur Bestimmung von Veränderungen sowie Einführung und Messung der Zeit.



Bereits hier sei eingefügt, dass auch der **Raum** eigentlich keine physikalische Größe ist. Es sind zwar ihre Oberfläche, ihr Volumen und die Abstände zwischen Objekten ziemlich exakt zu bestimmen. Jedoch weitere mathematische Zusammenhänge werden erst durch unterschiedliche Gesetze festgelegt. So ist nur beim *euklidischen* Raum die Summe der Winkel eines Dreiecks immer 180 Grad. Auch die Längen beliebig zusammengesetzter und gekrümmter Strecken lassen sich nur bei ihm einfach addieren. Bereits auf nicht ebenen Oberflächen – z. B. einer Kugel – treten meist erheblich komplizierte Zusammenhänge auf.

Die **Welt** umfasst erheblich mehr als die Realität. Sie berücksichtigt zusätzlich all jenes, was jemals gedanklich, sprachlich, musikalisch, bildlich, virtuell usw. möglich ist, möglich sein könnte oder sich aus Bekanntem herleiten lässt (s. unten „Erzeugen“).

Für die Realität und die Welt sind zusätzlich **drei fundamentale Klassen** bzw. **Etappen** nützlich (vgl. Bild 1). Sie bauen aufeinander auf und treten daher nacheinander in jeder Entwicklung (Evolution) auf. Das zeigt sich sogar bei unserer individuellen Entwicklung und zwar teilweise bereits beginnend vor der Geburt, dann im Leben bis zum Tod [Sch93]. Die Inhalte der Klassen werden später genauer präzisiert und durch verwandte Begriffe, wie Geschehen, Wahrnehmen, Erklären, Darstellungen, Vorstellungen, Gedanken usw., ergänzt.

- I. **Erleben** als erste Etappe entsteht primär schrittweise bereits mit der Evolution. Teilweise beginnt sie bereits mit dem Entstehen des Lebens. Für die genauere Analyse sind vor allem die Wahrnehmungen der Sinne mit Unterstützung durch Handeln und Einwirken wichtig (Details s. u.). In einem formal erweiterten Sinn können zu dieser Etappe sogar die Ein- und Wechselwirkungen der Physik und Chemie als Vorstufen hinzugenommen werden.
- II. **Beschreiben** ist die zweite Etappe, Sie verlangt zumindest Ansätze zu einer averbalen „Sprache“. Aber deutlich wichtiger und effektiver ist die verbale Sprache. Sie kann auch später durch schriftliche, bildliche usw. Aufzeichnungen erweitert werden und ermöglicht so ein inhaltliches Speichern des Erkannten. Schließlich kommen noch mathematische Mittel hinzu.

III. **Erzeugen** als dritte Etappe ermöglicht schließlich Varianten, die in der physikalisch-chemischen Realität nicht von selbst entstehen können. Typische Beispiele sind in Technik, Kultur, Zivilisation, Kunst, Nahrung, Gesundheit usw. vorhanden. Mittels Sprache, Mathematik usw. lassen sich dabei auch „Gebilde“ erschaffen, die in der Realität nicht einmal vorkommen können. Beispiele hierfür sind die virtuellen Welten, mythische Zusammenhänge und rein abstrakte, z. T. auch mathematische Strukturen. In [Völ21] habe ich hierbei besonders rein „geistige“ Strukturen der Mathematik hervorgehoben und den Begriff *geistige Hochakrobatik* eingeführt.

2. Notwendiges und Unzulässiges

Erst eine genaue Beschreibung der Realität und ihrer Änderungen ermöglicht uns ein tieferes Verständnis. Hierbei ist es aber erforderlich, mehrere Regeln und Gesetze streng zu beachten und einzuhalten. Die wichtigsten seien im Folgenden kurz zusammengestellt.

Definieren gehört zur Wissenschaftstheorie (Griech. *finis*; Latein. *definitio* Grenze, Bestimmung, *definire* abgrenzen). Es betrifft u. a. ein Wort, einen Ausdruck und Begriff oder eine Klasse, denen eine möglichst genaue und begründete Bedeutung bzw. ein eindeutiger Inhalt zugeordnet werden. Es gibt etwa 30 Arten zu definieren [Sei72], [Völ01]. Hier genügen drei Varianten. Das besonders typisches Beispiel ist die schon von Aristoteles verwendete **Realdefinition**, z. B. so:

Die Birke ist ein Baum mit weißer Rinde und Blättern.

Sie besteht aus drei Teilen: dem *Definiendum*, das was definiert werden soll (*die Birke*). Das *Definien* ist ein bereits definierter Oberbegriff, die nächsthöhere Gattung, hier der Baum. Er wird auch oft als so allgemein bekannt vorausgesetzt, dass ihn bereits jedes Kind kennt oder dass keine zusätzlichen Erklärungen erforderlich sind. Er wird durch spezifische Eigenschaften (artbildende Unterschiede) ergänzt, hier *weiße Rinde* und *Blätter*. Allgemein sind typische Merkmale, Kennzeichen, Eigenschaften usw. Die *Identitäts-, Äquivalenzaussage* stellt dann die Beziehung zwischen beiden her. Statt wie im Beispiel „ist“ kommen auch: „nennt man, hat, $\xrightarrow{\text{def}}$ oder =“ zur Anwendung.

Äquivalent könnte auch mit vorangehender Definition gearbeitet werden, z. B.:

Ein *Laubbaum* **ist** ein *Baum* **mit** *Blättern*.

Dann würde die Definition nur noch lauten:

Die Birke **ist** ein *Laubbaum* **mit** *weißer Rinde*.

Bei dieser **stufenweisen** Definition besteht die Gefahr des Regresses ohne Ende (s. u.). Denn der Oberbegriff (nächst höhere Gattung: *genus proximum*) muss allgemein bekannt oder besser bereits definiert sein. Wird er erst hinterher definiert, so besteht die Gefahr eines unendlichen Regresses, der meist als unlösbares Münchhausen-Trilemma bezeichnet wird. Im Definieren dürfen also nur voraussetzungsfreie Grundbegriffe, bereits Definiertes und logische Zeichen, wie *und*, *oder*, *nicht*, *wenn - dann*, *es gibt ein* sowie Hilfszeichen, z. B. Klammern, vorkommen. Insgesamt besteht eine gewisse Analogie zur Axiomatik (s. u.).

Für hoch **abstrakte, allgemeine Begriffe**, wie Sein, Welt, matter (Stoff, Material), Energie und Information gibt es jedoch keine derartigen Oberbegriffe. Dann muss eine andere Definition, z. B. die **kombinatorische Definition**, gewählt werden. Sie zählt möglichst viele, wesentliche Eigenschaften auf, z. B.

„Ein Haus hat *Dach, Fenster, Türen, Räume, Treppen, ...*“

Ihr Problem besteht in der *Vollständigkeit der Aufzählung*, die vielfach nicht erreichbar oder beweisbar ist.

Eine ziemlich ungewöhnliche Definition ist die 1965 von Lotfi A. Zadeh (1921 – 2017) eingeführte **Fuzzy-Menge**. Sie bezieht Wahrscheinlichkeiten ein und ermöglicht daher auch unscharfe (umgangssprachliche) Begriffe ziemlich genau zu erfassen, z. B.: hoher Druck, verkehrsgünstige Lage, hohe Wohnqualität usw. Ein attraktiver Mann könnte etwa durch normalgewichtig, groß, charmant, potent, gutsituiert usw. beschrieben werden. Dabei kann z. B. ein einzelner recht geringer Wert durch einen anderen größeren ausgeglichen werden. Getrennt für jede hinzugenommene Eigenschaft werden dabei Prozentbereiche festgelegt.

Eigentlich ist eine Definition für alle Begriffe, Klassen, Strukturen, Inhalte usw. erforderlich. Doch das geschieht leider viel zu selten. So wird dann ein Begriff rein intuitiv verwendet und oft nicht einmal kurz erklärt. Das ist z. B. sehr häufig bei Information der Fall und so steht dieser Begriff dann für extrem Vielfältiges einschließlich Wissen, Kenntnis, Fakten, Daten usw. Deshalb ist hier die Definition als erster Fall behandelt.

Ein anderes Problem besteht darin, dass zuweilen bei **Ableitungen, Gesetzen** usw. vorher nicht die **Bedingungen** oder **Voraussetzungen** korrekt benannt werden. So kann etwas – z. B. ein Objekt oder Eigenschaftswert – nur dann eindeutig als *Größtes* oder *Kleinstes* benannt werden, wenn die Menge oder der

Bereich zuvor genau festgelegt wurde. Andernfalls sind beim Vergleich nur gleich, größer oder kleiner möglich. Das ist ausführlicher in [Völ22] behandelt. Weiter ist zu beachten, dass die festgelegte Menge endlich und der Zahlenwert diskret sein müssen. Das ist recht analog zu der Unterscheidung in der Informatik zwischen *berechenbar* und *durchführbar* (d. h. in angemessener Zeit; s. auch Zahlen und Zählen).

Im ähnlichen Sinn sind auch *All-* bzw. *Unendlichkeitsaussagen* unzulässig. Ihre Prüfung ist nicht in der immer nur endlich verfügbaren Zeit möglich. Das gilt sogar für die übliche Begründung der Theoretischen Physik mit dem Begriff der *Ständigkeit*. Danach sollen nämlich ihre Gesetze *immer* und *überall* gelten. Dies ist aber weder begründbar noch in endlicher Zeit beweisbar. Deshalb erfolgen auch (fast) alle Experimente, Messungen usw. in einem genau *abgegrenzten Bereich* statt.

Ein (fast) immer gültig angenommener Zusammenhang lautet: **Jede Wirkung hat eine Ursache**. Das geht auf relativ häufig so beobachtete nahezu gültige Erlebnisse zurück und wird daher verallgemeinert. Aber fast immer vorhandene (Neben-) Einflüsse und unbeachtete Teile der Realität werden nicht bemerkt bzw. übersehen. Vielfach werden sie als unerwünschte oder rein zufällige Störung angenommen. Auch die oben genannte Abgrenzung des betrachteten Bereichs trägt dazu bei. Zu alledem kommt noch hinzu, dass die Wirkung als *Rückkopplung* erneut alles weiter verändern und teilweise sogar rückgängig machen kann. Hiermit hängt die Gefahr der Rückbezüglichkeit (*circulus vitiosus*; Zirkelschluss bzw. Teufelskreis) zusammen. Ferner können so periodische Erscheinungen auftreten, die meist nicht zurückverfolgt werden. Fast alle periodischen Schwingungen gehören auch hierzu. Mittelbar kann hier auch die **vollständige Induktion** eingeordnet werden. Ihre drei Schritte lauten:

1. für $n = 1$ ist die Aussage wahr,
2. für ein beliebiges $n > 1$ wird sie gültig vorausgesetzt,
3. von n wird dann abgeleitet, dass auch für $n + 1$ gilt

Ein negatives Musterbeispiel ist dann die **Zahl 120**: Sie ist durch 1, 2, 3, 4 und sogar durch 5 teilbar. Ein weiterer Text zeigt, sie ist auch durch 6 teilbar. Versuche mit 8, 10, 12, 15, 20 und 24 gelten ebenfalls. So kann leicht fälschlich gefolgert werden: „Es ist sicher, dass 120 durch alle Zahlen teilbar ist!“

Allgemeiner ist die **Iteration** (Lat. *iterato* abermals) mit dem typischen Beispiel der Fakultät. Anfangs gilt $0! = 1$ und dann schrittweise für $n = 1, 2, 3$ usw. $n! = (n-1) \cdot n$. Es wird einfach fortlaufend multipliziert und das Ende ist durch n bestimmt. Für ganzen Zahlen treten keine Probleme auf.

Deutlich anders ist die **Rekursion** (Lat. *recursus* Rücklauf, Ebbe, Heimkehr und *recurso* ich kehre zurück; *recurro* ich laufe zurück). Annähernd entspricht sie einer Geschichte von der Karl Friedrich Hieronymus, Freiherr von Münchhausen (1720 - 1797), der wirklich gelebt hat. Hiernach zog er sich selbst an seinem eigenen Schopf aus einem Sumpf. Ein typisches Beispiel dafür ist die rückbezügliche Gleichung $x = \sqrt{x}$ oder ausführlicher geschrieben

$$x = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{x}}}}}$$

Für die obige Fakultät gilt dann

$$\begin{aligned} \text{FAK}(0) &= 1 & \text{für } n = 0 \\ \text{FAK}(n) &= n \cdot \text{FAK}(n - 1) & \text{für } n > 0 \end{aligned}$$

Im Gegensatz zur Iteration, muss die Rechnung also beim gewünschten n begonnen und dann abwärts bis 0 gerechnet werden. Die rekursiven Definitionen sind jedoch meist viel einfacher als die Üblichen. Meist sind sie aber kaum verständlich. Sehr viele Versuche haben zusätzlich gezeigt, dass wir kaum jemals rekursiv denken können [Völ17]. Das könnte teilweise daran liegen, dass ihre große Bedeutung und damit ihre Anwendung überhaupt erst um 1930 erkannt wurde und das vor allem, weil sie auch sonst nicht mögliche Berechnungen gestattet. Das drückte McCarthy so aus [Bar94]:

Hätte es im Mittelalter Rechenanlagen gegeben, dann wären bestimmt einige Programmierer wegen Ketzerei von anders gesinnten Kollegen auf dem Scheiterhaufen verbrannt worden.... Höchstwahrscheinlich wäre eine der Hauptketzereien der Glaube oder Unglaube an die Rekursion gewesen.

Auf das rekursive Vorkommen in der Natur wies ab 1975 Benot B. Mandelbrot (1987 – 2010) hin [Man87]. Er hat auch den Begriff Fraktal (Lat. *fractum* gebrochen) eingeführt. Doch bereits ab 1968 hatte Prusinkiewicz P. Lindenmayer (1925 – 1989) gezeigt, dass so fast alle Pflanzen sehr leicht bildlich zu erzeugen sind [Lin90].

Wegen der so möglichen Codekürze hat daher wohl auch die Evolution sie häufig beim genetischen Code mittels Rekursion genutzt. Insgesamt sind heute mehrere Anwendungen der Rekursion bekannt:

- rekursiv definierte **Funktionen, Verfahren, Prozeduren**
- rekursive **Datenstrukturen, Mengen**
- rekursive **Aufzählbarkeit**
- Rekursions-**Theorie**

Durch die Rekursion wird der Unterschied zwischen berechenbar und durchführbar besonders deutlich. Wenn nämlich bei ihr nicht die größte zulässige Schrittzahl oder ein anderes Abbruchkriterium angegeben wird, dann endet sie nie. Das belegt auch das Halteproblem von Alan Turing (1912 – 1954). Teilweise ist hier auch Gödels Unvollständigkeitssatz einzuordnen (s. u.). Im Umgangssprachlichen kann sie bereits durch die Rückbezüglichkeit zu **Paradoxien, Antinomien, Aporien** usw. (logische Widersprüche s. u.) führen. Viele Überblicke enthalten mehrere Bücher. Hervorzuheben ist [Fal90], worin sich die ungewöhnliche Umschreibung befindet: „Eine Wahrheit, die auf dem Kopf steht, um Aufmerksamkeit zu erregen“. Besonders umfangreich, allgemein und systematisch ist die Zusammenstellung in [Völ01]. Dort ist auch der Inhalt der verschiedenen Widerspruchsvarianten definiert, Hier mögen nur wenige Beispiele genügen.

Antinomien waren schon etwa 600 v.Chr. bekannt. Hierzu gehört die **Lügner-Antinomie** des damals lebenden *Eulubides*: Er stellte die Frage: „Lügst du, wenn du sagst, dass du lügst?“ Der Priester *Epimendis* behauptete: „Alle Kreter lügen“. Da er selbst Kreter war, log also auch er, und gemäß seiner Aussage würden nicht notwendig alle Kreter lügen. Im analogen Sinn gilt auch:

Die eingerahmte Aussage auf dieser Seite ist falsch.

Im Mittelalter entstanden besonders viele Antinomien, u. a. mit Fragen wie: „Wann entsteht aus einzelnen Körnern ein Haufen?“ oder „Kann Gott als allmächtiges Wesen einen so schweren Stein erschaffen, dass er ihn nicht heben kann?“ Hinzugefügt sei ein neueres Zitat von Kurt **Tucholsky** (1890 - 1935):

Hering ist gut. Schlagsahne ist gut. - Wie gut muss erst Hering mit Schlagsahne sein!?

Das leitet zu einfachen humorvollen Paradoxien über [Völ17], wie z. B:

*Wenn ein Tischler seine Frau versohlt;
wenn ein Oberbaurat Tiefbau studiert hat;
wenn einem Violinisten etwas flöten geht*

Die letzten Beispiele leiten zu Fragen über, die nur mit Ja oder Nein, Entweder – Oder bzw. Wahr – Falsch zu beantworten sind, wozu aber nicht das Quantentheoretische: Welle oder Korpuskel gehört. Sie legen also den binären Zahlenbereich mit **0** oder **1** fest und sind wesentlich für die Aussagenlogik, Boolesche Algebra und binäre Arithmetik. Von den drei typischen Fragetypen der folgenden Tabelle betreffen sie nur die Entscheidungs- und Ergänzungsfragen.

Kriterium	Entscheidungsfragen	Ergänzungsfragen	Begründungsfragen
Fragewörter	(wahr/falsch) ohne	was, wann, wer, welche, wie viel	warum, weshalb, wieso
Beispiel- fragen	Ist $2 * 2 = 4$ richtig? Ist Schnee weiß? Sind Viren Lebewesen?	Welche Farbe hat die Tulpe? Wo liegt Dresden? Wann erfolgte der Urknall?	Warum ist Schnee weiß? Warum lebt der Mensch? Warum gibt es Sein?
Antworten	Ja/Nein (wenn → dann)	Ja/Nein-Auswahl aus einer Tabelle	Nur indirekt, erklärend
Probleme	Entscheidbarkeit	Vollständigkeit der Tabelle	Keine allgemeine Methode zur Beantwortung bekannt

Den Bezug zu den Antinomien stellt folgendes Beispiel her:

In einer Kompanie existiert ein Soldat mit dem Beruf *Friseur*. Er erhält vom Kompaniechef den Befehl:

„Ab morgen rasieren Sie alle, die sich nicht selbst rasieren!“

Damit er seine „Kundschaft“ kennt, muss die Kompanie antreten, alle Selbstrasierer müssen links raustreten. Das Problem wird am nächsten Morgen sichtbar. Was tut er mit sich selbst?

- Rasiert es sich, so rasiert er einen, der sich selbst rasiert. Das darf er nicht!
- Rasiert er sich nicht, so rasiert er einen nicht, der sich selbst nicht rasiert. Auch das darf nicht sein!

Für ihn gibt es also keine Ja/Nein-Entscheidung. Auch eine dritte Lösung ist, ohne den Befehl zu ändern nicht möglich. Hierzu gehört die logische Aussage vom *ausgeschlossenen Dritten*. Noch deutlicher zeigt dies das folgende Beispiel:

In einer *Gerichtsverhandlung* antwortet der Angeklagte immer mit langen Ausführungen. Das stört den Richter, da ihm hierbei zu viel Zeit verloren geht. So sagt er schließlich:

„Angeklagter, auf jede Frage kann man kurz mit Ja oder Nein antworten. Ich fordere Sie auf, sich daran zu halten“.

„Herr Richter, darf ich eine Frage stellen?“ Selbstsicher antwortet der Richter: „Ja“.

„Herr Richter, haben Sie aufgehört, Ihre Frau zu schlagen?“

Hier wird eindeutig der Widerspruch als ausgeschlossenes Drittes verlangt. Daher ergänzt die Justiz das Schuldig/Unschuldig auch durch die getrennte Festlegung des Strafmaßes.

Eine Ja/Nein-Antwort mit ausgeschlossenem Dritten ist also nicht immer möglich. Es gibt: *sowohl – als auch, weder – noch, die Zadeh-Klassifikation* (Fuzzy-Menge s. o.) usw. Dennoch verlangen die Logik und die Digitaltechnik das als Voraussetzung. Diese Konsequenz hat erstmalig und ganz besonders deutlich Friedrich Ludwig Gottlob Frege (1848 - 1925) kurz vor dem Abschluss des 2. Bandes seines Hauptwerkes „Grundgesetze der Arithmetik“ (1893 - 1903) erlebt: 1901 teilte ihm Bertrand Arthur William, 3. Earl Russell (1872 - 1970) in einem Brief die rein logische *Russell'sche Antinomie* mit: „*Die Menge R enthält sich selbst als Element und die Menge R enthält sich nicht selbst als Element.*“ Frege konnte das gerade noch im Vorwort wie folgt berücksichtigen:

„Einem wissenschaftlichen Schriftsteller kann kaum etwas Unerwünschteres begegnen, als dass ihm nach Vollendung seiner Arbeit eine der Grundlagen seines Baues erschüttert werden. In diese Lage wurde ich durch den Brief des Herrn Bertrand Russel versetzt, als der Druck dieses Bandes sich seinem Ende näherte.“

Auf diese Probleme wird später bei den *Zahlen, der Digitaltechnik, den Klassifikationen und mathematischen Theorien* vertieft eingegangen (s. S. 26).

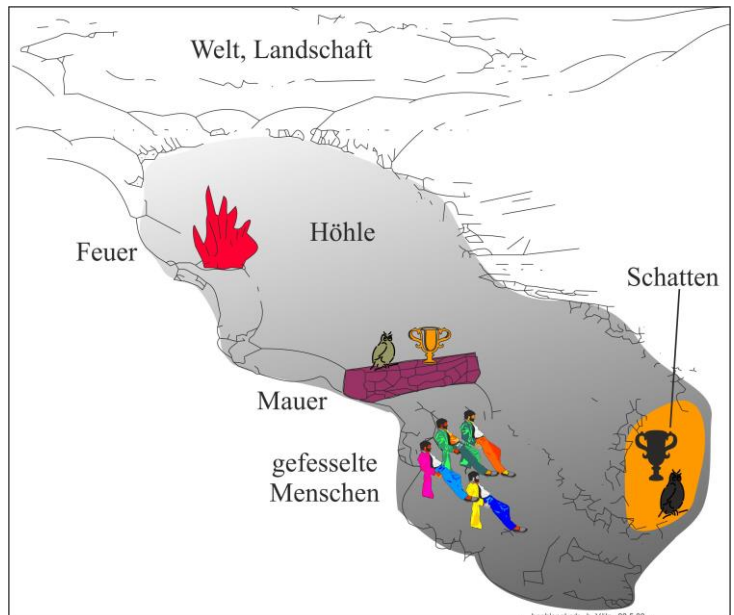
3. Wahrnehmungen

Was wir über uns wissen, das geht auf unsere oft recht ungenaue subjektive Selbsteinschätzung zurück und ist damit zumindest teilweise irgendwie unsicher. Was wir über unsere Umgebung, die Mitmenschen und die Realität wissen, das geht primär auf die Wahrnehmungen mit unseren fünf Sinnen – Sehen, Hören, Riechen, Schmecken und Fühlen – zurück und ist erheblich durch deren begrenzte Leistungen eingeschränkt. Das demonstrierte bereits Platon in seinem Werk zum „Staat“ mit seinem Höhlengleichnis. Darin beginnt er den Dialog mit seinem Schüler so: „Stelle Dir Menschen in einer unterirdischen höhlenartigen Behausung vor, die einen aufwärts gegen das Licht geöffneten Zugang hat. In dieser sind sie von Kindheit an gefesselt, sodass sie auf demselben Fleck bleiben und den Kopf herumzudrehen wegen der Fessel nicht imstande sind. Licht aber haben sie von einem Feuer, welches von oben und von ferne her hinter ihnen brennt. Zwischen dem Feuer und den Gefangenen geht obenher ein Weg. Längs diesem stelle Dir eine Mauer aufgeführt vor. Längs dieser Mauer tragen Menschen allerlei Gefäße, die über die Mauer emporragen. Einige, wie natürlich, reden dabei, andere schweigen.“ Sie können nur die Schatten sehen, welche das Feuer auf die ihnen gegenüberliegende Wand der Höhle wirft. Doch von der umfangreichen Realität erfahren sie nichts (**Bild 4**). Später fährt dann Sokrates fort: „Nun stelle Dir vor, es werde einer befreit und genötigt, plötzlich aufzustehen, den Hals umzuwenden, zu gehen und nach dem Licht hinzublicken, und dies alles täte ihm weh, und er wäre wegen des Flimmerns nicht imstande, die Gegenstände zu sehen, deren Schatten er zuvor gesehen hatte. Was glaubst Du, dass er sagen würde, wenn man ihm versicherte, damals habe er lauter Nichtigkeiten gesehen, jetzt aber sei er dem Seienden näher, stehe vor Dingen, denen ein Sein im höheren Maße zukomme, und er sehe daher richtiger?“ Doch kaum einer der noch Gefesselten würde ihm glauben.

Doch schon früher hatte Sokrates auf ähnliche Weise mit seinen kritischen Befragungen von „Fachleuten“ und „Experten“ große Probleme gehabt. Am Ende eines lang vorbereiteten Prozesses trank er schließlich freiwillig und demonstrativ den Schierlingsbecher. Das tat er sogar, obwohl Freunde seine Flucht sehr gut vorbereitet hatten.

Doch viele Wahrheiten waren und sind teilweise immer noch schwierig, wenn auch seltener unter Lebensgefahr zu vertreten. Dieses Geschehen betraf auch Galileo Galilei (1564 -1642). als er zu beweisen versuchte, dass die Erde nicht das Zentrum der Welt ist. So führte Rene Descartes (1596 - 1650) den Zweifel als zentrale Methode ein und erklärte vorsichtig „cognito ergo sun“: „Ich denke, also bin ich“. Eigentlich sollte es vielleicht heißen: Ich zweifle, also bin ich.

Bild 4 Vereinfachte Darstellung von Platons Höhlengleichnis.



Eine sehr gründliche Untersuchung der *Leistungsfähigkeit unserer Sinne* führten 1934 Ernst Heinrich Weber (1795 –1878) und 1860 Gustav Theodor T. Fechner (1801 – 1887) durch (**Bild 5a**). [Sch93]. Dabei entstand das Weber-Fechner-Gesetz. Dafür wurde u. a. die subjektive Wahrnehmung Y mit der gleichwertigen Kraft an einer Federwaage verglichen. Mit guter Näherung entsprach sie dabei dem Logarithmus der Energie des physikalischen Reizes R : (Auf die Grundlagen der Zahlen wird später mehrmals genauer eingegangen,)

$$Y = a + b \cdot \log(R).$$

Mit einer Konstanten k und einem Anfangsreiz R_0 kann das auch so geschrieben werden

$$Y \approx k(R - R_0)^n.$$

Für die einzelnen Sinne gilt so die folgende Tabelle [Völ99]. Weil bei allen Reizen eine Schwelle für Wahrnehmung einer Änderung auftritt, gibt es nur wenige unterscheidbare Reizstufen. Bezüglich der Reizintensität kann also nur größer oder kleiner entschieden werden. Das führt zu unterscheidbaren Stufenbereichen.

Reiz	Exponent n	Dynamik	Unterscheidbare Stufen
Schmerz	2,1	15 dB; 1:8	≈ 5
Wärme	1,6	33 dB; 1:40	≈ 20
Schwere	1,5	24 dB; 1:17	≈ 50
Druck	1,1	20 dB; 1:10	≈ 50
Kälte	1,0	20 dB; 1:10	≈ 10
Vibration	0,95	50 dB; 1:300	≈ 100
Schall	0,6	100 dB; 1:10 ⁵	≈ 400 Lautstärken
Licht	0,33	130 dB; 1:3·10 ⁶	≈ 600 Helligkeiten

Erstaunlich ist es, dass ganz analoge Zusammenhänge bei der direkten Magnetbandspeicherung infolge der störenden Amplitudenmodulation gefunden wurden und bereits 1960 zu der folgenden Formel führten [Völ60], [Völ91] S. 43. Darin bedeuten m den Modulationsgrad (Signalschwankung), u_s das Signal u_g das größte und u_k das kleinste.

$$n_{AS} = \frac{2 \cdot \log \frac{2 \cdot m \cdot \frac{u_g}{u_s} + 1}{2 \cdot m + 1}}{\log \frac{1 + 2 \cdot m}{1 - 2 \cdot m}} + 1 \approx \frac{\ln \left(2 \cdot m \cdot \frac{u_g}{u_k} + 1 \right) - \ln(1 + 2 \cdot m)}{2 \cdot m} + 1.$$

Bestimmen mehrere Parameter – beim Gehör die Lautstärke und Frequenz – die Unsicherheit der Wahrnehmung einer Änderung, so entstehen die von C. Jacobson als Fläche eingeführten Logon [Jac51]. Beispiele

zeigen **Bild 5b** für das Sehen und c) für das Gehör. Hier wurden der Übersicht wegen viele Logons zu einer Fläche zusammengefasst [Völ99].

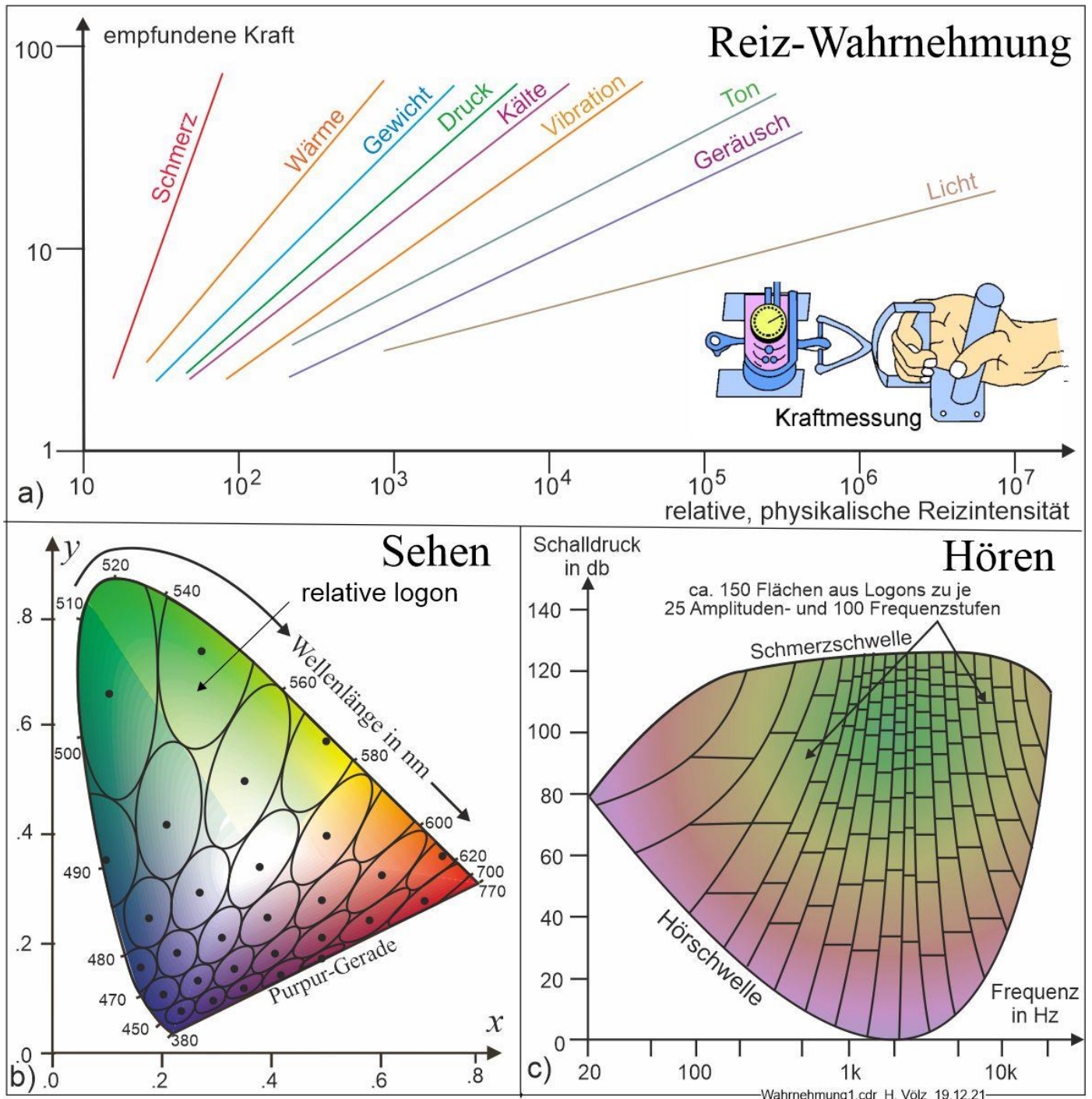


Bild 5. Messungen von Weber-Fechner(a) Logon im IEE-Farbraum (b) und beim Gehör (c).

Wahrnehmen hat keinen Selbstzweck. Es dient dem Menschen – und nicht nur ihm –, um sich in der Realität zurechtzufinden und vorteilhaft zu verhalten. Hierzu müssen die Wahrnehmungen richtig bewertet werden. Das erfolgt über Entscheidungen für Handlungen und Emotionen und setzt dabei im Gedächtnis mitgespeichertes Wissen voraus. Dabei sind viele Zusammenhänge zu beachten. Einen stark vereinfachten Überblick fasst **Bild 6** zusammen. Viele Details darin betreffen nur die Sprache. Bei Bildern, komplexen Wirkungszusammenhängen usw. existieren teilweise erhebliche Abweichungen.

Das Teilbild a) zeigt das komplexe Zusammenwirken der drei Gedächtnisstufen. Eine Auswahl der Wahrnehmungen gelangt zunächst in das relativ kleine Gegenwartsgedächtnis (GG). Gemäß dem Kreis aus den grün gezeichneten Neuronen funktioniert es ähnlich wie ein technischer Umlaufspeicher (d) und besitzt eine Speicherkapazität von ca. 150 Bit, wobei etwa 10 Sekunden als Einheit zusammengefasst werden und so parallel ins Bewusstsein gelangen (e). Sie erscheint uns als die aktuelle Gegenwart und ermöglicht es uns Zeit durch Vergleich gemäß Bild 3 zu empfinden. Dabei werden immer möglichst 15 Bit/s angestrebt (f). Bei

weniger Daten werden ergänzend anderer Zusammenhänge gesucht und teilweise aus den anderen Gedächtnisstufen zurückgerufen. Hierbei tritt recht oft Langeweile ein. Bei zu vielen Wahrnehmungen ist es schwierig, deren Inhalt und Nützlichkeit zu erfassen. Im musikalischen Bereich sprach dabei Theodor W. Adorno (Wiesengrund, 1903 – 1969) von der dritten Lernstufe der Verwirrung [Völ75], [Völ89a].

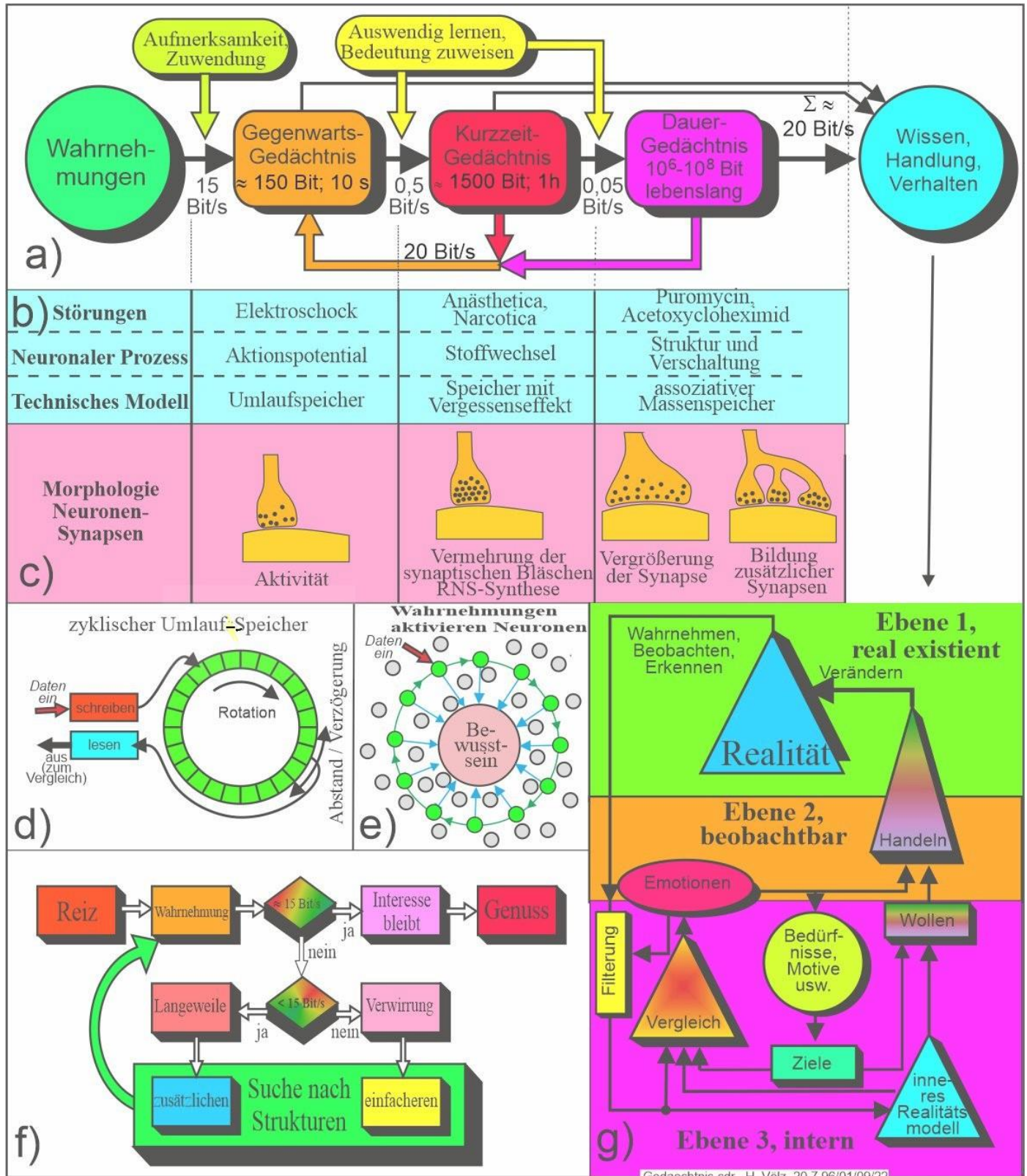


Bild 6. Überblicke zum menschlichen Gedächtnis.

Vom GG gelangt etwa nur 1/30 in das Kurzzeitgedächtnis (KG) mit etwa 1 500 Bit. Es ist daher nach etwa einer Stunde gefüllt. Sehr wahrscheinlich ist genau deshalb in den frühen Klöstern Ägyptens die Stunde wegen der dann notwendigen Andachtspause (arbeite und bete) so festgelegt worden [Völ16]. Daher ist auch die übliche Doppelstunde der Lehre sehr ungünstig, dann dürfte nämlich mittendrin kaum noch ein richtiges Zuhören möglich sein. Weil nur 1/30 aus dem GG ins Kurzzeitgedächtnis (KG) übernommen werden kann,

ist etwa eine 30-malige Wiederholung für Lernen wesentlich. Fast jede klassische Musik wiederholt auch so oft das Thema mit seinen Variationen. Andererseits ist das „Klicken“ auf dem Mobiltelefon fast nutzlos. So wird kaum etwas gelernt. Hier könnte auch ein Grund für das Entstehen von Demenz vorliegen. Im Alter werden viele Prozesse weitgehend automatisch durchgeführt. Dadurch gelang ihr Geschehen nicht ins KG und wird so schnell vergessen. Bewusstes Handeln könnte das vermeiden.

Vom KG gelangt nur etwa 1/10 ins Dauer- bzw. Langzeitgedächtnis (LG). Dort bleiben die Inhalte – im Gegensatz zum GG und KG – lebenslang erhalten, weitgehend sogar bei Demenz. Doch bei allen drei Gedächtnisstufen können Teile ihrer Inhalte auf verschiedene Weise und unterschiedlich lange blockiert werden. So kehren z. B. im hohen Alter scheinbar völlig verloren gegangene Inhalte aus der Jugend unvermittelt zurück.

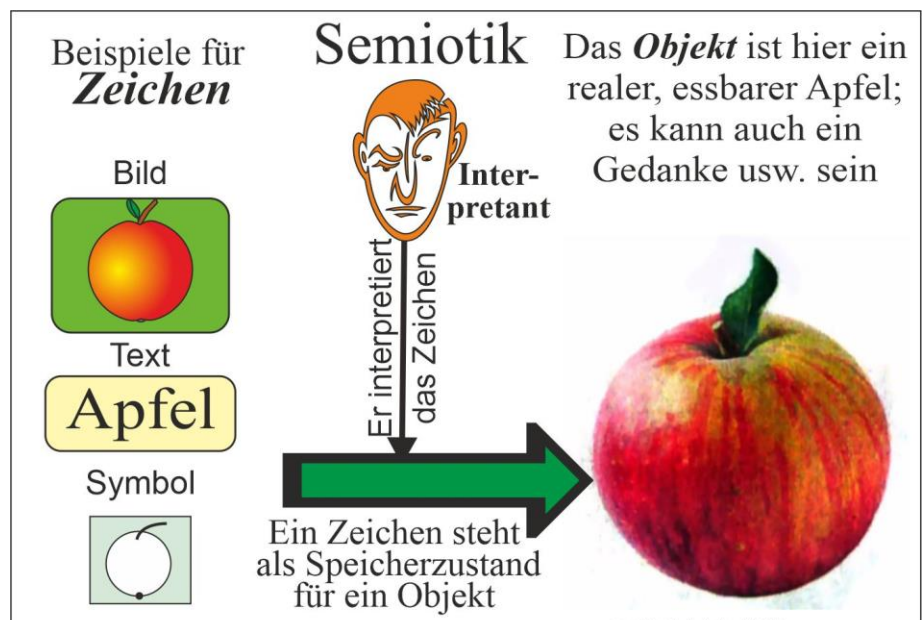
Das Geschehen in den 3 Gedächtnissen wird durch neuronale Vorgänge bestimmt. Vom Zellkern des Neurons werden Transmitter durch RNS-Synthese erzeugt, welche den neuronalen Übergang zwischen der Synapse und der Folgezelle beeinflussen und dabei einen elektro-chemischen Impuls bewirken. Das ist die Aktivität gemäß c), welche das GG bestimmt und nur Millisekunden andauert. Da danach die Transmittersubstanz in der Synapse verbraucht ist, muss sie erneut im Zellkern erzeugt und zur Synapse transportiert werden. Dieser Prozess dauert Minuten und bestimmt das KG. Bei der Wiederholung dieser Vorgänge werden die entsprechenden Synapsen vergrößert und auch neue gebildet. Das Gedächtnis verschaltet sich neu und so bildet sich das LG. Verbal wird dies durch b) auf blauem Grund kurz zusammengefasst [Dri72].

Die Wahrnehmungen und dann folgenden Handlungen werden im erheblichen Umfang durch Emotionen bewertet und beeinflusst. Dazu gehört ein recht komplexer Prozess (g) [Völ76]. Seine Dreiteilung erfolgt nach Sigmund Freud (1856 – 1939). Die Ebene 1 entspricht der Realität und ist im Prinzip voll einsehbar. Die Ebene 2 ermöglicht über verschiedene Gesichtsausdrücke, Blutdruck usw. einen gewissen Einblick auf das Erleben der Person. Die Ebene 3 ist nur durch eine meist unzuverlässige Selbstbetrachtung erfahrbare.

4. Beschreibungen der Realität

Bei Tieren und teilweise sogar bei den Pflanzen erfolgt das Bewegen, Reagieren und Handeln vorwiegend entsprechend den meist erfolgreichen Möglichkeiten sowie den gewonnenen Erfahrungen. So erkennen sich die Affen einer Gruppe über die gemeinsame Fellpflege (Grooming). Das ist jedoch nur bis zu Gruppen von etwa 40 Mitgliedern möglich. Für eine größere Anzahl reicht die dafür verwendbare Zeit nicht aus. Als dann vor etwa zwei Millionen Jahren die ersten typischen Dorfgrößen von etwa 150 Mitgliedern entstanden, wurde schrittweise die Sprache notwendig [Völ16]. Zusätzlich ermöglicht sie eine Verständigung über Entfernungen mittels spezieller Lautbildungen, später entstanden die Wörter, also die Bezeichnungen, und gaben so den Hinweis für betroffene Objekte. Das ist der Beginn der Semiotik, wobei entsprechend **Bild 7** ein Wort, Bild, Geschehen usw. als **Zeichen** für das Ausgewählte auftritt und es quasi ersetzt [Völ16].

Bild 7. Bei der Semiotik treten Zeichen an die Stelle von Objekten.



Die Semiotik (Griech. *semeion* Zeichen, Lehre von den Zeichen) betrifft aber nicht nur ein einzelnes, individuelles Objekt, sondern ermöglicht auch mehrere gleichartige oder ähnliche Objekte zusammenzufassen. So kann das Wort „Apfel“ auch für alle möglichen Äpfel benutzt werden oder sie bezeichnen. Weiter können dadurch mehr oder weniger allgemeine, ja sogar abstrakte Begriffe entstehen, die dann aber ganz ähnlich wie bei einer Definition genau festzulegen sind. Zuweilen werden derartige Zusammenfassungen und Festlegungen auch als Art, Klasse, Gruppe, Tier, Werkzeug usw. bezeichnet. Oft werden dabei auch Eigenschaften wie essbar, größer als, Farbe usw. benutzt. So ermöglicht die Semantik umfangreiche und

komplexe Aussagen über die Realität. Darüber hinaus ermöglicht sie einen „Gedankenaustausch“ zwischen den Individuen. Gemeinsam werden so die Kenntnisse über die Realität vertieft. Ab dem beginnenden Warenaustausch zwischen Individuen und Gruppen ist dann eine Bewertung der Menge, Größe, des Nutzens usw. erforderlich. Das führt zunächst zum Begriff der Mächtigkeit, aus dem das Abzählen mit kleinen ganzen Zahlen hervorgeht (**Bild 8**). Daher ist es erstaunlich, dass mehrere intelligente Tiere so etwas wie „Zählen“ bis etwa 7 vermögen. Bienen unterscheiden deutlich Blüten nach der Anzahl der Blütenblätter, und zwar bis zu 10; Grillen berücksichtigen ähnlich die Anzahl der Zirplaute bis zu 14. Das erfolgt offensichtlich nicht durch Abzählen, sondern eher durch Wahrnehmen einer Ganzheit [Kli93]. Andererseits ist es recht erstaunlich, dass es „einfache“ Volksstämme gibt, die (noch) kein Gefühl für das Zählen entwickelt haben oder z. T. nicht über die 3 hinauskommen.

Die Leistungsfähigkeit der Sprache ist auf das *Gedächtnis* des Einzelnen mit etwa 10^6 bis 10^8 Bit begrenzt. Kollektiv sind entsprechend größere Werte möglich. Aber auch die Beständigkeit der Gedächtnisinhalte ist zumindest durch die Lebenszeit des Einzelnen begrenzt und kann nur teilweise kollektiv verlängert werden. So entstanden verschiedene **Speicherungen** für die Inhalte, zunächst die Tokens, dann unterschiedliche Schriften und schließlich viele rein technische Verfahren bis zur elektronischen Speicherung [Völ19]. Mit der gewaltigen Erweiterung des Gedächtnisses wissen wir auch mehr über die Vergangenheit, zu Abläufen des Geschehens und errahnen auch erste recht unsichere Möglichkeiten über die Zukunft. Da sich mehreres wiederholt, entsteht dadurch der Glaube, dass jede Erscheinung *eine* Ursache hat, und damit der Glaube an den Determinismus in der Realität.

Beim Bild 8 fällt die beachtlich große zeitliche Lücke zwischen Sprach- und Schriftentwicklung auf. Das gilt aber noch mehr für die sehr langsam erfolgende Zahlentwicklung (s. nächster Abschnitt).

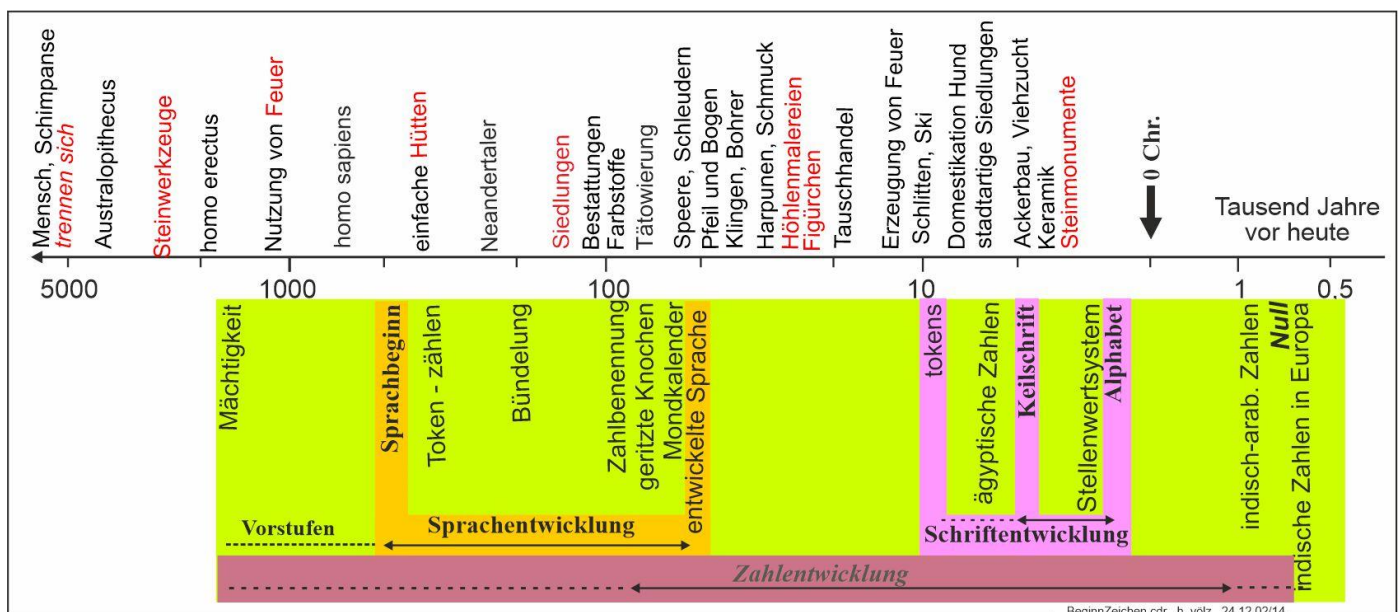


Bild 8. Die unterschiedliche Entwicklung von Sprache, Schrift und Zahlen

Einen verknüpften Überblick zur Entwicklung der Speicherung zeigt **Bild 9**. Es ist eine Vereinfachung des umfangreichen Bildes aus [Völ19], das hier aktualisiert ist und um unsere Gedächtniskapazität und die geschätzte Größe der historischen ergänzt wurde.

Alexandria wurde 332 v. Chr. von Alexander dem Großen, König von Makedonien, gegründet. Er plante sie als größte Hafenstadt der Alten Welt. Sie wurde die Hauptstadt Ägyptens. Sehr schnell entstanden hier dann einflussreiche Schulen der Philosophie, Rhetorik und anderer Wissenschaften. Als Monumentalbauwerke sind vor allem das Museion und in ihm die **Alexandrinische Bücherei** zu nennen. Sie war bereits im frühen 3. Jh. v. Chr. mit über 700 000 Buchrollen die größte Wissens-Sammlung der Antike. Zum ersten Mal in der Menschheitsgeschichte wurde hier, und dazu ziemlich erfolgreich, alles Wissen der Welt an einem Ort vereint: die heiligen Schriften der Ägypter, der Juden, der persischen und der indischen Religionen, ebenso Werke der Naturwissenschaften, Metaphysik, Poesie und Politik. Das Sammeln und Übersetzen war von Anbeginn ein Schwerpunkt der Bibliothek. Nach einigen Gerüchten hat sie Caesar während des Alexandrinischen Krieges (absichtlich!?) 47 v. Chr. durch Brand vollständig zerstören lassen. Dagegen ist auch gut bekannt, dass Caesar Bücher sehr schätzte, und es gibt auch Dokumente für andere Umstände und Zeiten des Brandes. Generell wird aber erstmalig deutlich, wie viel und schnell damals Vieles verloren ging.

Doch leider treten auch heute noch zuweilen beachtliche Verluste auf. Das gilt aber nicht nur für die elektronischen Medien. Ein typisches Beispiel ist der Brand in der Herzogin-Anna-Amalia-Bibliothek in Weimar im September 2004. Erst drei Jahre nach diesem Geschehen konnte nach sehr aufwändigen Restaurierungsarbeiten das historische Bibliotheksgebäude am 24. Oktober 2007 (Geburtstag der Namenspatronin) wiedereröffnet werden. Dennoch sind einige Verluste geblieben.

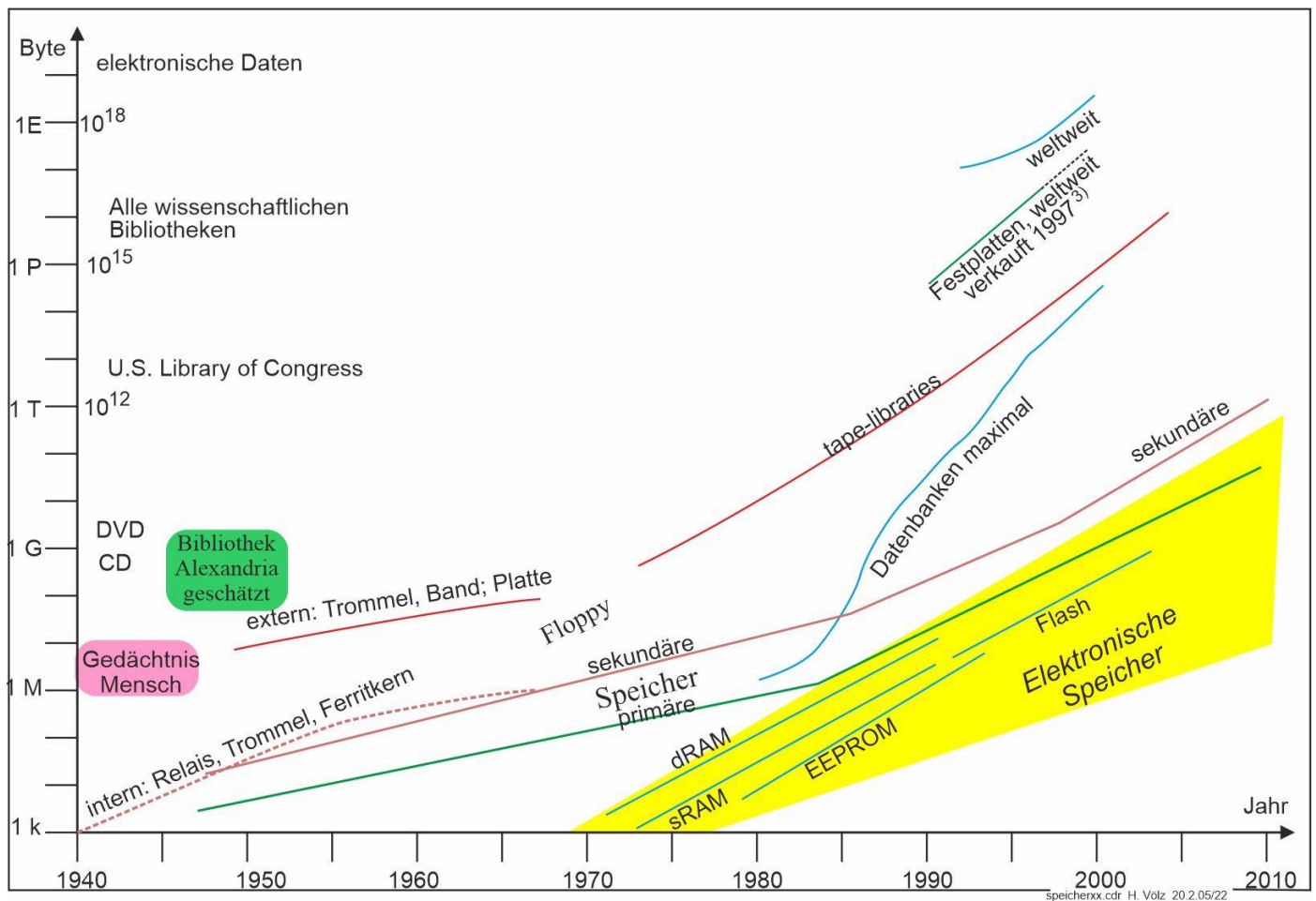


Bild 9. Überblick zu gespeicherten Datenmengen.

5. Umgang mit Zahlen, Teil 1

Zum Zählen von Objekten, wie erlegte Tiere, Anzahl der Bäume usw., sind Zeichen bzw. Zahlwörter notwendig. Sie entstehen primär vor etwa 100000 Jahren über Strichlisten mit Bündelungen z. B. auf Holz (**Bild 10h**). Schrittweise werden sie dann zusätzlich durch Zeichen dargestellt und Zahlwörter benannt. Infolge der Grenze unseres GG mit 150 Bit können unmittelbar nur sieben verschiedene Begriffe, Objekte, Vorgänge oder allgemein *Chunks* (englisch Klotz, Stück) erkannt werden, denn 2^7 ist gleich 128. Das demonstriert (f) dadurch, dass wir teilweise bereits bei den 7 roten Schleifen Probleme haben können, die richtige Anzahl unmittelbar zu erkennen [Völ05]. Weniger Objekte bereiten kaum jemandem Probleme. Einen erweiterten Bezug liefern Zeitmessungen (g). Von 1 bis 6 oder oft bis 7 genügen 40 ms je Zahl. Darüber sind dagegen immer 300 ms je Zahl erforderlich. Statt eines einzigen Blickes muss dann eben richtig abgezählt werden. Deshalb werden häufig etwa 7 Klassen gebildet. Außerdem tritt die Sieben in vielen Zusammenhängen auf, z. B.:

7 Planeten, 7tägige Woche, 7 Weltwunder; 7 Weise, 7 Hügel von Rom, 7-armiger Leuchter der Juden, 7 Bitten des Vaterunsers, 7 Sakramente, 7 Todsünden, 7 Werke der Barmherzigkeit, Schneewittchen mit den 7 Zwergen, der Wolf mit den 7 Geißlein, die 7 Schwaben, 7-Meilenstiefel, 7 Freikugeln beim „Freischütz“, 7jähriger Krieg, 7-Schläfer, 7. Himmel, magische 7, 7 Jahre Pech, die 7 mageren und die 7 fetten Jahre, seine 7 Sachen nehmen.

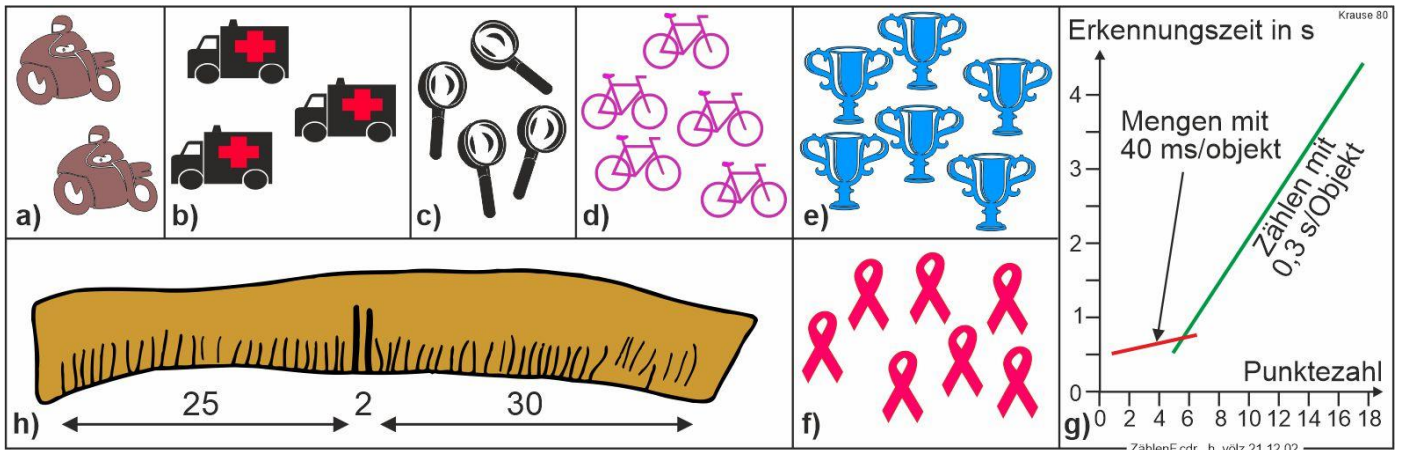


Bild 10. Zur Wahrnehmung von sieben Objekten (Chunks) und Dauer für das Zählen.

Erstaunlicherweise erlangten dagegen mystisch so wichtige Zahlen wie die 3 und 13 keine ähnlich allgemeine Bedeutung.

Auch in der **Natur** gibt es typische Zahlen. Die Anzahl der Elektronen auf den einzelnen (n) Schalen beträgt: 2, 8, 18, 32, 50 und 72, abgeleitet von $2n^2$. Bevorzugte Neutronenzahlen sind dagegen $N = 2, 8, 20, 28, 50$ und 126. Die Isotopenhäufigkeiten betreffen dabei den Kernladungszahlen $Z = 28, 40, 50, 74, 82$ und 90 sowie den Neutronenzahlen $N = 30, 50, 82$ und 108.

Leonardo Fibonacci (ca. 1170 – 1249) beschäftigte sich in seinem Buch „Liber abadi“ mit der Vermehrung von Kaninchen. Er beginnt mit einem Kaninchenpaar und fragt, wie viele Kaninchen in den folgenden Generationen vorhanden sein werden. Jedes Paar gebiert pro Monat ein neues Paar. Stirbt keines, so gilt für die Berechnung [Wor77]:

$$F(1) = 1, F(2) = 1 \text{ und } F(n) = F(n-1) + F(n-2).$$

Sie erzeugt die besonders häufig vorkommenden Zahlen: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 u. a. bei den Blüten. Deshalb ist auch ein vierblättriges Kleeblatt so selten.

Wie fundamental Zahlen sind, das erkannten bereits die Pythagoreer. Sie waren überzeugt: „Alles ist Zahl“ und alles Erkennbare ist in Zahlen und ihren Verhältnissen zu erfassen. Der Mathematiker Leopold Kronecker (1823 – 1891) behauptete viel später: „Die ganzen Zahlen hat Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk“ und Charles Hermite (1822 - 1901) meinte, Zahlen und Funktionen existieren unabhängig von uns, so wie die Objekte der realen Welt. Durch die recht frühe Entwicklung des Zählens sind Zahlen jedoch besonders tief in uns verwurzelt. So zählen viele Menschen Schafe, um einzuschlafen. Typisch dafür ist auch das Guinness-Buch der Rekorde. Rucker verweist auf die vielen Zahlbesessenen, die Arithnomanen, die wohl das Gefühl haben, durch die Zahlen Macht über das Geschehen zu besitzen. Satirisch stellt er dann fest, dass die Veränderungen in der heutigen Welt kaum erahnbar wären, würde wir nicht von den Zahlbesessenen regiert [RUC90]. Das ist durch die elektronische Rechentechnik nur noch viel umfangreicher geworden. In den alltäglichen Anwendungen werden aber meist nur Zahlen bis zu etwa tausend benutzt. Selbst fortlaufend zählend dürften wir ganztätig kaum 100 000 erreichen, in einem Jahr wären theoretisch etwa 50 Millionen und im ganzen Leben eine Milliarde erreichbar. Das Wort *Million* entstand aber erst um 1250 und um 1650 wurde in England die *Billion* eingeführt. Um die besonders große Zahl 10^{100} zu benennen, befragte der Mathematiker Edward Kasner 1930 seinen Neffen und erhielt „Googol“ als Antwort. Da aber Rucker diese Zahl noch nicht groß genug war, schuf er „Googolplex“ ($(10^{10})^{100}$) dabei folgen auf die 1 Googol Nullen [RUC90]. Seit etwa hundert Jahren wurden nicht mehr Zahlwörter größer als 12 eingeführt. Damals waren gerade noch 12 für 1 Dutzend, 60 für 1 Schock, 1 Gros für 12 Dutzend, also 144, 1 Fuß für 12 Zoll und 12 Pence für 1 Schilling im Gebrauch. Denn schon deutlich früher entstanden Stellenwertsysteme (s. u.), bei denen der Ort einer Ziffer (Zahlzeichen) in einer Ziffernfolge die dazugehörige Potenz einer Basis bestimmte. Zu verschiedenen Zeiten und bei unterschiedlichen Völkern waren vor allem die Basen 2, 5, 6, 10, 12, 20, 60 oder 360 in Gebrauch. Seit 3 000 v.Chr. existiert auf dem Gebiet des heutigen Indiens Indus als ein Staat mit hoch entwickelter Kultur, wobei ab dem 2. Jh. v.Chr. das dezimale Stellenwertsystem üblich war. Heute verwenden wir fast nur noch dieses System mit der Basis 10 und den Ziffern 1 bis 9. Die dann auch erforderliche Null wurde nach Meinung der meisten Autoren erst von Brahmagupta (ca. 598 - 630) eingeführt. Das binäre Zahlensystem mit **0** und **1** erlangte erst durch die elektronische Rechentechnik seine große Bedeutung (s. u.). Mehr dazu und über Zahlen in [Vol05] S. 58 – 76 und [Völ96]

Mit Zahlen kann nicht nur gezählt (ganze *Zahlen*) werden. So können auch Anordnungen gekennzeichnet werden (*Ordinalzahlen*). In beiden Fällen sind aber immer nur endlich viele ganze Zahlen erreichbar, verfügbar, denn in der Realität gibt es kein unendlich. Der Unterschied ist *durchführbar* ($<\infty$) und *berechenbar* (∞) in der theoretischen Informatik ähnlich und wird genauer im Abschnitt **## S. ##** behandelt.

Neben den ganzen Zahlen gibt es mehrere andere Arten. Sie entstehen aber erst im Rahmen der Mathematik. Das kann mittels der nebenstehenden Tabelle verdeutlicht werden. Mit der Addition, Multiplikation und Potenzierung können nur wieder ganze Zahlen erzeugt werden, oft aber nur recht große. Das Ergebnis entspricht jedoch keinem Zählen. Bei der Multiplikation eventuell noch mit der Bündelung. Bereits die Subtraktion kann zu *negativen Zahlen* und zur *Null* führen. Bestenfalls ist sie mit einem Rückwärtszählen oder Fehlen von etwas vergleichbar. Ihr Ergebnis entspricht daher oft keiner Zählung. Erhebliche Erklärungsschwierigkeiten bereitet bereits die *Division* als Umkehrung der Multiplikation. So kann man zwar ein Objekt zerteilen, aber wohl nie exakt auf 1/2, 1/3 oder 2/7 usw. Es sei

Zusammenhänge der elementaren Funktionen	
direkt	Umkehrung
Addition $c = a + b$	$a = c - b$ $b = c - a$ führt zu negativen Zahlen
<i>b</i> -malige Wiederholung der Addition von <i>a</i>	
Multiplikation $c = a + a + a + \dots + a$ $c = a \cdot b$	$s = c/b$ $b = c/a$ führt zu gebrochenen (rationalen) Zahlen
<i>b</i> -malige Wiederholung der Multiplikation mit <i>a</i>	
Potenzierung $c = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ $c = a^b$	$a = \sqrt[b]{c}$ $b = \frac{\log(c)}{\log(a)} = {}_a\log(c)$ führt zu irrationalen bis komplexen Zahlen

elementarfunktion.cdr h. völz 21.8.16

denn, dass die Ausgangsmenge aus 2, 3 bzw. 7 Objekten oder deren Vielfachen besteht. Ansonsten entstehen rationale Zahlen, für die keine unmittelbare Erzeugung existiert, die also in der Realität nicht exakt vorkommen können! Noch schwieriger ist es bei der Umkehrung der Potenzierung, u. a., der Wurzel. Diese Problematik erkannten bereits die Pythagoräer, als sie die Diagonale des Quadrates gemäß $\sqrt{2}$ berechnen wollten. Ihre Länge ist irrational und daher oft nicht mit ganzen Zahlen darstellbar. Der Legende nach soll der Philosoph Hippasos von Metapont (um 450 v.Chr.) seine Kollegen, die Pythagoräer, deshalb so erzürnt haben, dass sie ihn im Meer ertränkten. Sie fühlten sich der Lehre Pythagoras' (etwa 569 – 475 v.Chr.) voll verpflichtet.

Es gibt also Werte, die komplizierte Bestimmungen erfordern und in der Realität nicht durch Zählen usw. erreichbar, sondern bestenfalls näherungsweise herstellbar sind. Selbst in einer Gleitkommadarstellung (s. u.) würden sie oft *unendlich viele Ziffern* erfordern. Dieses Problem setzt sich beim Messen von Eigenschaften fort. So kann man zwar 3 oder ganzzahlig viele (*n*) Äpfel kaufen, aber nicht exakt so viele (3 oder *n* kg) dabei tritt immer eine Ungenauigkeit, ein Fehler Δx gemäß $n \pm \Delta x$ kg auf. Diese Abweichungen von der ganzen Zahl treten als „Mangel“ selbst bei Schüttgut, Flüssigkeiten usw. auf. Auch unsere Wahrnehmungen berücksichtigen das durch die Fläche der Logons (vgl. Bild 5 und 6). Im Ergebnis und bezüglich der gewonnenen Daten ist also Zählen deutlich von den Wahrnehmungen und Messungen zu unterscheiden. Deshalb sind hier noch Ergänzungen vor allem zum Messen notwendig.

Auf Protagoras (≈485 – ≈415 v.Chr.) geht der Ausspruch „Der Mensch ist das Maß aller Dinge“ zurück. Da seine Schrift „Die Wahrheit“ verloren ging, ist das Zitat, wie so häufig, nur über Platon bekannt. Genauere Bestimmungen der Objekteigenschaften ermöglichen erst Messungen. Erste hierzu erfolgten mittels Vergleichs bereits im alten Ägypten. So steht in einem 3 000 Jahre alten ägyptischen Papyrus [Omm58]: „Wenn dein Schatten 16 Fuß misst, Berenike, erwartet Amasis dich im Olivenhain“. Allgemeiner steht im Vorwort auch: „Durch Messen erbaut man die Welt. Das sagte vor neunhundert Jahren ein weiser Araber. Ein Wort, das nach wenig klingt und das dennoch alles umfasst. Beinahe nichts ist möglich ohne das Maß und ohne die Geräte des Messens. Ordnung, Sicherheit und Recht ... berechnen, erschließen und wirtschaftlich arbeiten ... mit dem Messen fängt alles an.“ s. [Völ22]. Im Gegensatz zu früher existieren heute genaue Festlegungen durch des System International (SI) [Völ96].

Für jedes im Messergebnis sind *Qualität* und *Quantität* wichtig, die in einem umfangreichen Buch von R. Thiel behandelt sind und dabei 11 Qualitäts- und 9 Quantitätsbedeutungen unterschieden [Thi67]. Beim Messen betrifft die Qualität die Maßeinheiten, wie kg, A, m usw. Sie sind durch das Messverfahren festgelegt.

Die Quantität betrifft das Messergebnis als gebräuchlichen Zahlenwert x mit dem Erwartungswert x_0 und der Streuung (Abweichung, Toleranz) σ . Also folgt für die Messung $x = x_0 \pm \sigma$. Auf σ haben mehrere Effekte Einfluss, deren Vielfalt in **Bild 11a** zusammengestellt ist. Die Streuung erfolgt gemäß der Gauß'schen Fehlerrechnung statistisch und dabei ergibt sich die Gauß'sche Glockenkurve (b). Bei n Wiederholungen ergeben sich nämlich die Messwerte x_i , und dann folgen der Mittelwert x_0 und die Streuung σ gemäß

$$x_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \text{ und } \sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}.$$

Die entsprechende Kurve zeigt das Bild.

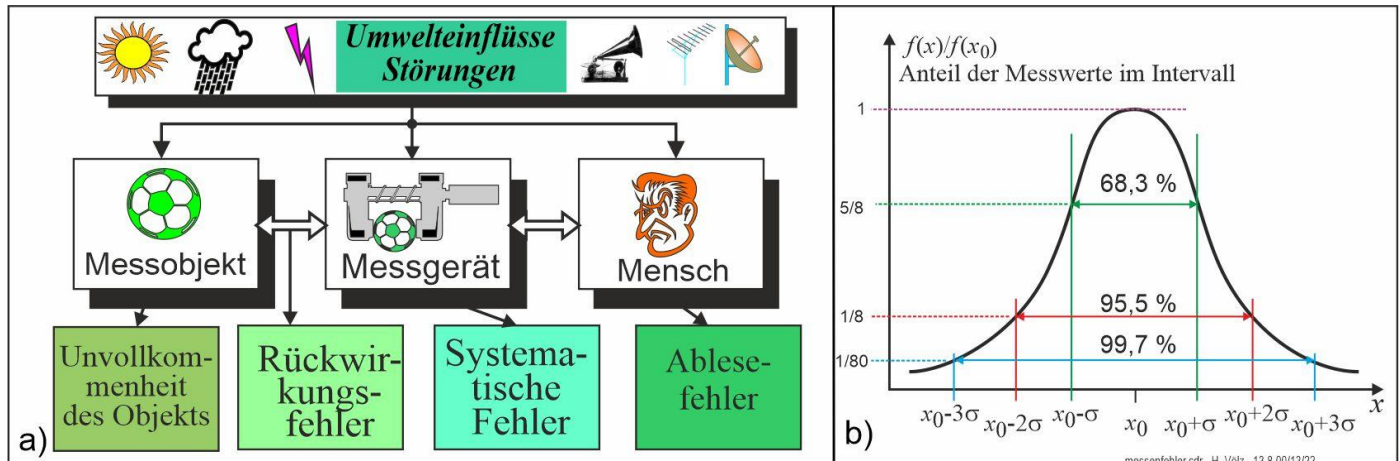


Bild 11. Größe der Messfehler infolge von störenden Einflüssen.

Auffällig ist, dass die Reihenfolge der Skalentypen mit wachsenden Forderungen an die Eigenschaften der Ausprägungen einhergeht. Daher sind bei den höheren Skalen auch immer die Tests der vorangehenden zulässig. In der Geschichte des Messwesens wird häufig die höhere Skala angestrebt. Dies ist oft weder erreichbar noch sinnvoll.

In den 50er Jahren gingen die Greifswalder Studenten regelmäßig in Schmidts Lokal tanzen. Einmal fanden sie unter den Studentinnen keine zum Tanzen geeignete. Daher tranken sie viel Bier. Endlich nach 13 Bier hatte sich Siegfried Bohl eine schön genug getrunken und zum Erstaunen der anderen forderte er sie auf. Anschließend wurden häufig die Damen nach der Anzahl der notwendigen Biere klassifiziert (nach 13 Bier ist jede schön!). Diese Variante hat mir 1998 an der FU Ärger mit dem Frauenausschuss bis hinauf zum Präsidenten eingebracht. Daher erfand ich die weibliche Variante: Nach 7 Glas Wein forderte bei Damenwahl eine einen Studenten auf. Ärger mit einem Männerratsausschuss habe ich bisher nicht bekommen.

In diesem Zusammenhang sei noch auf die Ungenauigkeit beim Progressativ hingewiesen. Der Superlativ, z. B. das Größte, verlangt eigentlich zuvor immer eine genaue Festlegung der einbezogenen Objekte (Menge), die jedoch fast immer fehlt, und daher kann die Aussage „ x ist das Größte“ schnell falsch, ja sogar gefährlich sein. Im Vergleich zu den obigen 13 Bier sei hier dafür die Ilias XXIV, 25 entsprechend der Begründung des Trojanischen Krieges angeführt, bei dem Troja (griechisch Ilion) 1184 v.Chr. in die Hände der Griechen fiel:

Bei der Hochzeit des Führers der Myrmidonen Peleus mit Thetis, einer der Nereiden, warf Eris, die Göttin der Zwietracht – sie war nicht eingeladen – einen goldenen Apfel mit der Inschrift „Für die Schönste“ unter die himmlischen Gäste. Die Entscheidung zwischen Hera, Athene und Aphrodite wurde Paris, dem Sohn des Königs Priamos von Troja, übertragen. Er sprach ihn der Aphrodite, der Göttin der Liebe, zu. Als Günstling der Göttin erlangte er so die Liebe der schönen Helena von Troja, der Frau des Königs Menelaos von Sparta. und ging mit ihr nach Troja. Um das Menelaos angetane Unrecht zu rächen, wurde ein Kriegszug unter dem Kommando Agamemnons, des Königs von Mykene, unternommen.

Aus ähnlichen und weiteren Gründen ist der Superlativ allgemeiner in [Völ22] S. 150ff. untersucht und führte zu der Zwischenstufe „größlich“.

Schließlich sei noch auf einige zum Messen gehörende Sondergebiete eingegangen [Grä96], [Hof98]:

- **Eichen** bewirkt, dass Messgeräte vorgeschriebenen Toleranzen entsprechen. Es erfolgt durch eine Behörde, z.B. Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB), nach gesetzlichen Vorschriften und wird u. a. durch Stempelung bestätigt.

- **Justieren** stellt ein Messgerät so ein, dass die auftretenden Messfehler innerhalb der technischen Forderungen bzw. der Nennwerte bleiben.
- **Kalibrieren** bewirkt den geforderten Zusammenhang – z. B. Kennlinienverlauf – zwischen einer Eingangs- und Ausgangsgröße (z. B. Scanner).
- **Lehren** sind Prüfmittel für vorgegebene Toleranzen ohne Anzeige, z. B. für den Abstand zweier Kontakte. Sie passen oder passen nicht.
- **Schätzen** ermittelt einmal Zwischenwerte oder Toleranzen. Zum anderen wird damit auch eine pauschale intuitive Ermittlung einer Anzahl oder Größe bezeichnet. Es gibt auch Schätztheorien.

Die Bewertung von Objekten betrifft ihre Anzahl und ihre Eigenschaften. Für die Anzahl kommen infolge der Zählung nur nicht zu große, positive Ganz-Zahlen in Betracht. Die Eigenschaften werden durch Messergebnisse – ausnahmsweise auch durch Einschätzungen – erfasst. Sie bestehen aus drei Teilen: der Maßeinheit, dem mittleren (erwarteten) Messwert x_0 und dessen Streuung σ . Die beiden Zahlenwerte folgen oft aus einer Fehlerrechnung und werden daher vorwiegend als Gleitkommazahlen mit einer (sehr) langen Ziffernfolge erhalten. Doch wirklich nützlich, ja gültig sind weniger Ziffern. Deshalb müssen Kürzungen vorgenommen werden. Für die Streuung genügen 2 Ziffern, wobei voranstehende Nullen nicht zählen und folgende Ziffern zur Abrundung führen. Dabei wird für >5 die voranstehende Ziffer um 1 erhöht. Innerhalb so gegebenen „Genauigkeiten“ wird dann auch x_0 entsprechend gerundet gekürzt. So ergeben sich die gültigen Stellen von x_0 . Mehr Stellen sind voll redundant und sollten immer fehlen, denn sie sind nicht seriös und damit voll redundant. Aus rechnerisch $45,342876... \pm 0,049765... \text{ kg}$ wird daher $45,34 \pm 0,05 \text{ kg}$ gültig. Leider wird das viel zu wenig beachtet und so eine zu hohe Genauigkeit für x_0 vorgetäuscht. Unabhängig von diesen Betrachtungen gibt es noch viele weitere Zahlenarten, auf die aber erst ab Seite **ää** eingegangen werden kann.

6. Veränderungen in der Realität

Die letzten Betrachtungen behandeln die Objekteigenschaften der Realität sowie deren Messung in Zahlen. Doch die Realität ist zumindest teilweise auch veränderlich. Hier werden nun ihre Zusammenhänge und Beschreibungen behandelt. Gemäß Bild 3 muss dabei die Zeit verwendet werden, obwohl sie physikalisch eigentlich nicht existiert (s. o.). Dabei ist der Übergang vom vergangenen, gespeicherten Zustand x_v zum aktuellen x_0 wesentlich. Diese Verläufe sind hier also entscheidend. Dabei werden später auch Betrachtungen zur möglichen Zukunft einbezogen.

Recht häufig erleben wir, dass auf einen bestimmten gespeicherten Zustand x_v immer wieder ein- und derselbe aktuelle Zustand x_0 folgt. Das erweckt in uns die Annahme eines gesetzmäßigen Geschehens, und zwar entsprechend **Ursache** $x_v \rightarrow$ **Wirkung** x_0 . Dazu wird oft auch ein gleichartiger zeitlicher Verlauf angenommen, der dann durch eine Funktion $f(x)$ beschrieben werden kann. Daraus ergibt sich der Begriff Kausalität (von Griechisch *aitia*, *aiton* und Latein *causa* Fall, Ursache, Grund). Aber schon **Aristoteles** (384 – 322 v.Chr.) ging davon aus, dass jedes Ereignis mehr als einen „Grund“ besitzt, und daher unterschied er vier Varianten:

Bezeichnung	Frage	Betreff, Inhalt
causa formalis	Was?	Form bzw. Wesen der Sache
causa materialis	Woraus?	Stoff, aus dem die Sache besteht (Material, Stoff)
causa efficiens	Wodurch?	Grund für Veränderungen, bewirkt durch <i>Ursache I</i>
causa finalis	Wozu?	bezogen auf Sinn und Zweck Ziel (<i>Finalität</i>)

Im späteren Latein gibt es *causalitas* als Ursächlichkeit. Im Mittelalter wird der obige 3. Fall zum Fachterminus und bleibt bis heute fast ausschließlich erhalten. Hierzu gehört dann auch der „Kausalnexus“, vom Latein *nexus* Verbindung. Er betont ausgeprägt den Zusammenhang von Ursache und Wirkung. Anfang des 18. Jh. kommt er ins Deutsche und bedeutet etwa begründet, ursächlich. Im Laufe der Wissenschaftsgeschichte wird die Kausalität jedoch immer mehr in Frage gestellt. Für David Hume (1711 – 1776) besitzt sie keine reale Existenz, sondern ist nur eine geistige Vorstellung. Immanuel Kant (1724 – 1804) betrachtete sie als fundamentale Kategorie des menschlichen Verstandes und benennt zwei Arten:

- **Subjektive** Kausalität: Bei ihr ist der Wille Ausgangspunkt dafür, dass ich etwas verändere (durch Handeln, Bewegen usw.). Das eigene Erleben führt dabei recht früh zum Zusammenhang von Ursache und Wirkung, was teilweise sogar im Traum gilt.

- **Objektive** Kausalität: Sie betont die *zeitliche* Abfolge. Es gibt aber auch Gegenbeispiele. So ist der Tag nicht Ursache der Nacht, das Fallen des Barometers ist nicht die Ursache für den kommenden Sturm (auch ein Zerstören des Barometers verhindert ihn nicht!).

Viele Beispiele zeigen, dass Kausalität unsicher bis falsch sein kann. Daher sind **Begründungen** notwendig, warum uns die **Kausalität** so einleuchtend und nützlich ist und warum wir auch Willensfreiheit empfinden, z. B. [Pla32], [Pla36]:

- Die causale Grundannahme ist offensichtlich eine typisch menschliche und nützliche *Mentalität*.
- Sie wird *erfunden* und muss daher nicht in der Realität vorhanden sein, sondern ist in uns.
- Sie ist ein gutes *heuristisches* Prinzip, und daher weder richtig noch falsch, sondern sowohl als auch.
- Bereits die frühen *Mythen* benutzten sie und deshalb ist sie auch eine Wurzel unserer Kultur und betrifft Träume, Hoffnungen, Ängste, Vorstellungen und Denkmöglichkeiten.
- Aber je mehr etwas den Menschen betrifft, was als Gebilde und Organismus von ihm ist, desto mehr wird ihm *Willensfreiheit*“ zugeordnet.
- Zuweilen verlangt Kausalität nur *Vorhersagen* und das ist einfacher als Erklären: So sagte schon **Thales** 585 v.Chr. eine Sonnenfinsternis ohne genauere Kenntnis voraus.

Zur subjektiven Kausalität sei noch ein Beispiel ergänzt, bei dem eine „einleuchtende“ Erklärung für das Verhältnis von Ursache und Wirkung genügt, selbst wenn sie falsch ist. Der Physiker und Meteorologe Heinrich Wilhelm Dove (1803–1879) hielt mehrfach öffentliche Vorträge in der Urania. Nach einem Vortrag fragte ihn jemand: „Woher kommt es, dass wir in den Straßen von Berlin im Winter immer fünf Grad Kälte mehr haben als auf dem Felde“. Er wollte sich aber nicht mit ihm über das Gegenteil streiten, das der wohl auch nicht hören wollte, sondern nur eine Erklärung für seine falsche Beobachtung wünschte. Daher sagte er: „Wegen des Heizens in den Häusern flüchtet die Kälte aus denselben auf die Straße und kommt dort dichter zusammen. Der Mann war zufrieden und erzählt's auf meinem Namen weiter. Meinetwegen.“

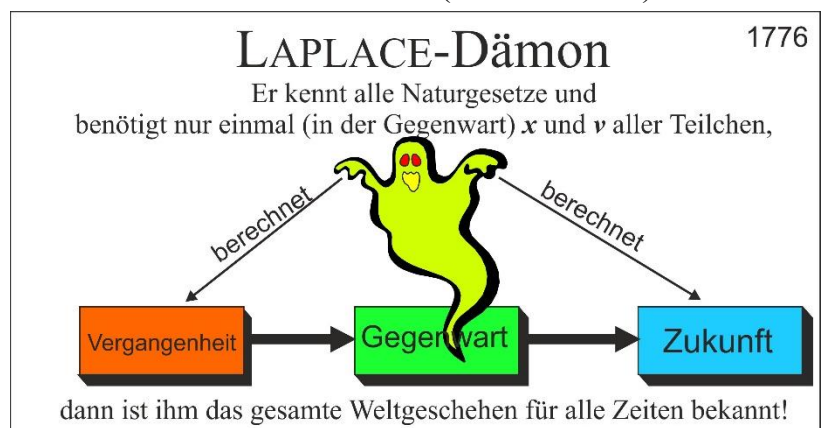
Ähnlich und teilweise allgemeiner als die Kausalität ist der **Rationalismus** von Latein *ratio* Rechnung, Berechnung, Rechenschaft, Denken, Vernunft, Grund, Maß, gesetzmäßig, Ordnung, Methode, Prinzip, sowie *rationalis*: vernünftig, vernunftgemäß, mit Vernunft begabt, schließend, folgernd, berechenbar und *rational* von der Vernunft. Teilweise gilt er auch als Methode für vernunftgemäße Analyse der Realität. Heute steht rationell vielfach für zweckmäßig, auf größte Wirtschaftlichkeit ausgelegt.

Kausalität wird heute meist durch Rationalismus oder **Determinismus** ersetzt (Latein *determinare* bestimmen, begrenzen). Dabei sind sie auch eine Voraussetzung für die Erkennbarkeit der Realität. Nach ihm ist alles reale Geschehen im Voraus genau festgelegt. Daher kann er etwa als die (wissenschaftliche) Variante von Kausalität gelten. Dennoch existieren bei ihm mindestens drei Varianten:

- Der *physikalische*, auch *kosmische* Determinismus verlangt einen konsequenten Ursache-Wirkungs-Ablauf. Obwohl er die Ständigkeit verlangt (s. S. 4), wird nur er hier weiter behandelt.
- Beim *theologischen* Determinismus hat Gott hat alle Ereignisse, auch menschliche Entscheidungen vorbestimmt. Hierbei tritt oft Finalität auf: Gott hat alles so festgelegt. Doch in der Realität geschieht immer nur das, was möglich ist, unabhängig davon, ob irgendwie gewollt oder nicht. Wahrscheinlich setzt nur der Mensch Ziele.
- Beim *historischen* Determinismus verläuft alles in notwendigen (unumstößlichen), zeitlichen Bahnen.
- Der *harte* Determinismus lässt keine Freiheiten für menschliches Handeln (Willensfreiheit) zu.
- Der *anthropologische, psychologische* bzw. *ethische* Determinismus enthält Freiheiten für menschliches Handeln.

Etwa im 17. Jh. hatten sich viele deterministische Zusammenhänge u. a. in der Astronomie sehr erfolgreich bewiesen. So kam 1776 (1814) Pierre Simon Laplace (1749 – 1827) auf die Idee, einen allwissenden Dämon zu formulieren, den schematisch **Bild 12** zeigt:

Bild 12. Schema des Laplace-Dämon.



„Eine Intelligenz, der in einem gegebenen Zeitpunkt alle in der Natur wirkenden Kräfte bekannt wären und ebenso die entsprechenden Lagen aller Dinge, aus denen die Welt besteht, könnte, wenn sie umfassend genug wäre, alle diese Daten der Analyse zu unterwerfen, in einer und derselben Formel die Bewegungen der größten Körper des Weltalls und die der leichtesten Atome zusammenfassen; nichts wäre für sie ungewiss, und die Zukunft wie die Vergangenheit wäre ihren Augen gegenwärtig.

Der menschliche Geist liefert in der Vollkommenheit, die er der Astronomie zu geben wusste, eine schwache Skizze dieser Intelligenz. ... Alle seine Anstrengungen in dem Suchen nach Wahrheit zielen dahin, ihn unaufhörlich jener Intelligenz zu nähern, die wir geschildert haben, aber er wird immer unendlich weit von ihr entfernt bleiben.“

Für diesen Dämon besitzt die Realität keine Rätsel mehr und für den Menschen gäbe es weder (Willens-) Freiheit noch Verantwortung. Das Problem hatte bereits Laplace erkannt. Heute ist aber sicher, dass es den Dämon nicht geben kann. Deren wichtigste Zusammenhänge fasst die Tabelle zusammen.

Wenn die Welt	und wenn der Dämon (wir)	dann wäre
- deterministisch und ständig wäre, - nur wechselwirkende Teilchen enthielte, - die Newtonschen Bewegungsgleichungen uneingeschränkt gültig wären.	- alle Naturgesetze kennen würde, - alle Rand- und Anfangsbedingungen zu irgendeinem Zeitpunkt kennen würde, - und zwar beides mit absoluter Genauigkeit, - alle diese Daten speichern könnte und - mathematisch genug leistungsfähig wäre, um alle Gleichungen exakt und schnell genug lösen könnte.	- der Lauf der Welt in allen Einzelheiten eindeutig bestimmt (gleiche Ursachen erzeugen gleiche Wirkungen), - alle Ereignisse der Vergangenheit und der Zukunft korrekt zu berechnen wären.

Für die Grenzen beim Determinismus gibt es mehrere Gründe. Vielfach wird die Wirkung wieder zur neuen Ursache und so entsteht manchmal sogar eine lange Ursache-Wirkung-Kette. Zuweilen gibt es auch nicht fortsetzbare Wirkungen. Bei der Rückkopplung wird die Wirkung nicht selten wieder zur „eigenen“ Ursache. Das tritt bei fast allen Wiederholungen, Zyklen, Umläufen, Generationen, Schwingungen usw. und sogar bei Schallwellen und elektromagnetischen Schwingungen auf. Zuweilen erzeugen erst mehrere Ursachen eine bestimmte Wirkung. Ähnlich kann eine Ursache auch mehrere unterschiedliche Wirkungen auslösen. Wenn die „Ursachen“ einer Erscheinung nicht eindeutig oder hinreichend deutlich sichtbar sind, dann waren früher oft Götter die Verursacher. Schließlich müssen zumindest teilweise auch Zufälle, Statistiken, Störungen und unzureichendes bzw. mangelhaftes Wissen als Ursache zugelassen werden. Mit der Quantentheorie entstand dann sogar der absolute Zufall. Bezüglich der Änderungen und deren Ursachen sind somit in etwa drei typische (lineare) Fälle deutlich zu unterscheiden:

1. Sie werden streng **deterministisch** durch bestimmbare Ursachen (Einwirkungen) ausgelöst. Das kann exakt durch einen mathematischen Zusammenhang von der Ursache x zur Wirkung y , also $y = f(x)$ behandelt werden. Dabei erzeugen meist kleine Ursachen auch nur kleine Wirkungen.
2. Sie werden zwar durch Ursachen **gesetzmäßig** bewirkt. Der Zusammenhang von Ursache und Wirkung ist jedoch erheblich statistisch oder zufällig bedingt und beruht nicht selten auf Wahrscheinlichkeiten. Dafür gibt es mehrere Gründe: Z. B. können **viele Ursachen** und/oder **Störungen** komplex zusammenwirken und sind kaum trennbar zu erfassen. Es müssen also nicht alle Ursachen bekannt oder ermittelbar sein.
3. Beim **absoluten Zufall** treten die Wirkungen einfach auf und die Ursachen dafür sind prinzipiell nicht zu ergründen. Das ist in der Quantenphysik, u. a. bei Radioaktivität, erfüllt.

Trotz aller Probleme gibt es aber viele Beispiele, bei denen mathematische Formeln recht genau die Erscheinungen der Realität beschreiben. Im Laufe der Geschichte wurden jedoch die Zusammenhänge meist immer komplexer. Dennoch gelang und gelingt es immer wieder relativ übersichtliche, zusammenfassende Gesetze zu gewinnen. Dabei hat sich allerdings auch der Bewertungsmaßstab leicht verändert. Neben dem Kriterium der Einfachheit erlangte auch die „Schönheit“ mathematischer Formeln an Bedeutung. Dabei veränderte u. a. die Relativitätstheorie wesentlich die (philosophisch-physikalischen) Grundlagen von Raum, Zeit und Materie, aber dennoch blieb dabei das Weltgeschehen voll deterministisch. Zufall und Indeterminismus hatten so gut wie keine Chance. So bestand noch vor nicht allzu langer Zeit die Hoffnung auf eine Weltformel. Doch

selbst der Urknall fordert eine Zeitrichtung, die aber in keinem physikalischen Gesetz vorkommt (auch nicht in der Quantenphysik). Die entscheidende Änderung trat dann mit der Quantentheorie ein. Sie verlangt es, den (absoluten) Zufall als gesetzmäßig anzuerkennen. Andererseits wurde die Zeitrichtung schon früher in der Thermodynamik durch die Irreversibilität (Streben zum Wärmetod, dritter Hauptsatz) festgestellt. Daher ist die Ständigkeit in Frage zu stellen, nach der ja die Gesetze immer und überall gelten sollen. Schließlich führen *All*aussagen häufig zu Widersprüchen (s. Abschnitt ++++). Dadurch erlangt das bezüglich des Raums und der Zeit deutlich einschränkte **Experiment** immer mehr an Bedeutung. Der Begriff (Latein *experimentum* Versuch, Probe, Beweis) kam im 16. Jh. in deutschen medizinischen Schriften als „erprobte Arznei“ vor. Ab Ende des 17. Jh. wird er vorwiegend in der Experimentalphysik benutzt, um systematische (wissenschaftliche) Untersuchungen für sichere Erkenntnisse durchzuführen. Ein *Versuch* erfolgt dagegen stärker bei einem unbestimmten Ausgang: „versuchen, probieren wir es einmal“. Verwandt damit sind auch Erprobung und Prüfen. Messen ist dagegen beim Experiment wesentlich. Das Labor ist eine Arbeitsstätte, ein Raum, in dem u. a. Experimente gemacht werden.

Spätestens mit den Menschen wurden Probieren und Versuchen (trial and error) zu üblichen Tätigkeiten, die der experimentellen Methode des Handwerks entsprechen. Auf ihre wissenschaftliche Notwendigkeit weist wohl erstmals, aber noch rein gedanklich, um 1300 Wilhelm von Ockham (1230 – 1384) hin. Deutlicher sagt das Nikolaus von Kues (1401 - 1464; eigentlich Nikolaus Cryfftz = Casanus): So wie Gott die reale Welt erschaffen hat, so schafft der Mensch die Welt in seinem Geist. Hierzu sind Mathematik, *Beobachtung* und *Experiment* notwendig. Er realisiert aber noch keine. Den entscheidenden Schritt vollzieht erst ab 1580 Galileo Galilei (1564 - 1642), und zwar gleich mehrfach, u. a. bei seinen Fallversuchen mit schiefer Ebene, den Beobachtungen mit dem Teleskop, wobei er die Monde des Jupiters entdeckte usw. Hier sei auf die weitere Entwicklung und deren Folgen, u. a. die ständigen Widersprüche mit der Kirche verzichtet. Details s. z. B. [Völ01] S. 219f.

Ein Experiment verlangt immer eine **Wechselwirkung** zwischen der **Realität** und dem **Experimentator**. Meist ist diese Wechselwirkung recht kompliziert und wird von vielen Voraussetzungen, Zufälligkeiten und „Störungen“ beeinflusst. Deswegen wird gewöhnlich nicht nur ein Experiment, ein Versuch durchgeführt, sondern viele. Sie sollen sich möglichst genau wiederholen und weitgehend gleiche Ergebnisse liefern. Generell bezieht sich auch kein Experiment auf die gesamte Realität. Vielmehr werden nur bestimmte Objekte oder Geschehen ausgewählt und abgegrenzt (isoliert). Dabei gibt es nur wenige Objekte, die – wie Elektronen oder andere Elementarteilchen – nach unseren bisherigen Erfahrungen überall in der erreichbaren Realität und der uns verfügbaren Zeit praktisch identisch sind. Bei den anderen Objekten, wie etwa Pflanzen, Tiere usw., gibt es fast nie zwei identische. Das gilt sogar für geklonte Lebewesen, die sich zumindest immer noch durch das individuell durchlaufene Leben unterscheiden. Sie sind bestenfalls genetisch identisch. Dennoch sollen die Ergebnisse von Experimenten weder vom Ort noch von der Zeit abhängig sein. Anders ausgedrückt, werden universelle, allgemeingültige Ergebnisse gefordert.

Mit **Bild 13** ist versucht, die Komplexität und Vielfalt der Einflüsse und Abhängigkeiten des Experiments übersichtlich zusammenzufassen. Aus der menschlichen Sicht kann die Wechselwirkung sowohl rein passiv als auch (zusätzlich) aktiv erfolgen. Die **passiven** Varianten bestehen dann ausschließlich im Wahrnehmen und Beobachten. Heute ist selbst diese passive Analyse weitgehend durch zusätzliche technische Hilfsmittel „verfeinert“. Beispiele dafür sind u. a. das bereits oben genannte Teleskop oder das Mikroskop. Doch darüber hinaus sind und werden ständig neue und effektivere Gerätetechniken entwickelt und eingesetzt. Die **aktive** Wechselwirkung bietet darüber hinaus noch deutlich wirksamere Möglichkeiten. Hinzu kommen u. a. die vielfältigen Möglichkeiten, welche z. B. die ausgewählten Objekte von ihrer Umgebung isolieren, abschirmen. Häufig werden beim Experiment auch bestimmte Parameter, wie Temperatur, Druck oder Energiezufuhr, gezielt konstant gehalten. So werden auch Bedingungen geschaffen, die in der Realität üblicherweise sehr selten oder nicht vorkommen, z. B. extrem tiefe Temperaturen, hohe Dichten, spezielle chemische Verbindungen usw. Im Experiment werden außerdem oft ausgewählte Parameter, veränderliche Merkmale (Variablen) gezielt manipuliert. So entsteht die Frage, welche Ergebnisse daraus gefolgert werden können und außerhalb der besonderen Bedingungen noch allgemeine Gültigkeit besitzen. Eigentlich ist es geradezu erstaunlich, wie viel Gültigkeit mittels derartig „manipulierter“ Experimente bisher gewonnen wurden und immer wieder gewonnen werden. So sagt ein Scherz: Die Zoologie kann doch kein Verhalten von Ameisen beschreiben, sondern nur für den Fall, dass Menschen sie beobachten.

Das aktive Einwirken ist keine Spezifik des Experiments. Auch in unserem gewöhnlichen Leben handeln wir aktiv und wirken so auf unsere Umwelt ein. Wir sehen etwas, betasten oder verformen es, bewegen uns im Raum usw. Der entscheidende Unterschied besteht darin, dass wir dieses Einwirken vor allem als unser

bewusstes „Handeln“ begreifen und dass andere Menschen es auch so verstehen. Egal ob es uns Lebensvorteile erbringen soll oder nur spielerisch betrieben wird, gehört es zu unserem individuellen, täglichen Leben. Es dient somit anderen Zwecken als das Experiment, welches vor allem gültige Erkenntnisse über die Realität liefern soll und daher den anspruchsvollen, wissenschaftlichen Anforderungen gerecht werden muss. Die Ergebnisse werden dazu als Aussagen formuliert, erscheinen als Messwerte, ermöglichen Entscheidungen zwischen Alternativen (s. u. *experimentum crucis*) und gestatten es, Vermutungen und Hypothesen über die Realität aufzustellen. Im „einfachen“ Handeln ist vor allem Individuelles wichtig. Dagegen muss der Ausgang eines Experiments davon unabhängig sein. Das Ergebnis soll keinen Einfluss von Religionszugehörigkeit, Kulturkreis, Geschlecht, Temperament, Laune des Experimentators usw. enthalten.

Zur Durchführung jedes Experiments ist aber auch immer individuelle Erfahrung notwendig. Trotz aller technischen Hilfsmittel ergeben sich daraus letztlich Schranken. Hinzu kommt, dass die Ergebnisse von Menschen interpretiert werden müssen. Das kann nur im Rahmen eines Modells, einer Theorie erfolgen. Ohne solche „Hintergründe“ sagen die Ergebnisse kaum etwas aus. Weiter ist jedes Experiment zu planen, also vorweg zu antizipieren und auf ein Ziel auszurichten. Blinde Drauflos-Experimentieren hat höchstens ausnahmsweise und dann zufällig brauchbare Ergebnisse erbracht. Die Planung verlangt relativ stark die Auswertung einer Theorie als Grundlage.

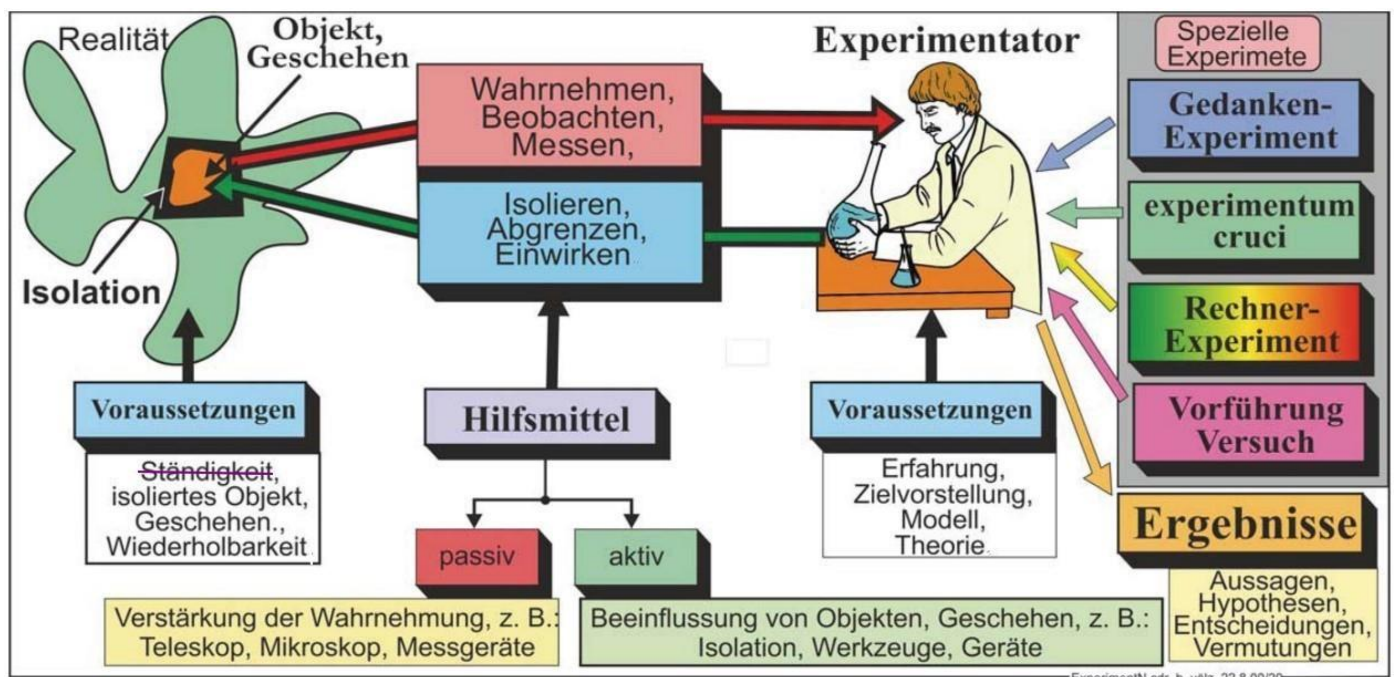


Bild 13. Zusammenhänge beim Experiment

Es gibt einige „Experimente“, die nur sehr bedingt dem Bild 13 entsprechen und daher rechts zusammengefasst sind. So hat Francis Bacon (1561 – 1626) den Ausdruck *experimentum crucis* geprägt. Es soll nur entscheiden, ob die Realität einer Theorie oder Vermutung entspricht oder nicht. Dafür sind jedoch nur wenige Beispiele bekannt. Meist wird der Michelson-Morley-Versuch von 1887 benannt, der entschied, dass es keinen ruhenden Äther gibt, in dem sich die elektromagnetischen Wellen – ähnlich den Schallwellen in der Luft – ausbreiten. Andererseits war sich James Clerk Maxwell (1831 - 1879) nicht bewusst, dass die oszillierenden Ströme seiner Theorie als Strahlung wirksam werden können. Das vermutete jedoch Heinrich Hertz (1857 – 1894) und entwickelte daher seine Versuche.

Das **Gedanken-Experiment** trifft gedankliche Folgerungen ohne Kontakt zur Realität. Als Musterbeispiel gilt hierfür Einsteins Fahrstuhlexperiment und betrifft den Unterschied von schwerer und träger Masse. Die *schwere* wird wirksam, wenn wir z. B. mit einer Federwaage oder auch nur abwägend in der Hand das Gewicht eines Steines bestimmen. Die *träge* Masse spüren wir, wenn wir den Stein werfen, ihn beschleunigen. Einstein wählte dazu gedanklich einen allseitig geschlossenen Aufzug. Dann kann mit keiner Methode entschieden werden, ob die gemessene Masse von einer Schwerkraft (Gravitation) oder einer Beschleunigung des Fahrstuhls herrührt.

Mit der breiten Anwendung der Rechentechnik hat sich auch der Begriff **Computerexperiment** durchgesetzt. Hier werden aber keine Fragen an die Natur gestellt. Auf der Basis von Modellen und Theorien (vorwiegend in Form von Formeln) erfolgen lediglich Rechenvorgänge. Im gewissen Sinne sind es also

„erweiterte“ Gedankenexperimente. Sie sind besonders sinnvoll, nützlich und z.T. auch notwendig, wenn dadurch sonst nicht erreichbare Möglichkeiten erschlossen werden, z. B.:

- in der Wirklichkeit zu schnell (Kernphysik, Ultrakurzzeiteffekte) oder zu langsam (Evolution, Jahrtausende oder länger) ablaufende Vorgänge auftreten. Das Computereperiment ermöglicht hierfür Änderungen des Zeitmaßstabs.
- Geschehen in Räumen oder Entfernungen (Makro- und Mikrokosmos), das in keinem echten Experiment zugänglich ist.
- Vorgänge, die im echten Experiment große Gefahren für Menschen oder die Umwelt (Kernphysik, Genmanipulation) bedeuten.
- Untersuchung von extrem komplexen Zusammenhängen oder an riesigen Datenmengen.

Es gibt sogar **überflüssige Experimente**, die meist nicht leicht zu erkennen sind. So hatten die Chemiker recht früh die Atomtheorie akzeptiert und wandten daher große Mühe zur Bestimmung der Molekulargewichte auf. Hätten sie von der Existenz der Isotope gewusst, wären viele Experimente nicht notwendig gewesen. Auch die mühevoll aufgestellten, umfangreichen Spektralatlanten gehören z. T. dazu. Sie wurden weitgehend durch die Quantentheorie überflüssig. Es ist oft schwierig zu entscheiden, wieweit ein Experiment mit der jeweiligen Theorie übereinstimmen muss. Abert Einstein (1879 – 1955) kämpfte gegen die Verifikation kleiner Effekte. Ihm war der innere Zusammenhang der Grundannahmen wichtiger. Genau wie Ernst Mach (1838 – 1916) hielt er daher gewisse Experimente für überflüssig. Einstein behauptet sogar, dass es immer Experimente geben wird, die auch von der Theorie Abweichendes aussagen und trotzdem der Theorie nicht zu widersprechen brauchen.

Zuweilen wird sogar versucht, das Experiment auf „**parawissenschaftliche**“ Gebiete, wie PSI, Hellsehen, Telepathie, Fernbewegung usw., anzuwenden. Einen guten Überblick hierzu gibt [Ebe91]. Insbesondere zu Rutengängern hat bereits 1932 der Münchener Physiker Walter **Gerlach** (1889 – 1979) erste Versuche, allerdings mit negativem Ausgang, durchgeführt. Immer mehr Experimente wurden dann ab 1936 durchgeführt. Doch bis heute gibt es für „übersinnliche“ Erscheinungen und Erlebnisse keine eindeutigen „Beweise“ durch physikalische Experimente.

Im Laufe der Zeit entstanden Methoden bzgl. der **Gültigkeit von Theorien** und Aussagen. Bereits Aristoteles (384 – 322 v. Chr.) entwickelte hierzu die **Korrespondenztheorie**, die den Zusammenhang von Wahrnehmung und Ideen betrifft. Dabei trennte er zwischen Bezeichnungen, Begriffen und Gegenständen. Denn einzelne Begriffe und Ausdrücke können weder wahr noch falsch sein. Wahr können nur Aussagen sein, die sprachlich in Form von Sätzen auftreten. Als Weiterentwicklung schuf Francis Bacon (1561 – 1626) die **Verifikation**, bei der die gewonnenen Erkenntnisse ausschließlich und immer wieder bestätigt werden müssen. Hierbei traten mehrfach Probleme auf. Deshalb zeigte 1934 Sir Karl Raimund Popper (1902 – 1994), dass unser gesamtes Wissen aus Hypothesen besteht, deren Wahrheit nie sicher ist [Pop34]. Denn Wissen besteht vorwiegend aus **All-Sätzen**, die immer und überall gelten sollen. Das ist aber mit endlich vielen Beobachtungen nicht zu gewährleisten. Deshalb führte er neben der Bewährung und strengen Prüfung die **Falsifikation** ein. Hierbei genügt ein Gegenbeispiel, um die entsprechenden Inhalte für ungültig zu erklären. Die übliche Praxis zeigt jedoch, dass zuweilen dennoch diese Hypothesen weiter benutzt werden, s. o. Einstein. Deshalb schuf 1962 Thomas Samuel Kuhn (1922 - 1996) das **Paradigma** [Kuh67]. Hierunter fasste er die in der aktuellen Wissenschaft vorherrschenden Hypothesen und Theorien zusammen, denen – von Außenseitern abgesehen – die Wissenschaftsgemeinde so lange folgt, bis sich widersprechende Aussagen so stark ansammeln, dass eine Änderung erzwungen wird. Der Umbruch erfolgt meist „gewaltsam“ und ist folgeschwer. Deshalb nannte ihn Kuhn **wissenschaftliche Revolution**. Derartige Probleme trieben z. B. Ludwig Boltzmann (1844 – 1906) in Bezug auf seine heute immer noch voll gültigen statistischen Thermodynamik schließlich in den Freitod. Max Planck (1848 – 1947) stellte hierzu später fest, dass sich eine neue wissenschaftliche Wahrheit normalerweise nicht in der Weise durchzusetzen pflegt, dass ihre Gegner überzeugt werden und sich als belehrt erklären, sondern vielmehr dadurch, dass die Gegner allmählich aussterben und dass die heranwachsende Generation von vornherein mit der Wahrheit vertraut gemacht wird [Pla48].

Obwohl und weil nur die Gegenwart real ist, interessieren uns die **Vergangenheit und Zukunft**, was gewesen war und was sein wird. Aus der gespeicherten Vergangenheit können wir teilweise ableiten, was für die Zukunft nutzbar ist und so das Leben vorteilhafter und sicherer macht. Daher entstanden Berechnungsmethoden, welche Vorhersagen ermöglichen. Sie betreffen u. a. Wetter, Witterung, Wirtschaft, Wahl-

ergebnisse, Gesundheit und Katastrophen. Spezielle Varianten sind Orakel, Astrologie und Prognosen (Latein **prognosis**, im Voraus erkennen). Da die Zukunft offen ist, können, aber müssen sie nicht eintreffen. Prinzipiell ist dabei kein Verstehen nötig. Zuweilen genügt Probieren. Schon die Babylonier benutzten die Fortsetzung von „Zeitreihen“ und 585 v. Chr. sagte THALES eine Sonnenfinsternis richtig voraus, konnte sie aber nicht erklären. So wurde die Voraussage teilweise zum Handwerk. Rezepte sind aber keine Voraussagen, sondern nur Handlungshinweise, wie vor dem Schmelzen ist Erz mit Holzkohle zu vermischen. Für die Auswirkungen einer Prognose sind zwei Fälle zu unterscheiden: Bei Naturgesetzen haben sie keinen Einfluss auf das Geschehen. aber in der Soziologie, wie bei Wahlprognosen können sie sich dagegen auf das folgende Geschehen auswirken. Es gibt auch Beispiele dafür, dass sie sich später als sehr falsche erwiesen.

Prinzipiell gibt es auch *Rückrechnungen*, die aber meist sehr unsicher sind. Das Belegen die Beispiele von **Bild 14**. Zuweilen wird sogar versucht bis zum Beginn zurückzugehen. Das ist besonders unsicher, da dann nichts Gespeichertes vorliegt und es gilt Sokrates' Aussage: „Wir kommen an einen Punkt, wo wir nicht weiter machen können, also werde ich eine Geschichte erzählen“. So bleibt jeder Anfang ungewiss.

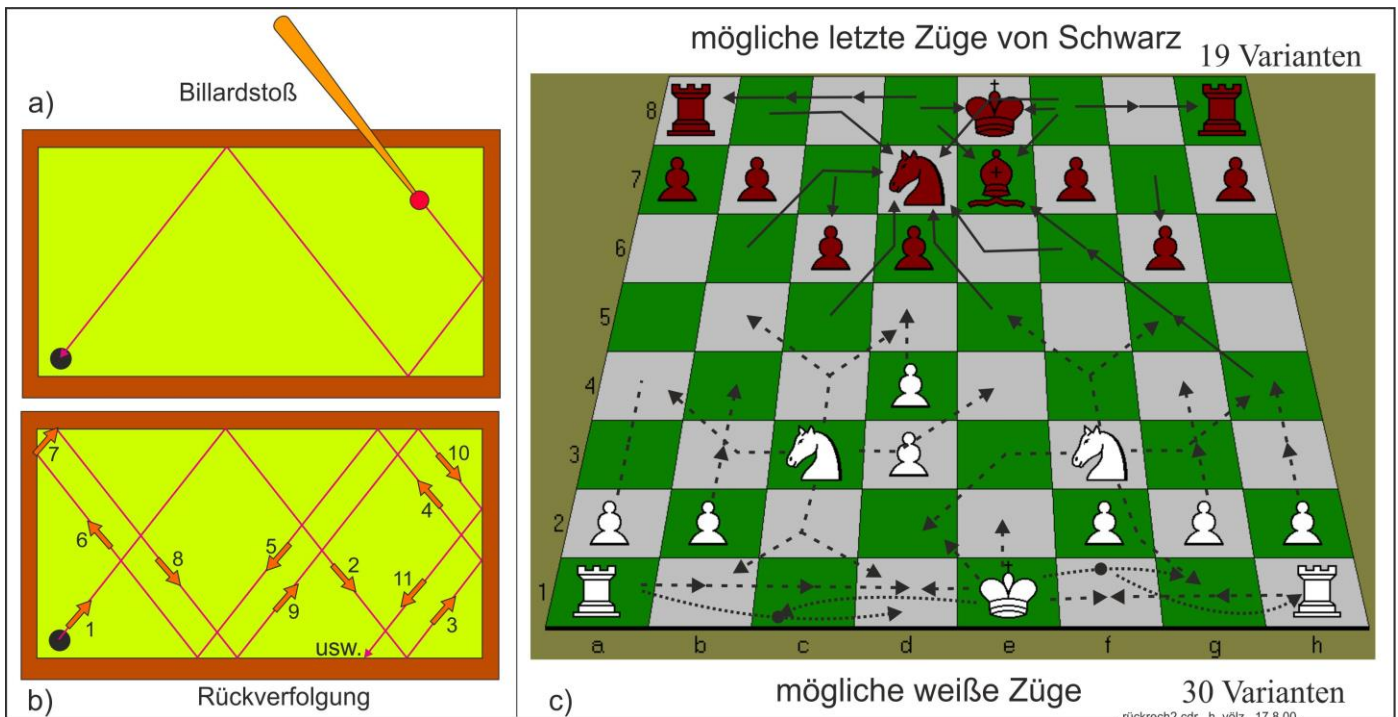


Bild 14. Beispiele für die großen Probleme bei Rückrechnungen ohne Speicherung.

Eigentlich betreffen die Beschreibungen der Realität nur ein ausgewähltes Objekt. Doch die extrem große Anzahl von Objekten verlangt Zusammenfassungen, sodass sie möglichst parallel für *mehrere Objekte* gültig sind. Dies erkannte bereits Wilhelm von Ockham (um 1285 – ca. 1349). Mittels konsequenter und eventuell iterativer Vereinfachung gelang es ihm, höchst komplex erscheinende Zusammenhänge übersichtlich so zu gestalten, dass sie teilweise mehrere Objekte betrafen. Diese Reduzierung wird heute das Ockham'sche Rasiermesser genannt und ist nachher nicht wieder zurückzunehmen. So ermöglicht es, mehrere recht ähnliche Objekte unter einem Begriff zusammenzufassen, und führt zu Klassenbildungen und Oberbegriffen, wie Häuser, Bäume und Pflanzen.

Die Erfassung von Teilen der Realität mittels **Formeln** ermöglicht neben den vielfältigen Detailberechnungen ebenfalls eine komprimierte Darstellung von Teilen der Realität. Denn die benutzten Variablen können dabei durchaus Unterschiedliches bedeuten. So kann eine Formel für das Geschehen in recht verschiedenen Teilen der Realität gleichermaßen gültig sein. Dieser Zusammenhang wird als **Analogie** bezeichnet. Der Begriff geht auf Griechisch **logos** Vernunft, Lateinisch **ana** auf, wieder, aufwärts, nach oben und **analogia** mit der Vernunft übereinstimmend, Gleichmäßigkeit, auch Entsprechung, Ähnlichkeit, Gleichwertigkeit zurück. Es hat sich gezeigt, dass ihre Anwendung für die Intelligenz sehr wichtig ist [Völ20]. In diesem Sinne entspricht die Analogie immer einem Vergleichen.

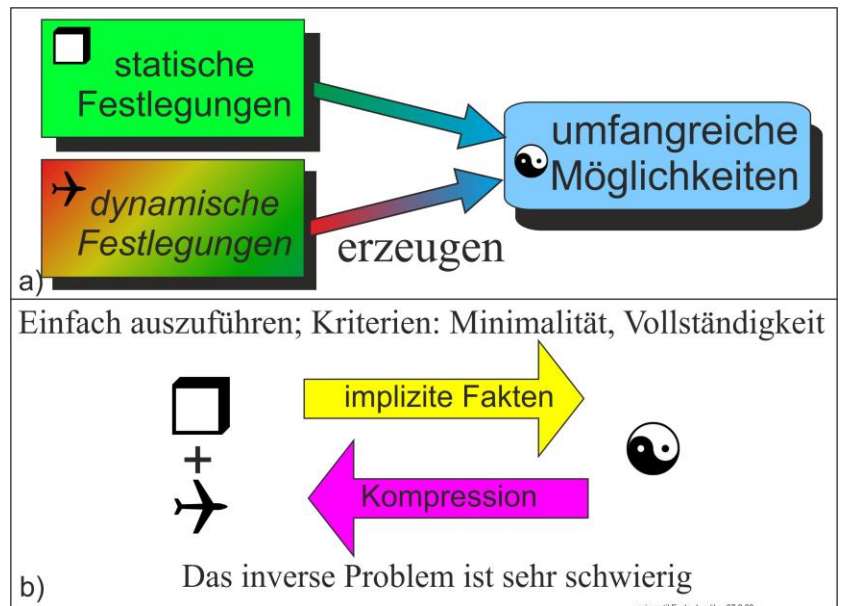
Zur Vereinfachung des **Geschichtenerzählens** (s. o.) erfanden die Griechen eine Vorstufe der Axiomatik: Aus unmittelbar einsichtigen Axiomen $\square$ und Regeln $\rightarrow$ lassen sich folgerichtige Geschichten erzeugen $\odot$. Daraus kann dann das zu Erklärende, Beschreibende relativ selbstständig und bündig abgeleitet werden.

So sind weniger Phantasie und neue Einfälle notwendig. Bald zeigte sich dann aber, dass eine Axiomatik dann besonders wertvoll ist oder gar als „wahr“ gelten kann, wenn sich aus ihr viele Teile der Realität möglichst vollständig und exakt gewinnen lassen. Für eine gute Axiomatik muss dabei **Bild 15** gelten:

1. Die Axiome $\square$ müssen als statische Festlegungen unmittelbar so einleuchtend sein, dass kein Hinterfragen oder gar Beweisen erforderlich erscheint. Sie müssen auch logisch unabhängig sein.
2. Die Regeln $\rightarrow$ sollen möglichst einfach sein und dürfen nicht zu Widersprüchen führen. Sie wirken dynamisch (zeitlich).

Bild 15. Prinzip (a) und (b) Anwendung der Axiomatik

Gewünscht sind auch **Minimalität**: wenig Ausgangsdaten, geringe Komplexität sowie **Vollständigkeit** für alle bekannten, wahrscheinlich auch gültigen, wahren Folgerungen. Dabei muss das Axiom-System **widerspruchsfrei, unabhängig** sein. Infolge der sehr hohen Verdichtung und komplexen Ableitungen wird viel erfasst und beschrieben. Deshalb kann meist ein Mensch den umfangreichen Inhalt nicht vollständig erkennen. Es muss erst alles „ausgewickelt“ werden. So ersetzen wenige Axiome und Regeln viele einzelne und auch abstrakte Zeichen-Objekt-Beziehungen. Neue Axiomaten sind sehr *schwer zu finden*. Daher gelten sie als große **wissenschaftliche Leistungen** und tragen Namen der Wissenschaftler. Typische Beispiele sind: die **Euklidische Geometrie**, **Newton'schen Gesetze** und Einsteins **Relativitätstheorie**. Die folgende Tabelle zeigt einige Beispiele für die umfangreiche Anwendbarkeit der Axiomatik.



Statische Festlegung $\square$	Dynamische Festlegung $\rightarrow$	Gefolgertes Yin-Yang
Axiome	Gesetze, Regeln	Theorie, Fachgebiet
Personen, Wesen	zulässige Handlungen	Geschichten, Erzählungen
Schachfiguren	Schachregeln	Partien
Urgünde	zulässiges Geschehen	Ablauf, Entwicklung
Alphabet	Regeln, Syntax	Sprache
Daten	Methoden	Wissen, Modell
Eingaben	Algorithmen	Ergebnisse

7. Etappen von Geschichte und Wahrheit

Das *Gedächtnis der Geschichte* betrifft die Geschichtsschreibung und damit generell die Speicherung [Völ03] bis [Völ07]. Den Begriff Geschichte gibt es im Deutschen zweifach: Man kann eine (lustige) Geschichte schreiben und erzählen oder Geschichte als Wissenschaft betreiben. Im Englischen ist die Unterscheidung eindeutig: *story* und *history*. Die Inhalte der wissenschaftlichen Geschichtsschreibung wollen und sollen das damalige Geschehen exakt erfassen, beschreiben und erklären. Daher stimmt sie mit den anderen, vorwiegend betont subjektiven Gedächtnissen nur noch darin überein, dass sie ebenfalls die Vergangenheit betrifft. Sie benutzt nur noch vorhandene Aufzeichnungen, die fast immer nur von der führenden Klasse angelegt wurden und damit das damalige Leben der meisten „Bürger“ fast nie berücksichtigt. Die so auftretenden Schwierigkeiten drückt Jacques Le Goff (1924 – 1996) deutlich in den folgenden drei Zitaten aus [Gof99], S.142, 145,160:

Geschichte will objektiv sein und kann es nicht. Sie will wieder zum Leben erwecken und kann nur rekonstruieren. Sie will Dinge gegenwärtig machen, doch muss zugleich ihre Distanz und die Größe der historischen Entfernung wieder herstellen.

Die Vergangenheit ist ein Konstrukt und wird fortwährend neu interpretiert, dabei bildet die Zukunft einen integralen und Bedeutung stiftenden Bestandteil von Geschichte.

Geschichte ähnelt einem Roman. Sie besteht aus Intrigen.

In diesem Buch geht es aber nur um einen „Seitenzweig“ der Geschichte, nämlich um unsere **Erkennung, Beschreibung und Beeinflussung der Realität**. Dabei sind vier große Etappen zu unterscheiden:

- a. Die **Realität** besteht aus Stoff und Energie, die wahrnehmbar und beeinflussbar sind. Später werden zusätzlich Messen und Experimentieren mit speziellen Werkzeugen ergänzt und auch neu Geschaffenes, wie Häuser, Kleidung usw. hinzugefügt.
- b. Mittels der **Semantik** werden die originalen Objekte und das Geschehen durch **Zeichen** „ersetzt“. Dabei entsteht vor allem Sprache, aber auch Bilder, Figuren, Gesten usw. werden benutzt. So wird der Aufwand zur gemeinsamen Kommunikation sehr viel geringer und außerdem ist der überbrückbare Raum größer.
- c. Die **Speicherung** von Sprache, Bildern, Figuren und indirekt beim Werkzeug und vieles mehr bis zur Elektronik bewirkt eine gewaltige Erweiterung der Realität. Außerdem ermöglicht sie Vergangenes für die Aktualität zu erhalten und erweitert so das Erkennbare. Zusätzlich entsteht ein Wahrnehmen von Zeit, die aber keine eigentliche Realität besitzt.
- d. Die Zeichen, die Sprache und das inzwischen entstandene beachtliche Gedächtnis ermöglichen **Gedanken**. Sie sind zunächst nur im Bewusstsein (Gedächtnis) verfügbar, werden daher auch nur individuell (auch für die Erkenntnis) benutzt. Sehr bald können sie auch über die Zeichen anderen mitgeteilt und dann mit ihnen diskutiert werden. Da die Gedanken primär nur im Gedächtnis vorhanden sind, müssen ihre Inhalte – genauer deren denkbare Originale – nicht in der Realität existieren. So können ihnen auch völlig neue, frei angenommene Eigenschaften zugeordnet werden. So entsteht zusätzlich eine „virtuelle“ Welt.

Zumindest in teilweise anderer Reihenfolge gewinnen wir unsere Kenntnisse über die Wahrheit bzgl. der Realität. Dabei sind auch die vielen Mängel, ja Widersprüche, Paradoxa usw. bei den vorangegangenen wissenschaftlichen Untersuchungen zu berücksichtigen. So entsteht schließlich die Frage, ob es überhaupt völlige Fehlerfreiheit gibt oder gar geben kann. Dazu werden absichtlich **drei** Stufen eingeführt, um so die übliche Zweiteilung gemäß Ja/Nein zu vermeiden (vgl. hierzu auch *digital*, ab S. 26):

Die 1 Stufe betrifft die heute als gültig angenommene Entwicklung bis kurz vor dem ersten Erscheinen des Menschen. Hier findet all jenes statt, **was nach den Naturgesetzen möglich ist**: Elementarteilchen vereinigen sich zu Atomen, Molekülen und chemischen Strukturen. Dann entstehen Pflanzen und Tiere. Im Sinne der Evolutionstheorie überleben und vermehren sich vor allem die „fittesten“ Varianten. Die anderen sind weniger effektiv. Ob dafür aber Mängel, Fehler usw. die Ursache sind, muss bezweifelt werden. Sie haben sich anders entwickelt und nehmen daher in ihrer Anzahl ab oder sterben teilweise, wohl durchaus berechtigt.

Die 2. Stufe schafft den Menschen und damit seine **Sprache**. So setzt er sich mit dem bisherigen Geschehen und seinen Einflussmöglichkeiten auseinander. Mittels seiner Sprache wird es ihm besonders deutlich, wie er „erfolgreicher“ und besser (effektiver, lustvoller usw.) leben kann. Dabei entsteht die Wissenschaft mit möglichst genauer Beschreibung des Geschehens und den denkbaren Verbesserungen. Doch bei diesen Betrachtungen werden immer wieder auch Mängel, ja Fehler deutlich, so wie sie in den vorangegangenen Beschreibungen der Realität dargestellt sind. Hierbei könnte die Meinung auftreten, dass ihre Vielzahl darauf hindeutet, dass sie prinzipiell unvermeidbar und deshalb bestenfalls etwas zu verringern sind. Die Sprache als Ersatz für die Realität (Semiotik) ist häufig zu ungenau. Das wird noch zusätzlich durch Zusammenfassungen von Begriffen, Klassenbildungen, Axiomatiken usw., aber auch durch ungenügende oder gar fehlende Definitionen verstärkt.

In der **3. Stufe** gibt es Ansätze, welche die genannten Mängel vermeiden und so Neuartiges ermöglichen. Dabei wird indirekt Sprache (zuweilen auch ein Bild usw.) *in völlig ungewohnter Weise*, nämlich nur als „**Gedanke**“ und oft *ohne inhaltlichen Bezug zur Realität* und den üblichen sprachlichen Begriffen, genutzt. Es werden neue „Begriffe“ (teilweise auch nur Laute oder Wörter) ohne irgendeinen Bezug zur Realität mit bestimmten Eigenschaften und dazugehörenden Regeln so gebildet, dass bei Ableitungen möglichst kein Widerspruch entstehen kann (vgl. auch Axiomatik). In [Völ22] habe ich das bereits geistige Spitzenakrobatik genannt. Doch genau das wird in der üblichen Literatur nicht herausgehoben, sondern einfach der üblichen realitätsbezogenen Sprache zugeordnet. (vgl. oben d). Indirekt betonte das jedoch bereits René Descartes (1596 – 1650) in Bezug auf den grundlegenden Zweifel, und zwar mit dem Ergebnis: „*cognito ergo sum*“ (Ich denke also bin ich).

Ein Gedanke wird gedacht oder ist das Denken an etwas: Meinung, Ansicht, Einfall, Vision, Begriff oder Idee. Das geschieht im Bewusstsein des Menschen und existiert primär nicht in der Realität. Dabei werden der subjektive (individuelle) und der objektive (allgemein gültige) Gedanke unterschieden. Das wurde besonders gründlich durch mehrere Arbeiten von Friedrich Ludwig Gottlob Frege (1848 – 1925) ausführlich behandelt, u. a. [Fre79]. Bei ihm sind objektive Gedanken ein wesentlicher Gegenstand der Logik. Sie sind aber weder Dinge der Realität (Außenwelt) noch von (*inhaltlichen* H.V.) Vorstellungen. Ihnen muss daher ein drittes Reich zuerkannt werden. Genau das erfolgt nun hier insbesondere zum Vermeiden von Widersprüchen, Paradoxien usw. Eine politisch betonte Auffassung dazu benutzt das bekannte Volkslied:

Die Gedanken sind frei, wer kann sie erraten?
Sie fliehen vorbei wie nächtliche Schatten
Kein Mensch kann sie wissen, kein Jäger erschießen
Es bleibt dabei: die Gedanken sind frei!

Was sind nun *nächtliche Schatten*? Hier sind offensichtlich die *objektiven* Gedanken gemeint. Über sie verfügen mehrere Menschen gleichartig und selbst wenn einer „erschossen“ wird, sind sie bei den anderen noch erhalten. Da sie nur im Bewusstsein verfügbar existieren, müssen sie dort und nur dort eine stofflich-energetische Grundlage haben. Doch genau dazu und zur Information gibt Norbert Wiener (1894 – 1964) einen wichtigen mittelbaren Hinweis [Wie48], S. 192:

*„Trotzdem ist die Energie, die für eine einzelne Operation verbraucht wird, beinahe verschwindend gering und bildet nicht einmal ein angemessenes Maß der Funktion selbst. Das mechanische Gehirn scheidet nicht Gedanken aus »wie die Leber ausscheidet«, wie frühere Materialisten annahmen, noch liefert sie diese in Form von Energie aus, wie die Muskeln ihre Aktivität hervorbringen. Information ist Information, weder Stoff (im englischen Original **matter** H.V.) noch Energie. Kein Materialismus, der dieses nicht berücksichtigt, kann den heutigen Tag überleben.“*

Doch wie wir heute wissen, gehört dazu eine – wenn auch vergleichsweise sehr kleine – Energiemenge, genauer die des Informers (Informationsträger der Information s. [Völ17]). Sie beträgt:

$$\frac{E}{\text{Bit}} \geq k \cdot T \cdot \ln(2).$$

Bei 300 K (□ Zimmertemperatur) ergeben sich $\approx 3 \cdot 10^{-21}$ J $\cong 5 \cdot 10^{11}$ Hz $\cong 5 \cdot 10^{-22}$ cal $\cong 26$ mV. Genau dies lässt sich informationstheoretisch und quantentheoretisch herleiten [Völ82] S. 43. Das bedeutet aber noch nicht, dass dadurch inhaltlich eine definierte Realität vorliegt. Der dazugehörige Inhalt in der Realität betrifft aber nicht diese Energiemenge, sondern nur die Art und Weise ihrer konkreten Anwendung in der Realität. Ansonsten bleibt von ihr auch nicht mehr als ein „Gedanke“. Das wird noch deutlicher durch das Urteil für Lukull in der „Verurteilung von Lukullus“ bei Bertolt Brecht (1898 – 1956): „Ins Nichts mit ihm!“. Wo, was, wie usw. ist das „Nichts“? Doch wegen der beachtlich vielen Mängel bei den üblichen Aussagen zur Realität sei hier ein Zitat von Karl Steinbuch (1917 - 2005) ergänzt [Ste72] S. 460:

„Wenn wir unser Denken als Äußerung informationeller Strukturen verstehen, dann ist es selbstverständlich, daß es quantitativ beschränkt ist. Man kann mit dem endlichen Gehirn nicht das unendliche Universum abbilden. Die Benutzung vereinfachender Denkmodelle, die wenigstens ein partielles Verständnis ermöglichen, ist ein notwendiger Trick des Denksystems, mit Sachverhalten fertig zu werden, die seine Kapazität eigentlich überschreiten.“

Wenn sich deshalb in der modernen Philosophie Toleranz gegenüber dem theoretischen Pluralismus entwickelte, so sollten wir darauf nicht allzu stolz sein, es ist ein Eingeständnis unseres unzureichenden Gehirns, nicht mehr. Die Realität ist nicht pluralistisch, nur unser Verständnis ist ein Flickenteppich. Wir sollten deshalb auch nicht die Nähte zwischen den einzelnen Flecken vertiefen.“

Hierzu wären jedoch noch einige Möglichkeiten zu prüfen: Einmal sind mehrere Objekte, wie Elektronen, Atome usw. in riesiger Anzahl (vielleicht Googolplex) vorhanden. Daher könnte es genügen, sie nur einmal zu erfassen und zu erklären. Aber die ständigen Wechselwirkungen zwischen ihnen könnte auch fortlaufend Neues entstehen lassen, was wieder komplizierend wirken würdet. Andererseits ist zu prüfen, wieweit durch die beachtlich vielen verlustfreien Komprimierungen (s. [Völ01]) sowie durchaus mögliche Axiomatiken Mängel im Teppich ausgebessert werden können. Hier sind sicher noch Fortschritte erreichbar.

Doch hier sei noch weiter auf die Gedanken eingegangen. Sie können weitgehend den Begriffen zugeordnet werden und zwar selbst dann, wenn ihr Inhalt betont abstrakt ist und auch nicht in der Realität vorkommt. Dabei sind zu unterscheiden:

- Sprachliche Begriffe, die ein Wort benutzen.
- Averbale Begriffe, die durch einen Laut, Klang oder Bild gekennzeichnet sind und daher meist nur individuell nutzbar sind.
- Jeder Begriff besitzt eine Bedeutung, den Sinn des Wortes, der aber nicht in der Realität existieren muss.
- Folglich gibt es auch sinnfreie Begriffe, Wörter usw. Genauso verwendete Kurt Tucholsky (1890 – 1935) einmal zu einem Oberkellner: „Kann ich bei Ihnen repunsieren?“ "Selbstverständlich", buckelte der Kellner: "Es sind acht Halbe und vier Schnäpse." [Tuc28]

Insgesamt können aber einem neuen Begriff (Wort usw.) frei Inhalte und Regeln so zugeordnet werden, dass bei deren Anwendung kein Widerspruch entstehen kann. Das wird noch genauer im Abschnitt „Zahlen 2“ und den dazugehörigen Regeln behandelt. Indirekt weist hierauf deutlich Einstein hin:

„Die Mathematik genießt vor allen anderen Wissenschaften ein besonderes Ansehen, ihre Sätze sind absolut sicher und unbestreitbar, während die anderen Wissenschaften bis zu einem gewissen Grad umstritten und stets in Gefahr sind, durch neu entdeckte Tatsachen umgestoßen zu werden.“

Dazu ergänzt sei noch eine Aussage von Tobias Danzig [Bar94], S. 418:

„Man könnte den Mathematiker mit einem Modeschöpfer vergleichen, der überhaupt nicht an Geschöpfe denkt, dem seine Kleider passen sollen. Sicher, seine Kunst begann mit der Notwendigkeit, solche Geschöpfe zu bekleiden, aber das ist lange her; bis heute kommt gelegentlich eine Figur vor, die zum Kleidungsstück passt, als ob es für sie gemacht sei. Dann sind Überraschung und Freude endlos!“

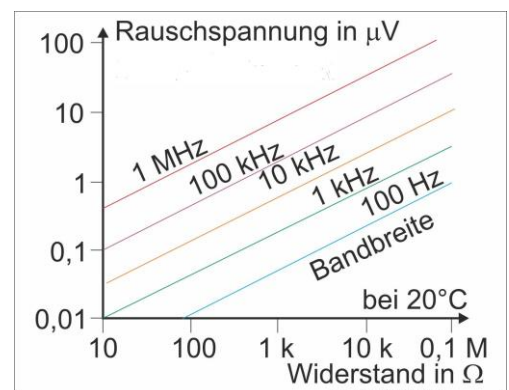
Ein Beweis dafür ist die Matrizenrechnung. Sie wurde 1850 von Sylvester rein theoretisch, also völlig unabhängig von jeglicher Anwendung und Realität, eingeführt und blieb längere Zeit unbeachtet. Ohne von ihr zu wissen, benutzte ihre Regeln dann 1925 Werner Karl Heisenberg (1901 – 1976) für seine Matrizenmechanik, also sogar in Bezug zur Realität. Erst sein Lehrer Max Born (1882 – 1970) wies ihn im Nachhinein darauf hin.

Zum Abschluss dieses Kapitels sei nur noch auf den letzten Satz des „Tractatus logico-philosophicus“ von Ludwig Wittgenstein (1889 – 1951) hingewiesen: **„Worüber man nicht sprechen kann, darüber muss man schweigen“** [Wit60]. Hiermit wollte er sogar das Ende der Philosophie einläuten. Es gibt nämlich recht viele Hinweise zum semiotischen „Missbrauch“ von Wörtern (auch Lauten und Bildern) als (angeblichen) Verweis auf eine nicht vorhandene Realität. Sie sind dann oft leer, benutzen zuweilen einen Gedanken, eine Idee (s. oben (d) und die spätere 3. Stufe). Entsprechende Wörter in Bezug auf Geld, Macht, Ideologie, Märchen, Götter, Ideen, Visionen, Geister, Teufel, Religion usw. sind leicht zu finden.

8. Probleme der Digitaltechnik

Auf Seite 5 ist u. a. auf die Ja/Nein-Fragen und deren Probleme mit den teilweise bedingten Antinomien, Paradoxien usw. eingegangen. Seit der breiten Anwendung der elektronischen Rechentechnik sind Ja/Nein zu einer der wichtigsten Grundlagen der technischen Weiterentwicklung geworden. Doch Ja/Nein entspricht eigentlich zwei sich gegenseitig ausschließenden Zuständen, wie wahr/falsch, ein/aus, **grün/rot**, fahren/halten usw. jedoch nicht Zahlen. **1** und **0** sind folglich nur Zeichen dafür im Sinne der Semiotik. Jede Technik fordert aber eine fehlerfreie Funktion. Sonst ist sie defekt. Besonders ausgeprägt gilt das für die Digital- und die dazu gehörenden elektronische Rechentechnik. Sie fordern daher eindeutiges Ja/Nein bzw. **1** und **0** als je ein „störfreies“ elektrisches Signal bzw. einen entsprechenden energetischen (Speicher-) Zustand. Doch leider existieren bei allen elektrischen Signalen immer unvermeidliche, wenn auch meist sehr geringe Störsignale.

Unvermeidlich ist immer das thermische (Widerstands-) Rauschen infolge thermodynamisch hervorgerufener statistischer Bewegung der Ladungsträger (Elektronen usw.). Es ist breitbandig „weiß“, besteht also aus sehr vielen Frequenzen. Mit der Boltzmann-Konstante $k=1,38 \dots 10^{-23}$ Ws/grd, Bandbreite B und absoluten Temperatur T gilt für die Rauschleistung $P_r = \cdot T \cdot B$. An einem Arbeitswiderstand R entsteht so die gemittelte Rausch-Spannung:



$$\bar{U}_r = \sqrt{P_r \cdot R} = \sqrt{k \cdot T \cdot B \cdot R}.$$

(s. Bild linke Seite)

Doch es gibt viele weitere Störungen, wobei die wesentlichen in **Bild 16** erfasst sind. Auch wenn deren Daten teilweise bereits vor mehreren Jahren ermittelt wurden, so sind sie immer noch – zumindest in der Tendenz – richtig. Allein durch viele neue „Zivilisationsstörungen“, wie Fernsehen, drahtlose Telefonnetze und Industrieanwendungen haben sie insgesamt erheblich zugenommen.

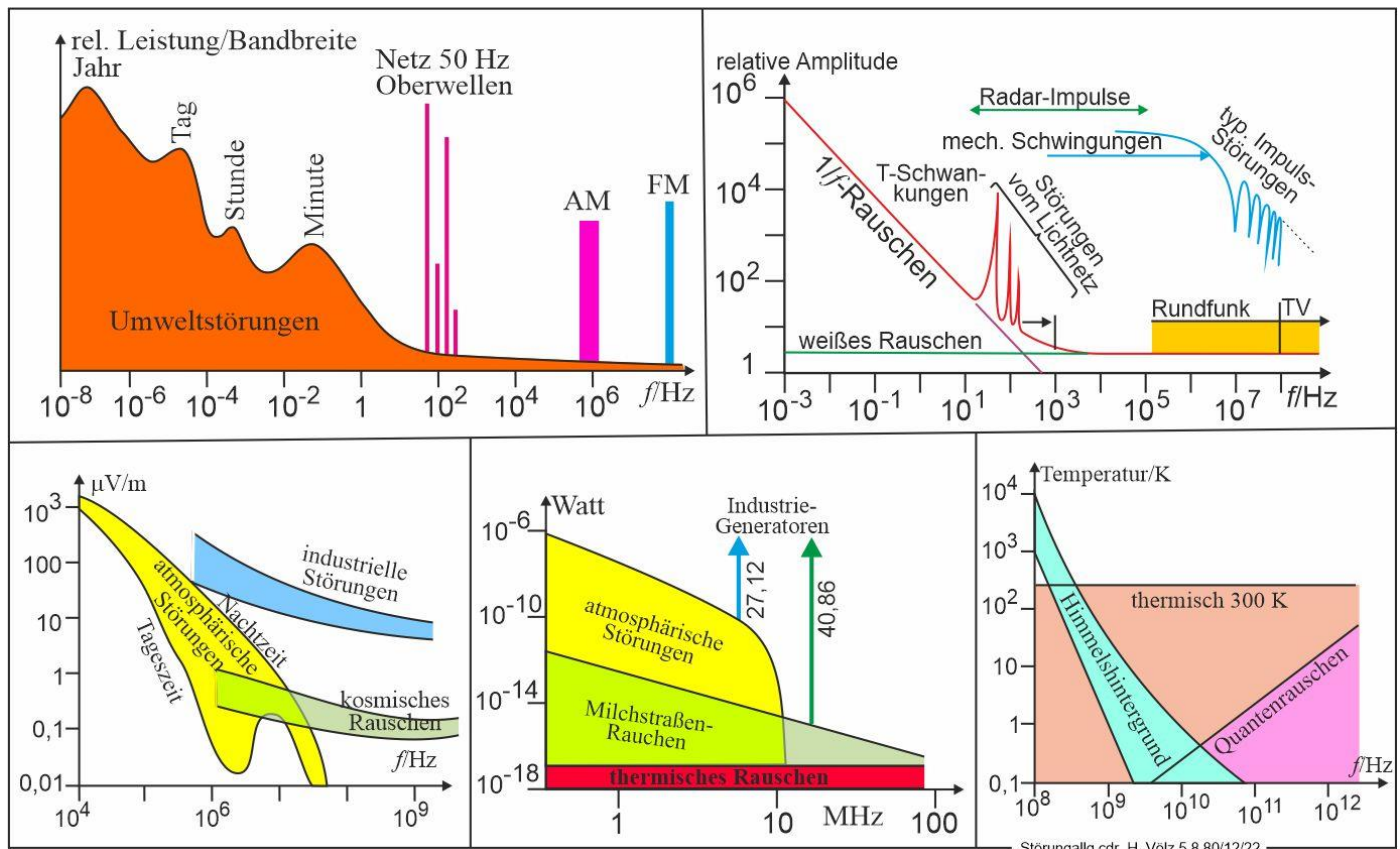
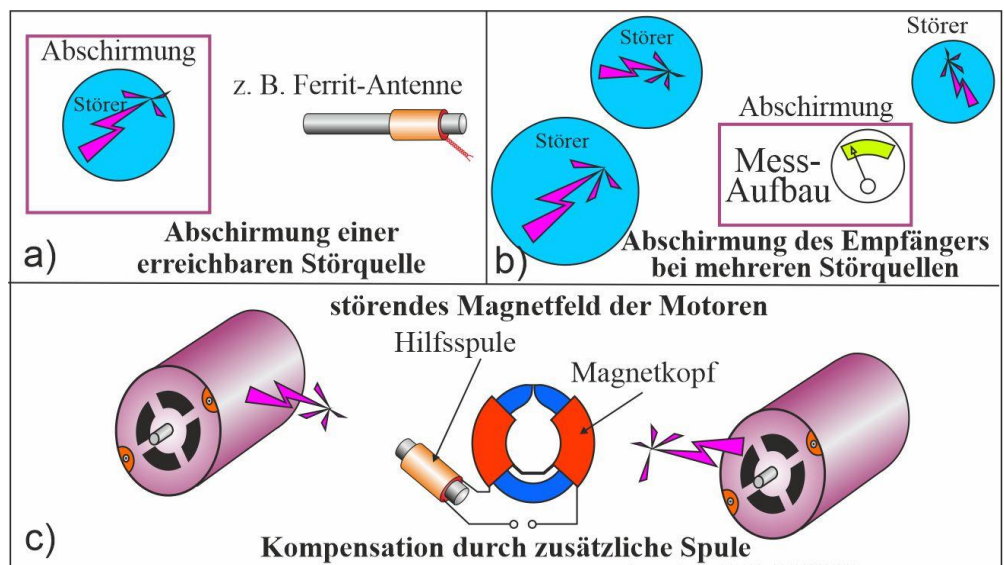


Bild 16. Versuch einer Zusammenfassung der elektrischen Störsignale (darüber thermisches Rauschen).

Daher müssen meist einzelne oder möglichst alle Störungen deutlich verringert werden. Das kann durch eine aktive (a) oder passive (b) Abschirmung und/oder mittels einer Kompensation (c) erfolgen (**Bild 17**). Dennoch bleibt jedes Signal immer mit Gauß-Verteilung (**Bild 11b**) etwas gestört.

Bild 17. Die drei typischen Wege zur Reduzierung von Störungen. c) Beispiel beim magnetischen Speichern.



Für viele Anwendungen müssen die gewünschten digitalen oder diskreten Signale aus kontinuierlichen abgeleitet werden. Deren Signale fast immer einer Gauß-Kurve aufweisen. Die entsprechenden Zusammenhänge zeigt **Bild 18**. Bei a) sind die diskreten Werte 0, 1 und 2 noch relativ sicher zu gewinnen. Jedoch absolut sind Fehler (Unsicherheiten) nicht zu vermeiden. Deutlich komplizierter wird es, wenn aus zwei unterschiedlichen kontinuierlichen Signalen die digitalen Werte **0** bzw. **1** gewonnen werden sollen (b). Dann treten immer Fehler mit einer berechenbaren Fehlerrate auf. Ein wenig vorteilhafter wirken sich die logons

unserer Wahrnehmungen aus (c), vgl. Bild 5b und c. Sie besitzen nämlich „breitere“ also weniger streuende Werte. (Mehr zu kontinuierlich, diskret und digital s. ###).

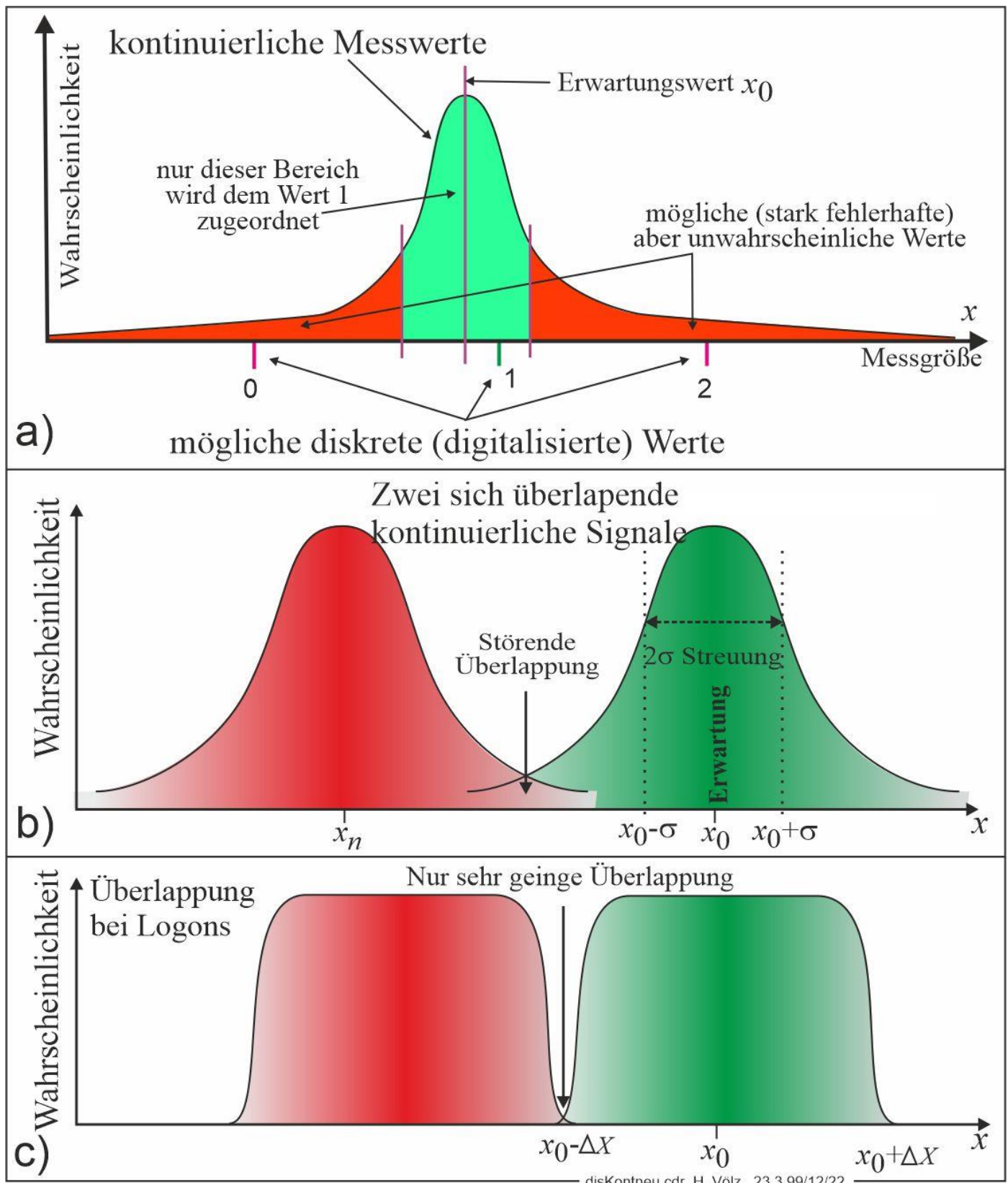


Bild 18. Die verschiedenen Übergänge von kontinuierlich zu diskret oder digital.

Um bei der Digitaltechnik die Fehlerrate für **1** und **0** möglichst gering, sind drei Festlegungen vorhanden. Das zeigt die Mitte von **Bild 19a** für die TTL-Technik:

- Für die beiden Werte **0** und **1** ist ihr eigener Toleranzbereich rot bzw. grün festgelegt (b).
- Zwischen beiden Bereichen besteht zusätzlich ein verbotener Bereich (gelb).
- Alle drei Werte sind für das digitale Ein- und Ausgangssignal etwas unterschiedlich.

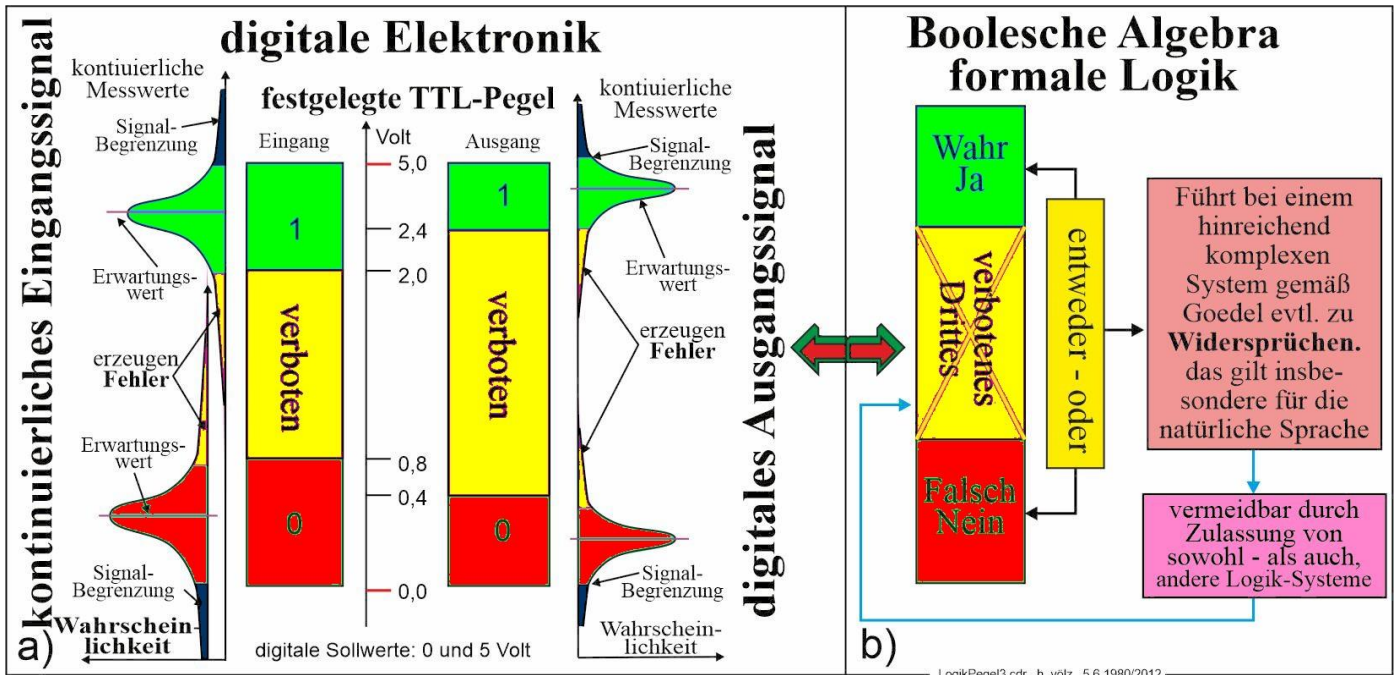


Bild 19. Die übliche Digitalisierung im Vergleich zur Logik.

Die beiden kontinuierlichen Eingangssignale für die Digitaltechnik besitzen meist auch eine Gaußkurve und können dadurch auch Werte außerhalb der beiden zulässigen Toleranzbereiche annehmen (links in a). Dabei können jene $>5\text{ V}$ und $<0\text{ V}$ durch Begrenzungen unwirksam gemacht werden (schwarz). Jedoch die Werte zwischen $0,8\text{ V}$ und $2,0\text{ V}$ werden Fehler bewirken. Durch weitere (andere) Störungen können auch an der Ausgangsseite der TTL-Schaltung fehlerhafte TTL-Werte bewirkt werden. Beide Effekte zusammen bestimmen schließlich die auftretende Fehlerrate. Sie kann zwar durch Fehlerkorrekturverfahren weiter reduziert werden. Aber ein Fehlerwert Null ist auch damit nicht zu erreichen [Völ01]. Eine kleine wahre Begebenheit ist hier wohl nützlich. Sehr schnell werden von den Entwicklern extrem kleine Fehlerraten gefordert und das, obwohl sie nur sehr schwer herzustellen und nur sehr zeitaufwendig zu bestimmen sind. Wie dem auszuweichen ist, zeigte sich bei unserer Entwicklung des Kosmosspeichers für die internationale Mission zum Marsmond Phobos 1980. Es wurde eine Fehlerrate von 10^{-10} gefordert. Allein ihre Messung hätte Monate gedauert und so gab es umfangreiche und langwierige Diskussionen. Dem setzte jedoch mein junger Entwickler für die Elektronik Horst Voigt raffiniert ein Ende. Er verpflichtete sich für seinen Teil die Forderung erfüllen, verlangte aber, dass die Fordernden zunächst das notwendige Messgerät liefern müssten. Damit erstarb die weitere Diskussion darüber.

Aus dieser Sicht ist es erstaunlich, dass bei der Logik Fehler (Widersprüche) nie auftreten sollen. Für die entsprechenden Zusammenhänge gilt **Bild 20**, in dem zur besseren Anschaulichkeit die einzelnen ein- und zweistelligen Operationen durch je eine Blackbox realisiert sind. Deren Bedienung erfolgt über Tasten x bzw. x_1 und x_2 . Je nach dem Tastendruck ändert sich dann die Anzeige des Lämpchens, (ein bzw. aus) was jeweils die rechten Teilbilder veranschaulichen. Das geschieht immer völlig fehlerfrei. In diesem Sinne arbeiteten die Relais-Computer auch praktisch fehlerfrei. So teilte mir Wilhelm Kämmerer (1905 – 1994) u. a. mit, dass sie bei der OPREMA in Jena zunächst 2 gleiche Rechner immer parallel betrieben. Da aber nie Fehler auftraten, schalteten sie sehr bald beide zu einem leistungsfähigeren zusammen. Bei den Tasten bzw. den Telegrafienrelais können keine externen Störsignale wirksam werden. Die Kontakte sind entweder ein oder aus, mit dem Widerstand von praktisch Null oder „unendlich“, aber nichts dazwischen. Sie können nur selbst defekt werden. Dann erfolgt ein Totalausfall. Das berichtete erstmals Grace Brewster Murray Hopper (1906 – 1993), die auch seit 1945 ganz wesentlich COBOL entwickelt hat und als Programmierer im Stab des Mark II (Relais-Rechner) tätig war. Gemäß [Sho85] S.52 berichtete sie über den ersten „bug“, der ein Relais durch eine zerdrückte Motte nicht mehr arbeiten ließ:

"In dem Relais, und es waren große Relais - befand sich eine Motte, die durch das Relais totgedrückt worden war. Nun hatte Commander Howard Aiken die Angewohnheit, hereinzukommen und zu sagen: "Macht ihr wieder Zahlen?" Wir brauchten eine Entschuldigung, wenn wir keine Zahlen machten. Von da an sagten wir ihm, wenn wir keine Zahlen machten, dass wir beim Debuggen-Entwanzen des Computers seien."

kombinatorische Funktionen und Schaltungen					
YES (on)			leuchtet = ein		
NOT (off)			geht aus		
AND			bei beiden ein		
OR			bei einer oder beiden ein		
NAND			bei beiden aus		
NOR			bei mindestens einen aus		
XOR			bei nur einer ein		

Bild 20. Überblick zu den logischen Funktionen.

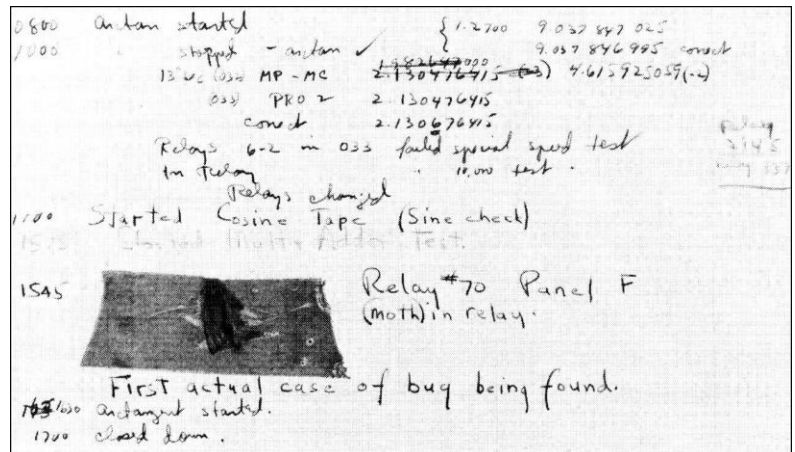


Bild 21. Aus dem Logbuch mit der aufgeklebten Motte abgebildet in [Sho85] S.53.

Nach diesen Betrachtungen ist es nicht verständlich, wodurch bei logischen Ja/Nein-Fragen so viele Paradoxien entstehen. Offensichtlich sind sie dann mit unscharfen Begriffen gestellt worden. Vgl. hierzu S. 5ff. und dortiges Zitat von Frege. Hier noch drei Beispiele:

Wann wird aus einer Anzahl von Körnern ein Haufen?

Wann macht ein zusätzlicher Pfennig einen armen Mann zu einem reichen?

Bei welchem Filmbild wird aus einer Kaulquappe ein Frosch?

Für eindeutige J/N-Antworten müssen entsprechend beantwortbare Fragen gestellt werden. Das nutzt z. B. die Justiz indem sie zunächst *schuldig* oder *nichtschuldig* entscheidet und dann das differenzierte Strafmaß erst deutlich später festlegt. Aus diesen Gründen wird in Bild 19b das Analogon zu den digitalen Fehlern in a) mit dem „entweder - oder“ und den zugehörigen Erklärungen für die Widersprüche und das durchgestrichene „verbotenes Drittes“ durchaus verständlich. Hieraus ergeben sich einige Probleme bei der zu breiten Anwendung der Digitaltechnik. Solange dort nur Berechnungen, Statistiken usw. geschehen, kann es keine Probleme geben. Erfolgen jedoch Betrachtungen mit nicht eindeutig definierten Begriffen, Insbesondere für Entscheidungen, so können auch hier Mängel bis Fehler auftreten. Sie können sich auch dann besonders deutlich auswirken, wenn im Internet, auf Mobiltelefon, in den sozialen Medien usw. nur kurz eingesehen wird, dabb zuweilen sogar ohne Verständnis oder Wiederholung. So oft nichts verstanden oder gar im Gedächtnis behalten (s. GG S. 9). Diese Tendenz wirkt sich bereits auf den mittleren IQ (Intelligenz-Quotienten aus, Details [Völ20]. Den typischen Verlauf mit einigen Ergänzungen zeigt **Bild 22**. Für den sehr wahrscheinlichen, zweiten Abfall fehlen jedoch noch aktuelle Daten.

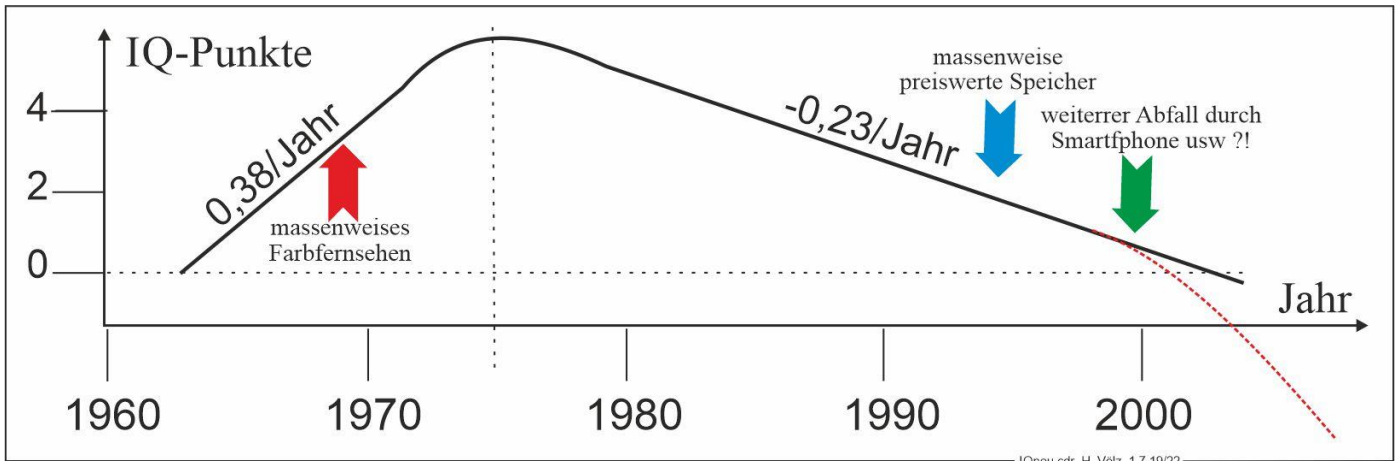


Bild 22. Durch breite angelegte internationale Untersuchungen gewonnener Verlauf des IQ.

9. Umgang mit Zahlen, Teil 2

Zahlen sind äußerst wichtige Begriffe und Bezeichnungen in fast allen Gebieten und sind sogar bereits im täglichen Umgang unvermeidbar. Dennoch existieren sie nicht in der Realität, sondern werden nur gedanklich und als Bezeichnungen benutzt. Die Zusammenhänge ihrer etwa zehn Varianten sind in **Bild 23** dargestellt. Von ihnen wurden im Abschnitt 5 nur die *natürlichen Zahlen* von 1 bis zu vielen Tausend (eigentlich sogar bis zu Googolplex) für das Zählen und für Ordnungen (als Ordnungszahlen) eingeführt. Ohne Begründung wurden bisher die reellen Zahlen (im Gleitkommaformat) beim Messen und in fast allen Bildern entsprechend ihrem allgemein „üblichen“ Gebrauch benutzt. Hier werden nun alle Varianten mit ihren spezifischen Eigenschaften und zulässigen Anwendungsgrenzen systematisch erklärt. Für ihr Entstehen und die spezifischen Anwendungen, sind die mathematischen Zusammenhängen entsprechend den Möglichkeiten der Tabelle auf Seite 14 entscheidend. Hinzu kommen aber noch die Winkelfunktionen Sinus, Cosinus und Tangens sowie die imaginäre Einheit $i = \sqrt{-1}$. Für das *Entstehen* und die Benutzung der verschiedenen Zahlen war die besonders lange Zeit von etwa einer Million Jahre erforderlich. Das wird durch den Vergleich mit der Sprach- und Schriftentwicklung in Bild 8 besonders auffällig und weist auf die vielen Probleme hin. Ergänzt sei noch, dass binäres **0** und **1** der Logik (s. letzter Abschnitt) eigentlich nicht zu den Zahlen gehören, sondern zwei Zuständen für eine Entscheidung entsprechen. Dennoch wird zuweilen etwas nachlässig vom binären Zahlensystem gesprochen.

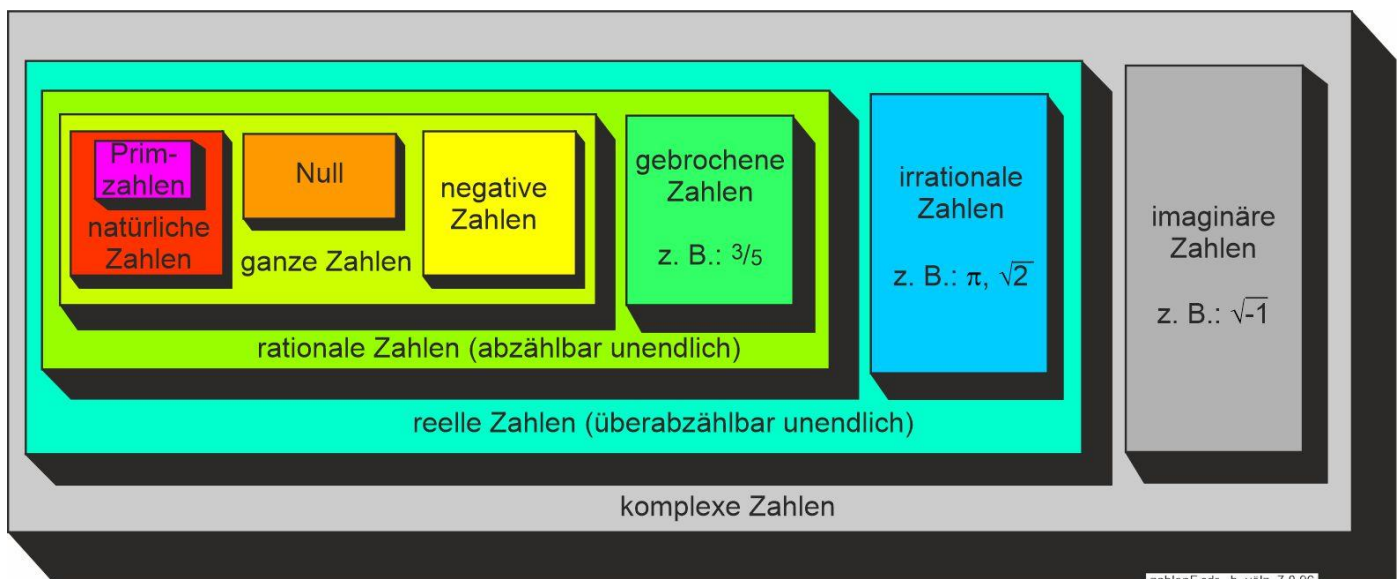


Bild 23. Abgrenzungen und Zusammenhänge bei den Zahlen.

Die *natürlichen Zahlen* sind (s. o.) positiv und ganzzahlig. Zu ihnen gehört auch die magische 7 (s. o.) und ein Teil von ihnen kommt als Anzahl in der Realität bei Atomen usw. vor. (s. o.). Dabei gibt es keine größte Zahl, denn zu jeder Zahl kann zumindest 1 addiert werden. Daher wird ihre Menge als *abzählbar unendlich* bezeichnet, was jedoch wegen der verfügbaren Zeit prinzipiell unerreichbar ist. Bei ihrer Anwendung entsteht Paradoxes. Das hat David Hilbert (1862 – 1943) mit seinem Hotel-Model belegt: Es verfügt über abzählbar

unendlich viele Zimmer. Als ein neuer Gast kommt sind bereits alle Zimmer belegt. Dennoch kann er hier wohnen! Der Wirt veranlasst, dass alle schon wohnenden Gäste zur nächst höheren Zimmernummer umziehen und er bekommt dann Zimmer Nr. 1. Es können sogar unendlich viele Gäste kommen. Alle schon wohnenden Gäste ziehen dann in die neue Zimmernummer, die 2mal ihrer jetzigen ist. So werden alle Zimmer mit ungeraden Nummern für die neuen Gäste frei. Es ist das Verdienst von Georg Cantor (1845 - 1918) diese Problematik eindeutig durch den Begriff der Mächtigkeit einer Menge gelöst zu haben (s. u.).

Ein Teil der natürlichen Zahlen sind die **Primzahlen**. Sie sind nur durch sich selbst oder 1 mit ganzzahligem Ergebnis teilbar. Für ihre Gesetzmäßigkeit ist so gut wie nichts bekannt. Doch es gibt Primzahl-Zwillinge, die nur durch eine geradzahlige Zahl getrennt unmittelbar aufeinander folgen z. B. 3 und 5 oder 11 und 13, 17 und 19.

Die **Null** wurde frühestens beim **Stellewertsystem** für Zahlen notwendig und erst später akzeptiert. Für „nichts“ ein Zeichen zu benutzen ist nicht unmittelbar einzusehen. Jedoch stattdessen eine oder mehrere Leerstellen zu belassen ist schwer lesbar. Hier seien etwas genauer das binäre (digitale) und dezimale Stellewertsystem mit der folgenden Tabelle erklärt. Ein Stellewertsystem hat Leerstellen für Zahlen (die 7 oben roten). Beim binären System befinden sich dort die Potenzen der Basis (zweite Zeile binär). Für die gewünschte Zahl erfolgt dann die notwendige Wertebelegung in der dritten Zeile (bei binär mit 1 oder nichts). Die Addition liefert dann in 4. Zeile das Ergebnis hier 77. Beim Dezimalsystem erfolgt die Belegung mit den Ziffern 1 bis 9 oder nichts (0). So ergibt sich hier 7 025 309. Es sei noch erwähnt, dass ursprünglich bei den Ägyptern die Reihenfolge der Spalten 1 bis n (7) umgekehrt erfolgte.

Position/Stelle	7	6	5	4	3	2	1
Binärer Wert	$2^6 = 64$	$2^5 = 32$	$2^4 = 16$	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
Wertbelegung	1	–	–	1	1	–	1
Ergebnis	64			8	4		1
Dezimaler Wert	1 000 000	100 000	10 000	1 000	100	10	1
Wertbelegung	7	0	2	5	3	0	9
Ergebnis	7 000 000		20 000	5 000	300		9

Auch die **negativen Zahlen** existieren nur gedanklich oder entstehen durch Subtraktion und können nicht zum Zählen oder Anordnen benutzt werden. Zusammen mit den natürlichen Zahlen bilden alle vier die **ganzen Zahlen**.

Auf die **gebrochenen Zahlen** ist bereits auf S. 14 eingegangen. Sie können in der Realität nur dann auftreten, wenn das Teilen wieder zu ganzen Zahlen führt, etwa wie $21/7 = 3$. Andernfalls ist das Ergebnis real nicht exakt zu realisieren. Doch mathematisch ist die Teilung immer durchführbar und führt dann zu den **rationalen Zahlen**, die als Dezimalbruch, wie etwa $2/5 = 0,4$ oder $2/7 = 0,285714\ 285714\ 2857$ usw. unendlich periodisch auftreten. Weiter sind Varianten mit unterschiedlicher Stellenzahl oder verschiedenen Periodenlängen nach dem Komma möglich. Eigentlich entstehen so erheblich mehr Zahlen als es ganze Zahlen gibt. Doch es gibt ein theoretisches Problem: Ähnlich wie bei Hilbert-Hotel können alle gebrochenen Zahlen exakt auf die ganzen Zahlen abgebildet werden. Ihre Anzahl ist daher auch nur unendlich abzählbar ist. Das bewies Georges F. L. P. Cantor (1845 – 1918) mit seinem ersten Diagonal-Verfahren von **Bild 24**.

Bild 24. Das erste Cantor-Diagonalverfahren.

		Abzählbarkeit der rationalen Zahlen 1. Diagonal-Verfahren von Cantor Nenner						
		1	2	3	4	5	6	7
Zähler	1	1/1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7
	2	2/1	2/2	2/3	2/4	2/5	2/6	2/7
	3	3/1	3/2	3/3	3/4	3/5	3/6	3/7
	4	4/1	4/2	4/3	4/4	4/5	4/6	4/7
	5	5/1	5/2	5/3	5/4	5/5	5/6	5/7
	6	6/1	6/2	6/3	6/4	6/5	6/6	6/7
	7	7/1	7/2	7/3	7/4	7/5	7/6	7/7

Cantor1.cdr h. völk 1982/18.11.10

Die noch mehr komplizierten **irrationalen Zahlen** können bei den Umkehrungen der Potenzierung entstehen. Das entsetzte bereits die Pythagoräer als sie die Diagonale des Quadrates berechnen wollten. Das Ergebnis $\sqrt{2} = 1,414\ 213\ 562\ 373\ 095\ \dots$ war für sie nicht einzuordnen und wurde daher verboten (s. S. 14). Doch es gibt sehr viele derartige Zahlen, u. a. die Konstanten $\pi \approx 3,141\ 592\ \dots$ und $e \approx 2,718\ 281\ 828\ \dots$. Ihre Anzahl ist **überabzählbar**.

Das wird mit dem 2. Cantor'schen Diagonalverfahren bewiesen. Dazu wird eine *vollständige* Liste aller reellen Zahlen des offenen Intervalls $(0, 1)$ gebildet (Tabelle rechts). Dann wird eine Zahl konstruiert, die darin nicht enthalten sein kann. Dazu werden die roten Diagonalziffern der Liste ausgewählt und verändert, z. B. statt der **1** eine **2**. Aus den geänderten Ziffern wird die untenstehende Zahl gebildet. Sie kann in nicht in der „vollständigen“ Tabelle vorkommen, denn sie weicht ja zumindest in einer Stelle von jeder aufgelisteten Zahl ab.

Alle bis hier beschriebenen Zahlen heißen **reell** und sind somit überabzählbar unendlich.

Von der **imaginären Einheit** $i = \sqrt{-1}$ können b Vielfache gebildet werden und dann mit einer der anderen Zahl a verknüpft werden. Dadurch entsteht eine **komplexe Zahl** $y = a + bi$. Derartige Zahlen können z. B. auf einer Fläche mit den Koordinaten a und b dargestellt werden. Mit ihnen werden u. a. Wechselströme mit einer Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung dargestellt.

Von der beschriebenen Vielfalt können in der Realität die Null, negative, imaginäre und komplexe Zahlen nicht vorkommen. Sie sind nur theoretisch anwendbar. Die anderen können auf einer Geraden angeordnet werden. Da alle möglichen Werte unterschiedlich dicht beieinander liegen, werden verschiedene eingeteilte Abschnitte benötigt. So entsteht **Bild 25**. Für die meisten Anwendungen sind die lineare und die logarithmische Skaleneinteilung vorteilhaft. Das zeigen u. a. auch die Bilder 5a+c, 8, 9 und 16. Die logarithmische Einteilung gilt besonders gut für geschichtlich Ereignisse. Hier durch entstehen jedoch Probleme beim Urknall. Hierauf wies erstmals [Völ16] und dann genauer in weiteren Beiträgen hin. Die besonders großen Zahlen kommen vor allem bei kombinatorischen Betrachtungen vor.

Cantor 2. Diagonal-Verfahren				
Liste aller reellen Zahlen				
0, 1 4434	...	79	..	
0, 1 4634	...	78	..	
0, 24 7 34	...	98	..	
...				
0, 34734	...	5 8	..	
0, 44634	...	7 1	..	
...				
darin kann nicht vorkommen				
0,258	...	62	...	

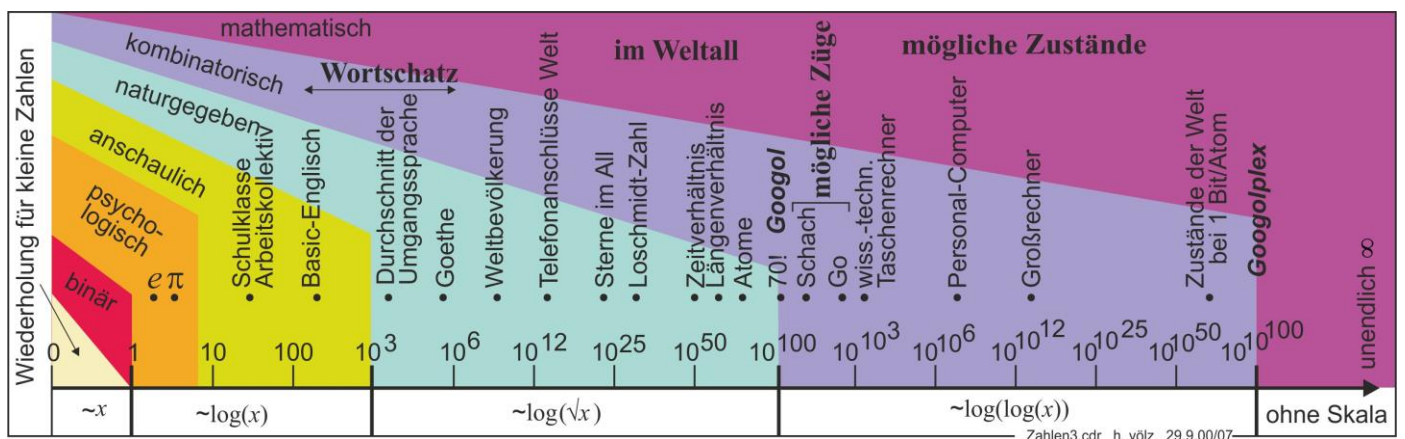


Bild 25. Geeignete Anordnungen für alle in der Realität möglichen Zahlen.

Geordnet nach den Bereichen folgen noch einige Erklärungen und Ergänzungen zu ihrem Inhalt:

- Der **binäre** (zweiwertige) Zahlenbereich ist durch Ja/Nein-Entscheidungen, die Digitaltechnik, Aussagenlogik und Boolesche Algebra bestimmt. Er gehört daher nur bedingt zu den Zahlen. Daher können hier zuweilen Antinomien auftreten.
- Der **psychologische** Zahlenbereich ist durch die magische Zahl 7 bestimmt. Er hängt mit der Kapazität unseres GG bzw. KG zusammen. Daher kommt die 7 in Überfülle auf vielen Gebieten s. S. 12f.
- Der **anschauliche** Zahlenbereich wird etwa durch Tausend bzw. ein Tausendstel begrenzt. Von einem Meter ist eben gerade noch ein Millimeter mit bloßem Auge zu erkennen. Bis Tausend zählt man in etwa einer Stunde. Rucker führt hierfür den Zehnfinger-Flipflop mit $2^{10} = 1024$ ein. Auch die Staffeln großer Zahlen gemäß Million, Milliarde, Billion, Billiarde, Trillion usw. sowie die Vorsätze des SI, wie p, n, µ, m, k, M, G, T usw. belegen ihn. Sie ermöglichen es, alle Zahlenwerte in den anschaulichen Zahlenbereich zwischen 1 und 999 zu verlagern.
- Der **naturgegebene** Zahlenbereich liegt zwischen 10^{-99} und 10^{99} . Denn schon früh erkannten die Physiker die Endlichkeit der Welt und dass dadurch in diesem Bereich diese Verhältniszahlen nie überschritten werden. Beispielsweise liegt das Verhältnis aus der Masse des Weltalls zur Masse des Elektrons bei 10^{85} . Alle anderen physikalischen Verhältnisse sind kleiner. Auch die Gleitkomma-Arithmetik vieler Rechner ist hierauf abgestimmt. In diesem Bereich herrscht das Rechnen mit

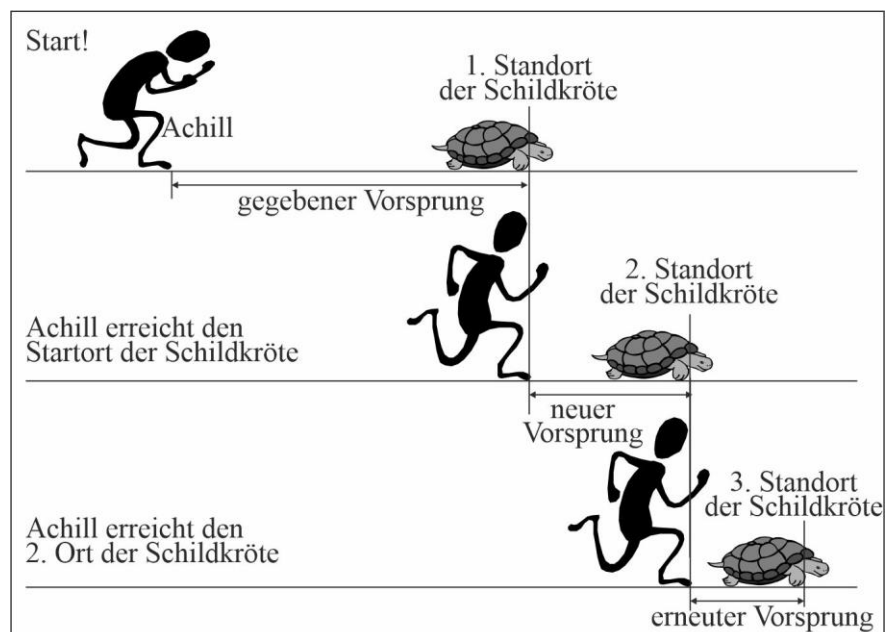
Exponenten vor. Dadurch treten an die Stelle von Addition und Subtraktion die Multiplikation und Division. Auch die Sandzahl des Archimedes (215 v.Chr.) mit ihren 10^{63} Sandkörnern, aus denen die Welt bestehen soll, gehört hierzu.

- Wesentlich größere und kleinere Werte existieren im **kombinatorischen** Zahlenbereich. Werden z. B. die rund 10^{80} Atome je zur Speicherung eines Bit herangezogen, so entstehen sehr viele Varianten für die Zustände. Selbst der Exponent ist hier bereits eine unvorstellbar große Zahl mit $3 \cdot 10^{79}$ Ziffern. Ähnliche Zahlen errechnet man für die möglichen Proteine, Sätze in einer Sprache usw. Für die 10^{100} entstand „Googol“ (s. S. 13). Selbst die Fakultät überschreitet schnell die physikalische Grenze: $70! \approx 1,2 \cdot 10^{100}$. Für die Wahrscheinlichkeiten einzelner Möglichkeiten entstehen schnell sehr kleine Zahlen.
- Der **mathematische** Zahlenbereich ist gut bekannt und umfassend erforscht. Er enthält die Null und lässt über die anderen Bereiche hinaus *mehrere unendlich* zu (s. S. 32). Teilweise werden 10 verschiedene angenommen

Weiter könnte eventuell noch *unentscheidbar* einordnen, z. B. bei Antinomien usw. sowie *unerschöpflich* der Philosophie. Letzteres tritt auf, wenn bei vielen Möglichkeiten die Zeit nicht ausreicht, um sie durchzuprobieren. So ist z. B. die Sprache unerschöpflich. Bei nur 100 Wörtern und einer Satzlänge von 10 Wörtern existieren 10 200 verschiedene Sätze. Um sie auszusprechen, würde nicht die Lebenszeit eines Menschen ausreichen. Ähnliches gilt auch für die Kunst, hier kommt noch die Einmaligkeit des Künstlers vervielfachend hinzu.

Insgesamt betreffen nur einige Zahlen Eigenschaften in der Realität. Die verschiedenen unendlich sind dagegen rein theoretische (mathematische bzw. gedankliche) Schlussfolgerungen. Sie können durch weitere Betrachtungen ergänzt werden. Bereits von Elea (495 – 435 v. Chr.) erdachte den gedanklichen Wettlauf zwischen der extrem langsamen Schildkröte und dem schnellsten Läufer des Altertums Achilles. Das gedachte Geschehen zeigt **Bild 26**. Beim Start erhält deshalb die Schildkröte einen Vorsprung. Wenn Achill diesen Ort erreicht ist sie bereits weiter hat also noch einen gewissen Vorsprung. Das setzt sich unendlich fort. Der Vorsprung wird aber jedes Mal kleiner, verschwindet aber nie. Achill kann also die Schildkröte nie erreichen oder gar überholen. So entstehen immer dichter beieinander liegende Orte. Sie liegen schließlich unendlich dicht. Deshalb führte Aristoteles aus Stagira (384 – 322 v. Chr.) den Begriff **kontinuierlich** ein (Lateinisch *continens*, *continuus* zusammenhängend, angrenzend an, unmittelbar folgend, ununterbrochen, jemand zunächst stehend; *continuar* aneinanderfügen, verbinden, fortsetzen, verlängern, gleich darauf, ohne weiteres; *contingere* berühren, kosten, streuen, jemandem nahe sein, beeinflussen).

Bild 26. Der Wettlauf zwischen Achill und der Schildkröte.



Heute wird *kontinuierlich* vorwiegend für Signale benutzt, die mit einer stetigen Funktion der Zeit, wie $f(t)$ mathematisch beschrieben werden, und bei denen dadurch ein *Differenzieren* oder *Integrieren* möglich ist. Leider kommt es aber immer noch vor, dass fälschlich von „analogen“ Signalen gesprochen wird, obwohl analog immer einen Vergleich mit einem Zweiten, Anderen verlangt. Kontinuierlich gehört auch nicht zur Realität. Der Gegensatz zu kontinuierlich ist fast immer **diskret**. (Lateinisch *discretion* Unterscheidungsvermögen, Urteil, Entscheid; *discretus* abgesondert, getrennt, *discernere* scheiden, trennen, unterscheiden, beurteilen, entscheiden). Bei Signalen treten dann nur ausgewählten Amplituden und/oder Zeiten auf. Sie werden vielfach durch Digitalisierung gewonnen. In guter Näherung gilt das auch für die Logons von Bild 5.

Georg Cantor führte von 1874 bis 1897 die viel und unterschiedlich benutzte **Menge** (von mittelhochdeutsch *manic* viel, mannigfach) als wissenschaftlichen Begriff ein. Anfangs benutzte er aber Wörter wie

„Inbegriff“ oder „Mannigfaltigkeit“. Eine Menge betrifft dabei ein oder mehrere nicht weiter zerlegbare Objekte bzw. Elemente. Ihre Anzahl wird durch die **Kardinalzahlen** angegeben, die aber weitgehend den natürlichen Zahlen entsprechen. Die **Mengenlehre** ist heute ein grundlegendes Teilgebiet der Mathematik, das sich mit der Untersuchung von Mengen, also von Zusammenfassungen von Objekten, beschäftigt. Sie geht von Axiomen aus. Die meisten mathematischen Objekte in Algebra, Analysis, Geometrie, Stochastik, Topologie usw. werden durch sie definiert.

Cantor klassifizierte die Mengen, insbesondere die unendlichen, nach ihrer **Mächtigkeit** mit den Kardinalzahlen. Für endliche Mengen ist das ihre Elemente Anzahl. Er nannte zwei Mengen gleichmächtig, wenn sie sich bijektiv aufeinander abbilden lassen, das heißt, wenn es eine Eins-zu-eins-Beziehung zwischen ihren Elementen gibt. Er erkannte wohl als Erster, dass es verschiedene *unendliche* Mächtigkeiten gibt. Die Menge der natürlichen Zahlen und alle dazu gleichmächtigen Mengen heißen nach Cantor abzählbar, alle anderen unendlichen Mengen heißen überabzählbar (vgl. oben). Wichtig ist u. a, die Unendlichkeitsdefinition nach Dedekind: Eine Menge M ist genau dann unendlich, wenn es eine eindeutige Abbildung von M auf eine echte Teilmenge von M gibt. Eine Menge ist genau dann endlich, wenn sie nicht unendlich ist. Cantor hat jahrelang vergeblich versucht, dieses Kontinuumproblem zu lösen. Erst 1938 gelang K. Gödel der Nachweis, dass die Prinzipien der Mengenlehre nicht zum Widerlegen ausreichen. 1963 bewies P. J. COHEN, dass sie auch nicht ausreichen, es zu beweisen. Derartige Beweise sind bis heute nicht vorhanden.

Einige besonders wichtige Zusammenhänge bei Zahlen zeigt **Bild 27**.

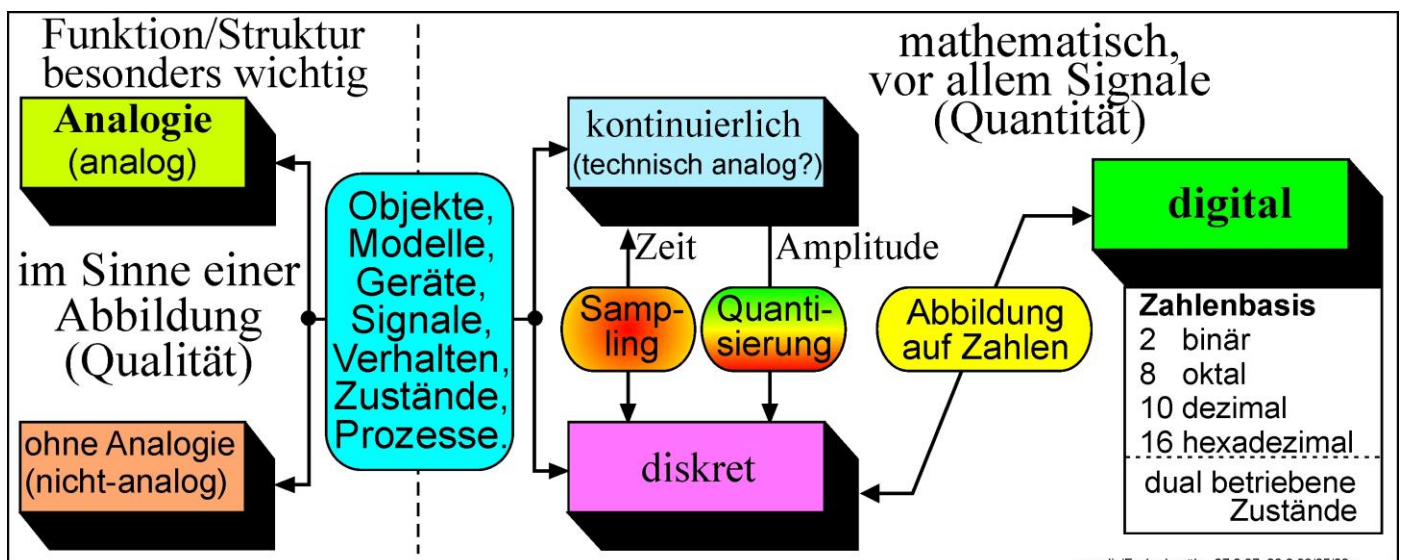


Bild 27. Wichtige Zusammenhänge bei einigen Zahlen und der Digitalisierung.

10. Von Ursache-Wirkung bis Information und Wissen

In den voranstehenden Betrachtungen war fast immer der Ursache-Wirkungs-Zusammenhang wesentlich. Dabei sei noch einmal auf seine Erweiterungen und Grenzen (s. Seite 4) verwiesen: Rückkopplung, Rekursion, Rückbezüglichkeit (*circulus vitiosus*); Zirkelschluss bzw. Teufelskreis sowie alle periodischen Erscheinungen, wie Schwingungen und Wellen. Auf statistische Faktoren konnte der Umfang wegen leider nicht eingegangen werden. Hier werden nun einige spezielle Inhalte bzgl. Ursache und Wirkung vertieft. Dabei ist der Begriff **System** insbesondere im Zusammenhang mit der Kybernetik ein wesentlicher Ausgangspunkt. Von Griechisch und Latein *systema* aus Einzelteilen zusammengefügt und gegliedertes Ganzes, Vereinigung, Gruppe, die in einem Staat zusammen Lebenden, Staatsgebäude, Staatsverfassung, zusammengesetztes Lehrgebäude. Leider wurde und wird System so vielfältig benutzt, dass keine umfassende oder allgemeingültige Definition möglich ist. Das hatte bereits Franz von Grillparzer (1791- 1872) mit dem nebenstehenden kurzen Gedicht festgestellt. Hier wird vorrangig die typische **blackbox** benutzt. Sie ist vor allem durch ihren Eingang und Ausgang gekennzeichnet. Ihre innere Struktur ist unwesentlich. Einige ausgewählte und wichtige Beispiele dazu zeigt die Tabelle auf der folgenden Seite.

Ich·weiß·ein·allgewaltig·Wort,
auf·Meilen·hört's·ein·Tauber.
Es·wirkt·geschäftig·fort·und·fort
mit·unbegriffnen·Zauber,
ist·nirgends·und·ist·überall,
bald·lästig,·bald·bequem.
Es·paßt·auf·ein·und·jeden·Fall:
das·Wort·-·es·heißt·System.¶

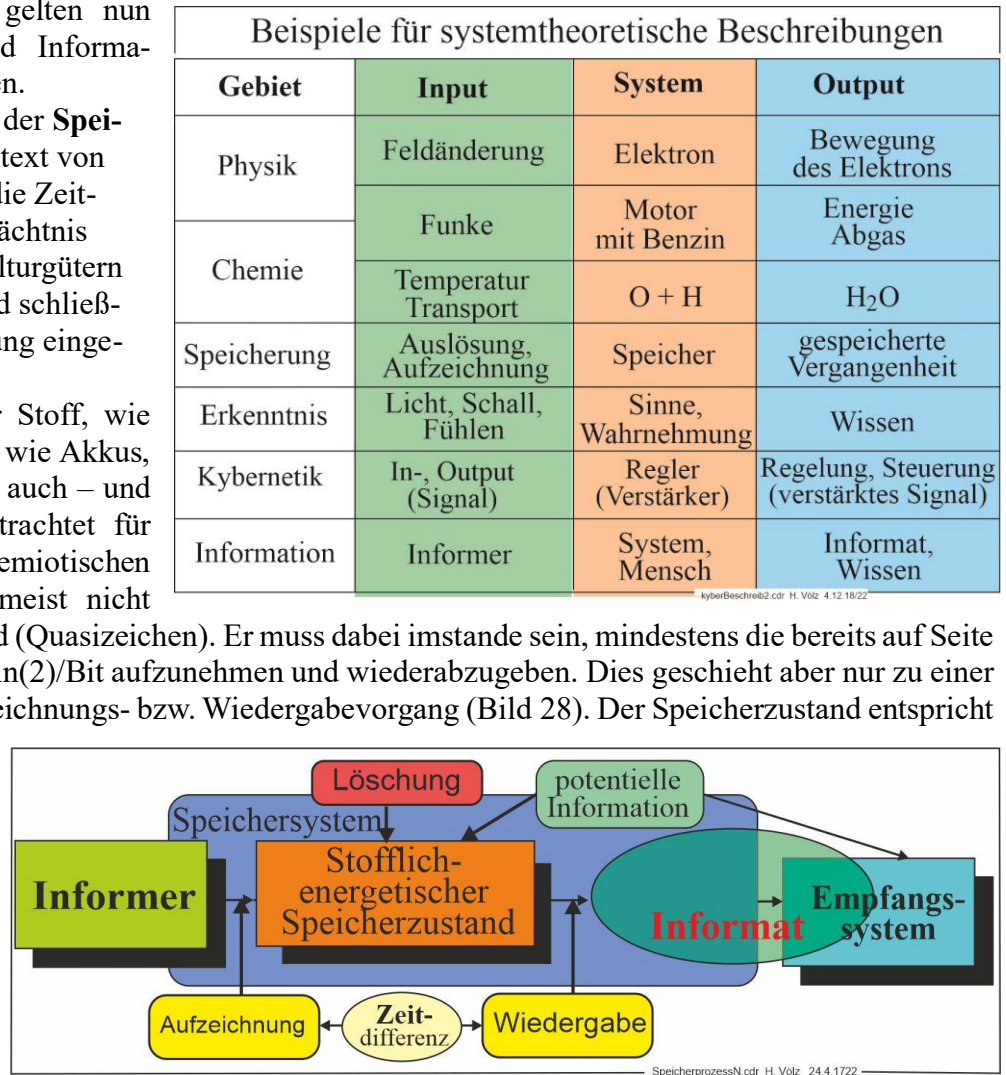
Die weiteren Betrachtungen gelten nun vorrangig dem Speicher- und Informationsbegriff, sowie dem Wissen.

Auf die große Bedeutung der **Speicherung** wurde bereits im Kontext von Bild 4 und zwar in Bezug auf die Zeitwahrnehmung, dann beim Gedächtnis (Bild 8), der Erhaltung von Kulturgütern (S. 11), bzgl. des IQ (S. 31) und schließlich bei der Geschichtsschreibung eingegangen.

Speicherung existiert für Stoff, wie Material, Geräte usw., Energie wie Akkus, Brennstoff, Stausees usw. aber auch – und das wird hier nur weiter betrachtet für Inhalte in Analogie zum semiotischen Zeichen, das hier aber der meist nicht

wahrnehmbare Speicherzustand (Quasizeichen). Er muss dabei imstande sein, mindestens die bereits auf Seite 22 benannte Energiemenge $kT \ln(2)/\text{Bit}$ aufzunehmen und wiederabzugeben. Dies geschieht aber nur zu einer bestimmten Zeit mit dem Aufzeichnungs- bzw. Wiedergabevorgang (Bild 28). Der Speicherzustand entspricht nicht nur dem Zeichen, sondern ist seine Aufzeichnung und so eine potentielle Information (s. später bei p-Information). Eine Aufzeichnung kann meist durch Löschen rückgängig gemacht werden.

Bild 28. Zusammenhänge bei einem Speicher.



Die umfassende und grundsätzliche Entwicklung der Speicherung fasst **Bild 29** zusammen. Es lösen sich dabei mehrere Etappen ab, die immer leistungsfähiger bzgl. der Kapazität und Datenrate werden und schließlich bei der *vernetzten Speicherung* auf alle gespeicherten Daten extrem schnell, wenn auch mit den o. g. Folgen zuzugreifen ermöglichen. Umfangreiche Details, s. Bild 9 und besonders [Völ19] sowie [Völ07a].

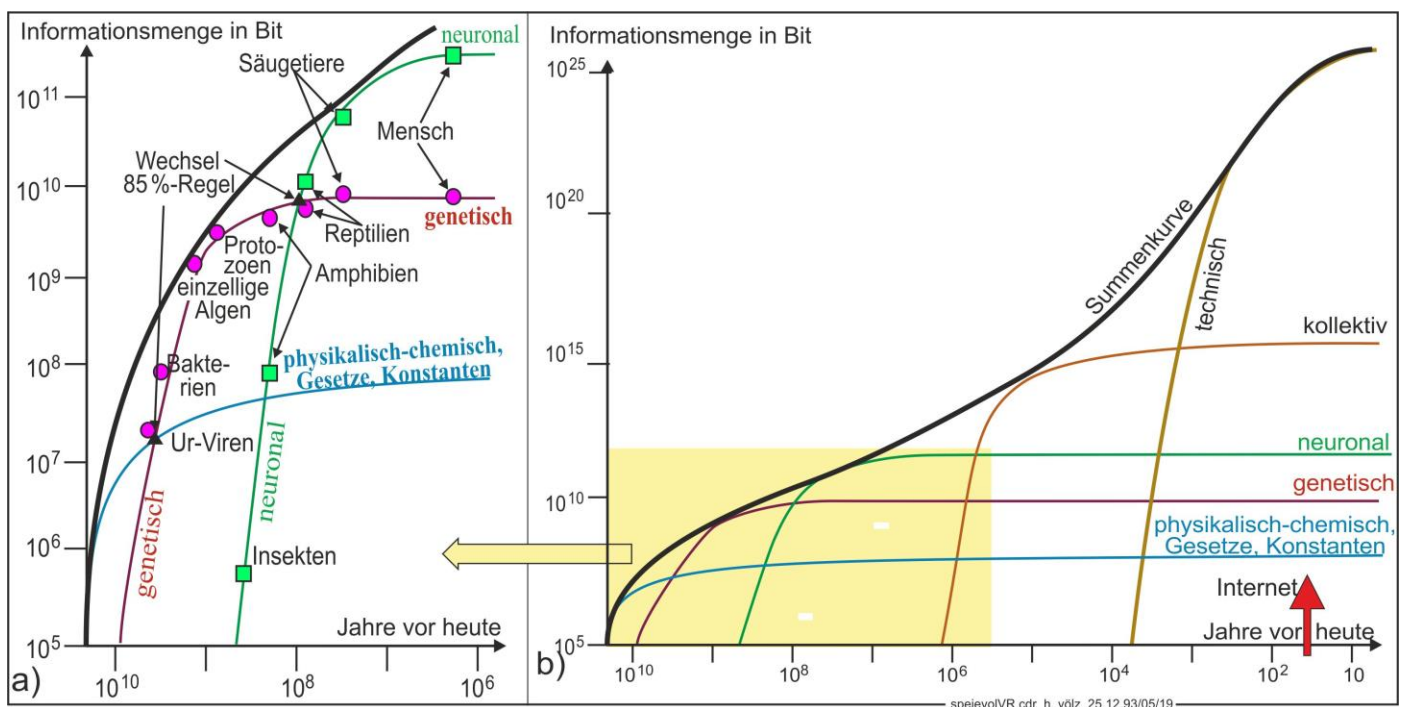


Bild 29. Zur Leistungsfähigkeit der verschiedenen Speicheretappen.

Doch noch stärker als das Zeichen der Semiotik erfasst der Speicherzustand **nur ausgewählte Eigenschaften** bzw. Daten von den bei der Aufzeichnung vorhandenen Gegebenheiten. Das gilt nicht nur für die Geschichtsschreibung (s. o). So gelangen von einer öffentlichen Veranstaltung bei der akustischen Speicherung nur Teile des Schalls (ohne die vollständige Raumakustik) und nichts vom Geschehen auf der Bühne zum Hörenden. Sogar die bestmögliche technische Speicherung ist immer irgendwie unvollständig.

Die Speicherung ist fast immer ein Stiefkind der wissenschaftlichen Literatur. Doch das gilt noch viel mehr für die **Information** und z. T. auch für das **Wissen**. So gibt es zwar viele und umfangreiche Bücher zur Information. Doch eine Definition fehlt fast völlig. Selbst in dem sehr umfangreichen Buch zur Information des von mir hochgeschätzten Klaus Mainzer fehlt sie. So kommt denn Schleicher in seiner Rezension [Sch18] zu dem Ergebnis, dass „*Etwas in mancher Hinsicht Überfälliges, eine diskurstaugliche Information*“ völlig fehlt, nun aber gerade vorliegt. Ansonsten existiert eigentlich nur das Zitat von Norbert Wiener (1894 – 1964) in [Wie48] S. 192:

„Trotzdem ist die Energie, die für eine einzelne Operation verbraucht wird, beinahe verschwindend gering und bildet sogar nicht einmal ein angemessenes Maß der Funktion selbst. Das mechanische Gehirn scheidet nicht Gedanken aus »wie die Leber ausscheidet«, wie frühere Materialisten annahmen, noch liefert sie diese in Form von Energie aus, wie die Muskeln ihre Aktivität hervorbringen. **Information ist Information, weder Stoff noch Energie** (fett sowie „Stoff“ statt Original matter H.V. [Völ17]). Kein Materialismus, der dieses nicht berücksichtigt, kann den heutigen Tag überleben.“

Information erfolgt in der Realität nur mit einem **Informations-System**. zu dem auch der Mensch gezählt werden kann. Hierauf wirkt ein Input, der aber um Verwechslungen zu vermeiden nun **Informer** genannt wird. Der ältere Begriff Informationsträger wurde wegen möglicher Fehlinterpretationen ausgeschaltet. Durch die Einwirkung entstehen im System und der Umgebung (der Realität) Änderungen. Eindeutig werden sie **Informat** genannt (Bild 30a).

In einem zweiten Fall (b) wirkt die Realität als Informer auf unsere Sinne und dabei entsteht als Informat in unserem Bewusstsein ein Bild von der Realität, also Wissen. Sehr vereinfacht und daher nur bedingt richtig wird dann gesagt: über unsere Sinne erhalten wir Information von der Realität.

Eine dritte Möglichkeit geht von Speicherinhalten aus. Hierin sind Texte, Bilder usw. enthalten, die wir als Informer über unsere Sinne aufnehmen und als Informat interpretieren und so erlangen wir analog zu (b) Wissen. Jedoch fälschlich wird dann gesagt, dass Speicher Information oder gar Wissen enthalten. Doch die Bücher usw. können es selbst nicht einmal feststellen, oder gar interpretieren. Aber auch nur wir sind imstande, die Inhalte als Informate dort hineinzutun.

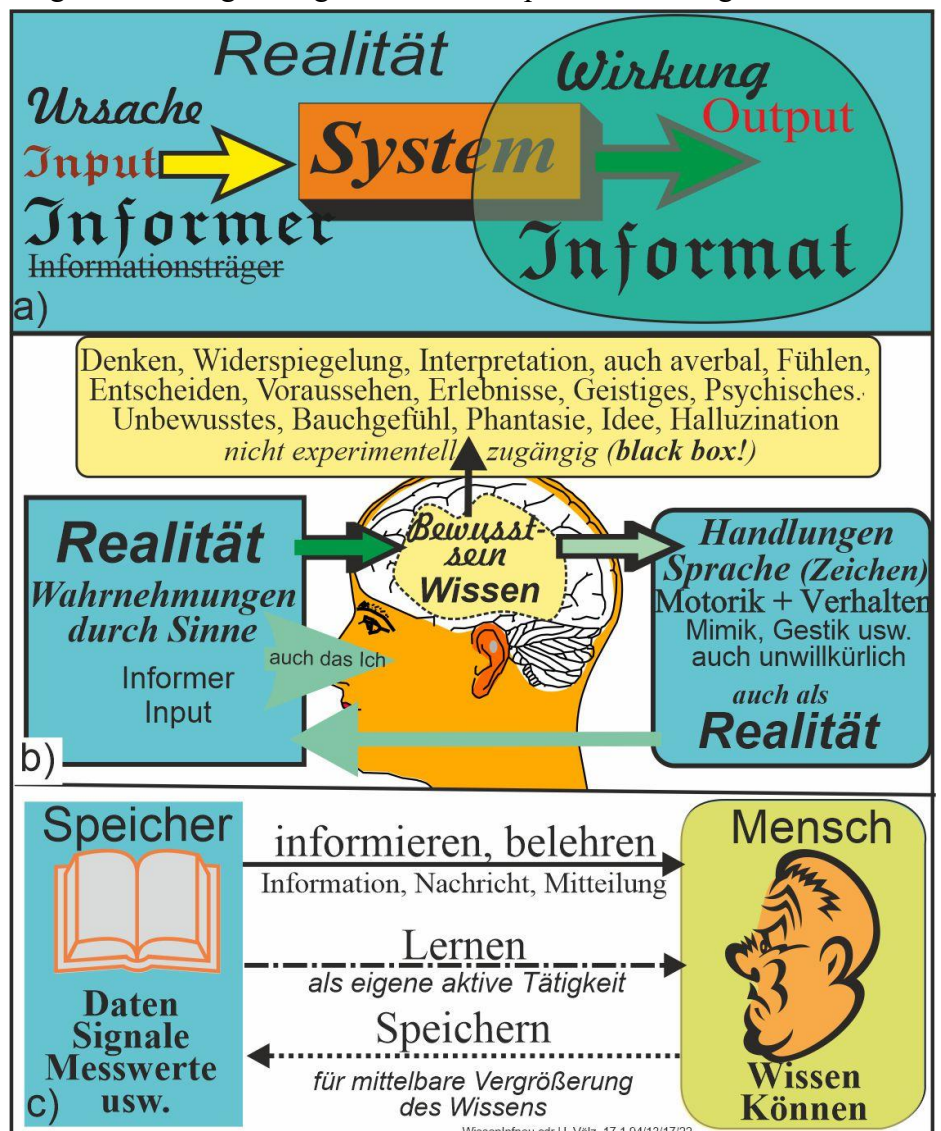


Bild 30. Die drei wichtigsten Varianten für das Geschehen bei der Information

Insgesamt gehören also zur **Information 3 Teile**: Der *Informer* als Input in ein (Informations-) *System*. Die hierbei ausgelöste Wirkung (im System und dessen Umgebung) ist das *Informat*. Damit ist Information ein **Prozess** (Informationsprozess ist doppelt gemoppelt). **Wissen** existiert dagegen nur in unserem Bewusstsein (Gedächtnis). Es sollte – aber muss nicht immer – gültig und wahr sein.

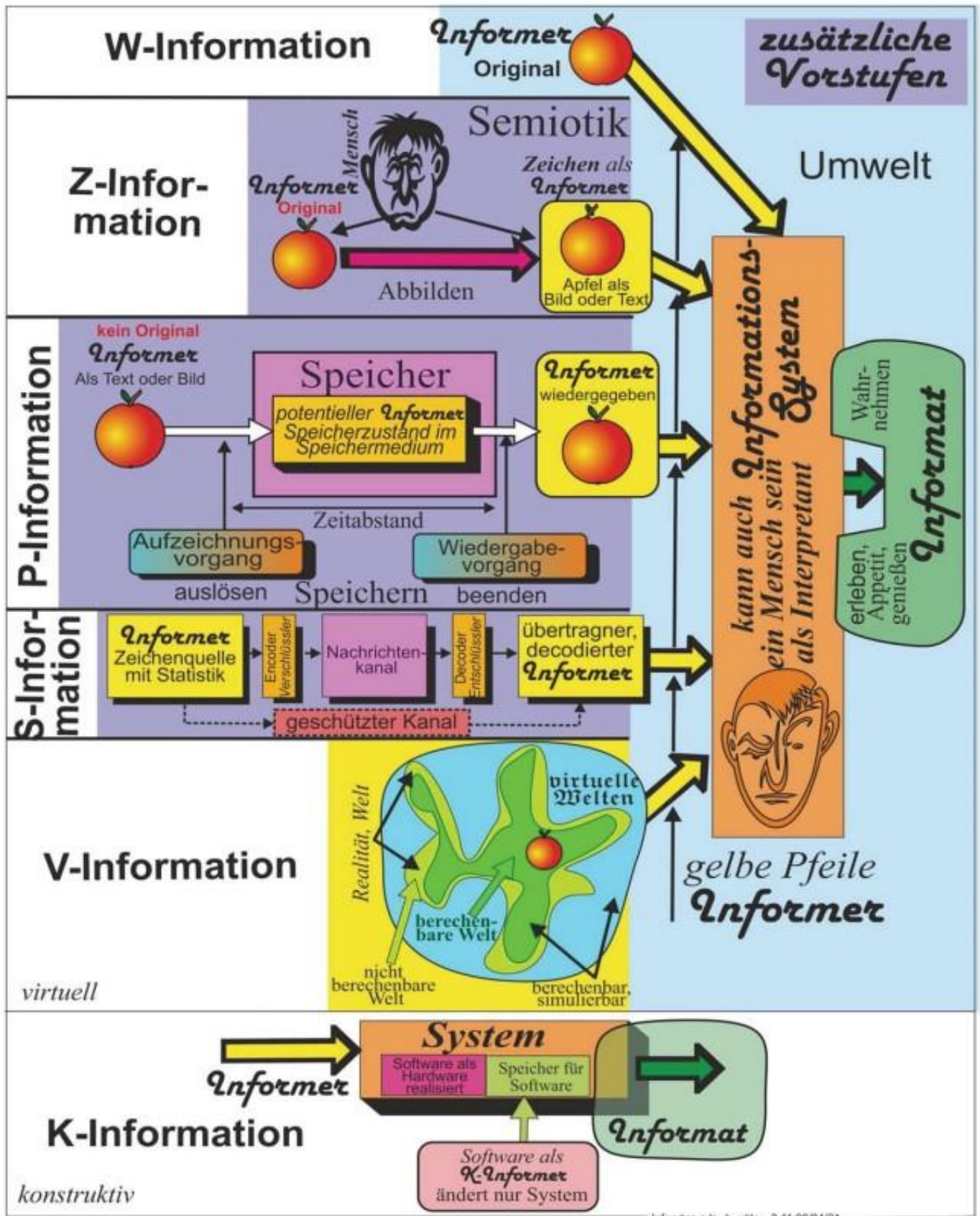


Bild 31. Die sechs Varianten der Information (rechte Seite).

Die bisherigen Betrachtungen der Information betrafen die drei Grundprozesse. Doch seit ihrer Einführung durch Wiener (s. o.) kamen noch mehrere Sonderfälle hinzu. Ganz entscheidend war dabei die Theorie von

Claude Elwood Shannon (1916 – 2001). Sie rückte sogar in das Zentrum der Aussagen, obwohl sie eigentlich *nur* aber mit exakter mathematischer Ableitung die bestmögliche *Codierung für die Datenübertragung* betraf [Wie48]. Entsprechend dieser Entwicklung müssen sie alle gegeneinander abgegrenzt und in das dreiteilige Geschehen eingeordnet werden. So entsteht das komplexe **Bild 31** (linke Seite). Darin ist der 3-stufige Grundprozess grün unterlegt und befindet sich auf der rechten Seite. Er ist jeweils links durch zusätzliche Strukturen bzw. Abläufe zu ergänzen. Zur eindeutigen Kennzeichnung erhalten dann die Varianten einen vorangestellten typischen Buchstaben. Beim Grundprozess (vgl. Bild 31a) tritt nur die Wirkung zum Informat auf. Sie erhält daher die Bezeichnung **W-Information**.

Die **Z-Information** erfasst Zeichen als Informer (vgl. Bild 7) anstelle der Originale. Deshalb ist die semiotische „Umwandlung als zusätzlicher Prozess vorangestellt.

Bei der **P-Information** ist die Speicherung (vgl. Bild 28) die Vorstufe und erst das Wiedergabesignal ist dann der eigentliche Informer. Sie wird also wesentlich von der *Zeit* beeinflusst.

Die **S-Information** bezieht die (bestmögliche) Übertragung nach Shannon ein (s. o.) und kann so *Entfernungen* überbrücken. Hierzu zählen dann aber auch die Fehlerbehandlungen, Kryptographie usw.

Bei der **V-Information** liegen virtuellen Prozessen vor, die oft nicht in der Realität möglich sind, sondern meist nur mathematisch begründet und technisch realisiert werden. Dabei werden u. a. Bildschirme vor den Augen und elektrische Handsteuerungen eingesetzt [Bor94].

Deutlich anders funktioniert die **K-Information** (von konstruktiv). Sie wird vorwiegend als Software bezeichnet und bei Bedarf in das Informationssystem geladen. Das ändert dadurch seine Eigenschaften und Leistungen. Als einzige bewirkt sie daher (beim Laden) kein Informat. Das wird erst dann erzeugt, wenn am Eingang ein Informer einwirkt. Jedoch ist er dann deutlich anders als vor dem Laden der K-Information.

11 Zusammenfassung und Folgerungen

Literatur

- [Asi96] Asimov, I.: 500 000 Jahre Erfindungen und Entdeckungen. Bechtermünz-Verlag, Augsburg 1996
- [Bar94] Barrow, J. D.: Ein Himmel voller Zahlen. Spektrum-Verlag, Heidelberg - Berlin - Oxford 1994
- [Bor94] Bormann, S.: Virtuelle Realität - Genese und Evaluation. Addison - Wesley, Bonn u.a. 1994
- [Dri72] Drischel, H.: Das neuronale Gedächtnis. Nova acta Leopoldina Band 37/1, Nr. 206. S. 325 - 353. Johann Ambrosius Barth, Leipzig 1972
- [Ebe91] Eberlein, G. L. (Hrsg.): Schulwissenschaft, Parawissenschaft, Pseudowissenschaft. S. Hirzel, Stuttgart, 1991
- [Fal90] Falletta, N.: Paradoxien. Fischer-Logo, Frankfurt/M., 1990
- [Fre79] Frege, G.: Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildeten Formelsprachen des reinen Denkens. Halle/Saale 1879. Auszugsweise abgedruckt in: Karel Berka, Lothar Kreiser, Siegfried Gottwald, Werner Stelzner: Logik-Texte. Kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik. 4. Auflage. Akademie-Verlag, Berlin 1986
- [Gof99] Goff, J. L.: Geschichte und Gedächtnis. Ullstein, Berlin 1999
- [Grä96] Gränicher, W. H. H.: Messung beendet - was nun? B. G. Teubner, Stuttgart 1996
- [Hec73] Hans-Dieter Heck: Die Grenzen des Wachstums. Bericht des Club of Rome zur Lage der Menschheit. Aus dem Amerikanischen. Deutsche Verlags-Anstalt, Stuttgart 1972, Rowohlt, Reinbek bei Hamburg 1973
- [Hof98] Hoffmann, J.: Taschenbuch der Messtechnik. Fachbuchverlag Leipzig, Carl Hanser Verlag, Leipzig, München - Wien 1998
- [Jac51] Jacobson, H.: Information and the human Ear. J. Acoustical Soc. America 23 (1951) 4, 463 - 471
- [Kli93] Klix, F.: Erwachendes Denken. 2. Aufl. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1983 Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg - Berlin - Oxford 1993
- [Kuh67] Kuhn, Th.: Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen. Suhrkamp-Verlag, Frankfurt/M. 1967. Original: The Structure of Scientific Revolutions. 1962
- [Lin90] Lindenmayer, P.: The Algorithmic Beauty of Plants. Springer-Verlag, New York, 1990. <http://algorithmicbotany.org/papers/abop/abop.pdf>
- [Man87] Mandelbrot, B. B.: Die fraktale Geometrie der Natur. Birkhäuser, Basel - Boston, 1987
- [Mey59] Meyer-Eppler, W.: Grundlagen und Anwendungen der Informationstheorie. 2. Aufl. Springer - Verlag. Berlin - Heidelberg - New York 1959

- [Omm58] Omm, P.: Meßkunst ordnet die Welt - Eine Geschichte des Messens und der Meßgeräte. Impuls - Verlag, Buchschlag bei Frankfurt/M, 1958.
- [Pes88] Ein anarchistischer Bankier von Fernando Pessoa. Verlag Klaus Wagenbach, Berlin 1988
- [Pla32] Planck, M.: Determinismus oder Indeterminismus J.A. Barth, Leipzig 1963 Original 1932
- [Pla36] Planck, M.: Vom Wesen der Willensfreiheit J.A. Barth, Leipzig 1963 Original 1936
- [Pla48] Planck, M.: Wissenschaftliche Selbstbiographie, Johann Ambrosius Barth Verlag, Leipzig, 1948, S. 22
- [Pop34] Popper, K., R.: Logik der Forschung (1. Aufl. 1934), 10. Aufl.; Mohr, Tübingen 1994
- [Ruc90] Rucker, R.: Der Ozean der Wahrheit. Fischer-Logo, Frankfurt/M 1990
- [Sch18] Schmidt, M.: Reise zur Information. c't 2018, H. 13. S. 188
- [Sch66] Schleichert, H.: Elemente der physikalischen Semantik. Oldenbourg, Wien – München 1966
- [Sch93] Schmidt, R. F. u. Thews, G. (Hrsg.): Physiologie des Menschen, 25. Aufl. Springer Berlin u.a. 1993
- [Sei72] Seiffert, G.; Radnitzky, G. (Hrsg.): Handlexikon der Wissenschaftstheorie. dtv, München 1992
- [Sho85] Shore, J.: Der Sachertorte-Algorithmus und mehrere Mittel gegen die Computerangst. Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg – New York – Tokyo, 1985
- [Ste72] Steinbuch, K.: „Mensch und Maschine“ in Informatik Tagung Leopoldina 14 - 17.10. 1971 Halle. J A. Barth, Leipzig 1972. S. 451 - 461
- [Thi67] Thiel, R.: Qualität oder Begriff. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1967
- [Tuc28] Tucholsky, K.: Mit 5 PS. Ernst Rowohlt, Berlin 1928
- [Völ01] Völz, H.: Wissen - Erkennen - Information. Allgemeine Grundlagen für Naturwissenschaft, Technik und Medizin. Shaker Verlag, Aachen 2001
- [Völ03] Völz, H.: Handbuch der Speicherung von Information Bd. 1 Grundlagen und Anwendung in Natur, Leben und Gesellschaft. Shaker Verlag, Aachen 2003.
- [Völ05] Völz, H.: Handbuch der Speicherung von Information Bd. 2 Technik und Geschichte vorelektronischer Medien. Shaker Verlag, Aachen 2005
- [Völ07] Völz, H.: Handbuch der Speicherung von Information Bd. 3 Technik und Zukunft elektronischer Medien. Shaker Verlag, Aachen 2007
- [Völ07a] Völz, H.: Wissen - Erkennen - Information. Datenspeicher von der Steinzeit bis ins 21. Jahrhundert. Digitale Bibliothek Bd. 159, Berlin 2007. Dies ist die digitalisierte und verlinkte Zusammenfassung der vier voranstehenden Bücher
- [Völ08] Völz, H.: Kontinuierliche Digitaltechnik. Shaker-Verlag. Aachen 2008
- [Völ14] Völz, H.: Grundlagen und Inhalte der vier Varianten von Information. Springer Verlag, Wiesbaden 2014
- [Völ14a] Völz, H.: Maßstäbe für die Zeit. Shaker Verlag, Aachen 2014
- [Völ15] Völz, H.: Zur Relativität der Zeit. GrKG. 56 (2015) H.2. S. 55 – 64
- [Völ16] Völz, H.: Das ist Zeit. Shaker Verlag, Aachen 2016
- [Völ17] Völz, H.: Das ist Information. Shaker Verlag Aachen 2017. [Völ19] Völz, H.: Speicher für Alles. Shaker Verlag, Düren 2019.
- [Völ19] Völz, H.: Speicher für Alles. Shaker Verlag, Düren 2019.
- [Völ20] Völz, H.: Von Information bis Kreativität. Shaker-Verlag, Düren 2020
- [Völ20a] Völz, H.: Information und Medienwissenschaft. Shaker-Verlag, Düren 2020 [Völ20a] Völz, H.: Information und Medienwissenschaft. Shaker-Verlag, Düren 2020
- [Völ22] Völz, H.: Ichrealität – Mein Weltbild. Shaker-Verlag, Düren 2021
- [Völ5extra] Völz, H.: Weniger Störgeräusche durch Antischall. rfe 2005, H. 4, S. 35 – 37
- [Völ56] Völz, H.: RC-Generatoren. Elektron. Rundschau 10 (1956) 1, 21-24; 2, 49 – 52 Der RC-Resonanzverstärker. Elektron. Rundschau 10 (1956) 3, 69 – 70 Der Phasenschiebergenerator. Elektron. Rundschau 10 (1956) 10, 275 – 278; 11, 308 – 309
- [Völ58] Völz, H.: Vereinfachtes Frequenzdiversity. Elektron. Rundschau 12 (1958) 6, 200- 202
- [Völ59] Völz, H.: Beitrag zum Verstärker mit extrem kleinem Innenwiderstand. Frequenz 13 (1959) 7, 212 – 222
- [Völ60] Völz, H.: Zur Registriergenauigkeit der Magnetbandaufzeichnung. Elektron. Rundschau 14 (1960) 1, 23-25
- [Völ66] Völz, H.: Elektronische Spannungsstabilisation. VEB Verlag Technik, Berlin 1966, 2. Aufl. 1969
- [Völ67] Völz, H.: Betrachtungen zum Zusammenhang von Speicherdichte und Zugriffszeit. Wiss. Zeitschrift f. Elektrotechnik 9 (1967) H. 2, S. 95 – 107

- [Völ74] Elektronik für Naturwissenschaftler. Akademie Verlag Berlin 1974
- [Völ75] Völz, H.: Beitrag zur formalen Musikanalyse und -synthese. Beiträge zur Musikwissenschaft 17 (1975) 2/3, S. 127 – 154
- [Völ76] Völz, H.: Diskussionsbeitrag zur Information und Emotion. In: Philosophische und ethische Probleme der Biowissenschaften. Akademie - Verlag, Berlin 1976, S. 269 – 277
- [Völ82] Völz, H.: Information I - Studie zur Vielfalt und Einheit der Information. Akademie Verlag, Berlin 1982
- [Völ83] Völz, H.: Information II, Theorie und Anwendung vor allem in der Biologie, Medizin und Semiotik. Akademie - Verlag Berlin 1983
- [Völ88] Völz, H.: Entropie und Auffälligkeit. Wissenschaft und Fortschritt 38 (1988) 10, 272 – 275 + Das Maß für Auffälligkeit und die Schönheit des Hauses. GrKG 33(1992) 2, 80 – 86.
- [Völ88a] Völz, H.: Fraktale - Ästhetik - Kunst. Spectrum 19 (1988) H. 8, S. 16-19
- [Völ89] Völz, H.: Elektronik - Grundlagen - Prinzipien - Zusammenhänge. 5. Aufl., Akademie Verlag, Berlin 1989
- [Völ89a] Völz, H.: Computer und Kunst. Reihe akzent 87. Urania - Verlag, Leipzig Jena - Berlin 1989. 2. Aufl. 1990
- [Völ90] Völz, H.: Neuer „Knigge“ über den Umgang mit Informationen. Computerwoche 10, 9. März 1990, S. 8 Zu einer Informationsschwelle. Vortrag am 25.2.90 auf: Kommunikationskongress Kokon '90, Chaos-Computer- Club- Hamburg, Haus der jungen Talente, Berlin. Gedanken zur Verdaulichkeit von Information. In: Informationswissenschaft - (Über-) Leben in der Informationsgesellschaft. Deutsche Gesellschaft für Informationswissenschaft und Informationspraxis e.V. Wiesbaden 2003, S. 15 – 32
- [Völ91] Völz, H.: Grundlagen der Information. Akademie - Verlag, Berlin 1991
- [Völ94] Völz, H.: Information verstehen - Facetten eines neuen Zugangs zur Welt. Vieweg & Sohn, Braunschweig - Wiesbaden 1994
- [Völ96] Völz, H., Ackermann, P.: Die Welt in Zahlen und Skalen, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg - Berlin - Oxford 1996
- [Völ99] Völz, H.: Das Mensch-Technik-System. Expert-Verlag, Renningen, Malsheim 1999
- [Wei77] Weizenbaum, J.: Die Macht der Computer und die Ohnmacht der Vernunft. Suhrkamp, Frankfurt/M. 1977
- [Wie48] Wiener, N.: Cybernetics or control and communication in the animal and the machine Hermann, Paris 1948 / Regelung und Nachrichtenübertragung in Lebewesen und in der Maschine, Econ - Verlag, Düsseldorf - Wien 1963, dito Econ 1992
- [Wit60] Wittgenstein, L.: Tractatus logico - Philosophicus. Suhrkamp, Frankfurt/M. 1960 + Philosophische Untersuchungen Suhrkamp, Frankfurt/M. 1964 (Reclam, Leipzig 1990)
- [Wor77] Worobjow, N. N.: Die Fibonaccischen Zahlen. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1977

Dies ist eine Anfügung, aus der später der Beginn und das Vorwort entstehen soll

H. Völz:

Probleme bei Weltbeschreibungen

Völlig ungewöhnlich wird hier Kritik am „gültigen Wissen“ als Zentrum behandelt

Doch gewöhnlich werden nur die Erfolge dargestellt (Karriere!?)

und Entwicklung der Thesen zur **Gültigkeit von Theorien**

Dabei Hinweis auf den Freitod von Boltzmann und die dazugehörige Einschätzung von Planck

Hervorhebung der von der Realität unabhängigen **Gedankenwelt**, (Symbolität)

Ausgangspunkt war für mich zunächst nur die Technik.

Inhalt (vorläufig)

1. Einführung von Welt und Realität	1
2. Notwendiges und Unzulässiges	2
3. Wahrnehmungen	6
4. Beschreibungen der Realität	10
5. Umgang mit Zahlen Teil 1	12
6. Veränderungen in der Realität	16
7. Etappen von Geschichte und Wahrheit	23

8. Probleme der Digitaltechnik	26
9. Umgang mit Zahlen, Teil 2	31
10. Von Ursache-Wirkung bis Information und Wissen	35
11 Zusammenfassung und Folgerungen	39
12 Literatur und Sachwort	